

## Управление в технических системах

© 2019 г. Д.В. ЕФАНОВ, д-р техн. наук (TrES-4b@yandex.ru)  
(ООО “ЛокоТех-Сигнал”, Российский университет транспорта, Москва),  
В.В. САПОЖНИКОВ, д-р техн. наук (port.at.pgups@gmail.com),  
Вл.В. САПОЖНИКОВ, д-р техн. наук (at.pgups@gmail.com)  
(Петербургский государственный университет путей сообщения  
Императора Александра I, Санкт-Петербург)

### КОДЫ С СУММИРОВАНИЕМ С ФИКСИРОВАННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ КРАТНОСТЕЙ ОБНАРУЖИВАЕМЫХ МОНОТОННЫХ И АСИММЕТРИЧНЫХ ОШИБОК ДЛЯ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ

Введено понятие о кодах с суммированием с фиксированными значениями кратностей обнаруживаемых монотонных и асимметричных ошибок в информационных векторах. Показано, что такие коды могут быть построены на основе взвешивания одного из разрядов информационного вектора натуральным числом  $w \geq 2$  и последующего подсчета суммарного веса информационного вектора по модулю кода Бергера ( $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil}$ ). Установлены основные характеристики нового класса кодов с суммированием. По сравнению с кодом Бергера предлагаемые коды обладают преимуществом обнаружения симметричных ошибок при сохранении свойства обнаружения любых монотонных и асимметричных ошибок до фиксированных кратностей. Такие коды могут быть эффективно использованы при построении систем функционального контроля комбинационных логических устройств и, особенно, при построении систем с обнаружением всех одиночных неисправностей в контролируемом устройстве.

*Ключевые слова:* техническая диагностика; коды с суммированием; коды Бергера; информационный вектор; монотонная ошибка; асимметричная ошибка; свойства кода; комбинационное логическое устройство; система функционального контроля.

**DOI:** 10.1134/S0005231019060072

#### 1. Введение

В задачах технической диагностики при разработке и эксплуатации надежных дискретных систем часто используются равномерные коды, имеющие небольшую избыточность (меньшую, чем при дублировании) и ориентированные на обнаружение ошибок в информационных векторах [1–4]. К таким кодам относятся неразделимые равновесные коды и делимые коды с суммированием [5].

Различные коды с суммированием обладают различными характеристиками обнаружения ошибок в информационных векторах: как по кратностям

ошибок, так и по их видам. Возникающая в информационном векторе ошибка может относиться к одному из четырех видов: одиночная, монотонная, симметричная или асимметричная [6]. Одиночные ошибки связаны с искажением только одного разряда информационного вектора и помехоустойчивыми кодами с суммированием должны обнаруживаться всегда. Монотонная ошибка возникает при условии искажения только нулевых или только единичных информационных разрядов. Симметричная ошибка происходит при одинаковом количестве искажений нулевых и единичных разрядов, а асимметричная – при неравном количестве искажений нулевых и единичных разрядов.

Особенности обнаружения ошибок различных видов кодами с суммированием часто используются при организации систем диагностирования со 100%-ным обнаружением неисправностей из заданного класса. Например, классическими кодами Бергера [7], или  $S(m, k)$ -кодами ( $m$  и  $k$  – длины информационных и контрольных векторов кода), обнаруживаются любые монотонные искажения в информационных векторах. Это свойство используется при контроле комбинационных логических устройств и предполагает выделение во множестве их выходов подмножеств, образующих группы монотонно независимых выходов (МН-группы), или же специальное преобразование структуры устройства в контролепригодную структуру, выходы которой образуют одну МН-группу. МН-группы выходов контролируются на основе  $S(m, k)$ -кода [8]. Помимо возможности обнаружения любых монотонных искажений в информационных векторах,  $S(m, k)$ -коды также обнаруживают и любые асимметричные искажения. В [9] определены условия построения систем функционального контроля с обнаружением любых одиночных неисправностей, учитывающие эту особенность кода Бергера.

В литературе известны специальные классы кодов с суммированием, ориентированные на обнаружение ошибок различных видов до определенной их кратности. Часто применяются модульные коды с суммированием, или  $SM(m, k)$ -коды ( $M$  – значение модуля; наиболее часто применяют коды со значением  $M = 4$ ,  $M = 8$  и  $M = 12$ ) [10, 11]. Данные коды не обнаруживают все монотонные ошибки с кратностями  $d = jM$ ,  $j = 1, 2, \dots, \lfloor \frac{m}{M} \rfloor$ , и некоторую долю асимметричных ошибок с кратностями  $d = M + 2j$ ,  $j = 1, 2, \dots, \lfloor \frac{m-M}{2} \rfloor$ ,  $d \leq m$  [12]. Такие коды отнесем к  $d_v$ - $UED(m, k)$  и  $d_\alpha$ - $AED(m, k)$  кодам<sup>1</sup>, где  $d_v$  и  $d_\alpha$  обозначают минимальные кратности необнаруживаемых кодами монотонных и асимметричных ошибок соответственно. Введем обозначение кода, совмещающее оба отмеченных свойства –  $d_v, d_\alpha$ - $UAED(m, k)$ -код. Так как коды Бергера обнаруживают любые монотонные и асимметричные ошибки, то они являются  $UAED(m, k)$ -кодами.

В [13] показано, что  $S(m, k)$  и  $SM(m, k)$  коды имеют следующую важную особенность: ими не обнаруживается 100% симметричных ошибок в информационных векторах. Это обстоятельство влияет на то, что в классе необнаруживаемых данными кодами ошибок оказывается большое количество ошибок малой кратностью, например, 50% двукратных и 37,5% четырехкратных ошибок. Таким образом, возникает задача улучшения характеристик обнару-

---

<sup>1</sup>  $UED(m, k)$  – unidirectional error-detection code;  $AED(m, k)$  – asymmetrical error-detection code.

жения данными кодами ошибок в информационных векторах, в особенности, в области малой кратности.

В [14] разработан алгоритм модификации  $S(m, k)$ -кода в  $RS(m, k)$ -код, обладающий улучшенными характеристиками обнаружения ошибок при аналогичном количестве разрядов в контрольных векторах. Применение данного алгоритма модификации при установлении модулей  $M$  позволяет строить модифицированные модульные коды с улучшенными характеристиками обнаружения ошибок [15].

В данной статье описывается еще один способ построения модифицированного кода с суммированием с таким же количеством контрольных разрядов, как и у классического кода Бергера, а также определены условия, при которых разработанный код будет являться  $d_v, d_\alpha$ - $UAED(m, k)$ -кодом с заданными значениями  $d_v$  и  $d_\alpha$ .

## 2. Модульные коды Бергера с одним взвешенным разрядом

Улучшить характеристики обнаружения ошибок по сравнению с классическими кодами Бергера можно за счет установления неравноправия между разрядами информационного вектора путем приписывания им весовых коэффициентов [16]. Как показано в [17], эффективным оказывается даже взвешивание одного из разрядов информационного вектора. Такие коды (коды с суммированием единичных и одного взвешенного разрядов) обозначим как  $WS(m, k, w)$ -коды, где  $w$  – некоторое, заранее выбранное, натуральное число,  $w \geq 2$ .

$WS(m, k, w)$ -коды эффективнее, чем коды Бергера, обнаруживают ошибки в информационных векторах и, что особенно важно, в области ошибок малой кратностью: например,  $WS(m, k, w)$ -кодами обнаруживается примерно вдвое больше двукратных ошибок, чем классическими кодами Бергера [18, 19].

Наилучшими характеристиками обнаружения ошибок в информационных векторах обладает  $WS(m, k, w)$ -код, при построении которого значение веса взвешенного разряда  $w = m$  [20]. У такого кода максимальное значение суммарного веса информационного вектора равно  $m + (m - 1) = 2m - 1$ . Во всех случаях, кроме  $m = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$ , это приводит к увеличению по сравнению с кодом Бергера количества контрольных разрядов на единицу. В итоге, часть контрольных векторов, как и у кода Бергера, не формируется, что снижает эффективность использования разрядов контрольных векторов и усложняет процедуру построения полностью самопроверяемых генераторов кодов [8].

$WS(m, k, w)$ -код с таким же количеством разрядов в контрольных векторах, как и у кода Бергера, может быть построен при условии соблюдения следующего соотношения [20]:

$$(1) \quad w + (m - 1) \leq 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil} - 1.$$

Другими словами, значение веса  $WS(m, k, w)$ -кода для того, чтобы длина контрольного вектора была такой же, как и у кода Бергера, для данной длины

информационного вектора, должно удовлетворять неравенству:

$$(2) \quad w \leq 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil} - m.$$

Например, при  $m = 5$  имеем  $w \leq 2^{\lceil \log_2(5+1) \rceil} - 5 = 3$ . Таким образом, взвесить один разряд можно двумя способами — числами  $w = 2$  и  $w = 3$ . В противном случае взвешенный код с суммированием будет иметь большее количество контрольных разрядов, чем код Бергера.

Эффективность использования разрядов контрольных векторов  $WS(m, k, w)$ -кодами можно улучшить за счет применения модуля, который используется при определении суммарного веса информационного вектора [21]. Значения разрядов контрольных векторов получают по следующим правилам.

*Алгоритм 1.* Правила получения значений разрядов контрольных векторов модульного кода Бергера с одним взвешенным информационным разрядом:

1. Устанавливается значение модуля  $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil}$ .

2. Произвольно выбирается взвешиваемый разряд информационного вектора и фиксируется значение его весового коэффициента  $w \in \{2; 3; \dots; 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil} - 1\}$ .

3. Вычисляется значение суммарного веса единичных разрядов информационных векторов:

$$(3) \quad W = \sum_{i=1}^m w_i f_i,$$

где  $f_i$  — значение  $i$ -го разряда информационного вектора.

4. Определяется наименьший неотрицательный вычет числа  $W$  по модулю  $M$ :

$$(4) \quad W_M = W \pmod{M}.$$

5. Значение числа  $W_M$  представляется в двоичном виде и записывается в разряды контрольного вектора.

Получаемые таким образом коды с суммированием назовем модульными кодами Бергера с одним взвешенным разрядом и обозначим как  $WSM(m, k, w)$ -коды.  $WSM(m, k, w)$ -коды, также как и коды Бергера, имеют избыточность  $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$ .

Для примера в табл. 1 задан  $WS8(4, 3, 6)$ -код, у которого взвешен старший информационный разряд.

Взвешивание разряда информационного вектора приводит к перераспределению информационных векторов между контрольными векторами по сравнению с распределением векторов для классического кода Бергера (табл. 2). Информационные векторы классического кода Бергера при взвешивании одного разряда сдвигаются вправо в таблице распределения. При этом сдвигается ровно половина информационных векторов в группы с номерами  $w + r - 1$ , где  $r$  — истинный вес информационного вектора. Достигнув

**Таблица 1.**  $WS8(4, 3, 6)$ -код

№	Разряды информационного вектора				$W$	$W(\text{mod } 8)$	Разряды контрольного вектора		
	$f_4$ $w_4 = 6$	$f_3$ $w_3 = 1$	$f_2$ $w_2 = 1$	$f_1$ $w_1 = 1$			$g_3$	$g_2$	$g_1$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
2	0	0	1	0	1	1	0	0	1
3	0	0	1	1	2	2	0	1	0
4	0	1	0	0	1	1	0	0	1
5	0	1	0	1	2	2	0	1	0
6	0	1	1	0	2	2	0	1	0
7	0	1	1	1	3	3	0	1	1
8	1	0	0	0	6	6	1	1	0
9	1	0	0	1	7	7	1	1	1
10	1	0	1	0	7	7	1	1	1
11	1	0	1	1	8	0	0	0	0
12	1	1	0	0	7	7	1	1	1
13	1	1	0	1	8	0	0	0	0
14	1	1	1	0	8	0	0	0	0
15	1	1	1	1	9	1	0	0	1

**Таблица 2.** Распределения информационных векторов между контрольными векторами в  $S(4, 3)$  и  $WS8(4, 3, 6)$ -кодах

Контрольные группы							
000	001	010	011	100	101	110	111
Информационные векторы $S(4, 3)$ -кода							
0000	0001	0011	0111	1111			
	0010	0101	1011				
	0100	0110	1101				
	1000	1001	1110				
		1010					
		1100					
Информационные векторы $WS8(4, 3, 6)$ -кода							
0000	0001	0011	0111			1000	1001
1011	0010	0101					1010
1101	0100	0110					1100
1110	1111						

«граничной» группы с весом, равным  $\log_2 M$ , вектор с весом  $W = w + r - 1$  при изменении значения весового коэффициента продолжает сдвигаться, начиная с нулевой группы (контрольной группы  $\langle 00 \dots 00 \rangle$ ). Такое перераспределение приводит к уменьшению количества информационных векторов в части контрольных групп, что, в свою очередь, приводит к уменьшению

количества необнаруживаемых кодом ошибок. Так, например,  $S(4, 3)$ -кодом не обнаруживаются 54 симметричные ошибки (48 двукратных и 6 четырехкратных), а  $WS8(4, 3, 6)$ -кодом – 36 ошибок (24 двукратные симметричные ошибки и 12 трехкратных монотонных ошибок).

Взвешенным может быть любой разряд информационного вектора, причем, значение весового коэффициента  $w$  может быть любым натуральным числом. Однако количество  $WSM(m, k, w)$ -кодов с различными характеристиками обнаружения ограничено.

*Утверждение 1. Характеристики обнаружения ошибок  $WSM(m, k, w)$ -кодами не зависят от того, какой из разрядов информационного вектора взвешен, а зависят только от значения весового коэффициента.*

Это следует из того факта, что при рассмотрении характеристик обнаружения ошибок кодами с суммированием анализируются возникающие необнаруживаемые искажения на полном множестве информационных векторов – анализируются  $2^m$  информационных векторов. Поскольку каждый из разрядов в таком случае в  $2^{m-1}$  информационных векторах принимает нулевое значение и в таком же количестве информационных векторов – единичное значение, то свойства кода определяются только тем, каково значение весового коэффициента.

Существует еще одно ограничение на количество способов построения кодов с суммированием с различными характеристиками обнаружения ошибок в информационных векторах.

*Утверждение 2. Для данного значения длины информационного вектора существует ровно  $M - 1 = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1} - 1$  вариант построения модульно взвешенных кодов с суммированием (включая код Бергера при  $w = 1$ ) с различными характеристиками обнаружения ошибок в информационных векторах.*

Справедливость формулировки положения утверждения 2 вытекает из особенностей определения наименьших неотрицательных вычетов для значений весовых коэффициентов. Количество способов построения кодов зависит от того, какое значение можно приписать взвешенному разряду. Существует ограничение  $w \neq M$ . Если  $w = M$  имеем:

$$\begin{aligned} W \pmod{M} &= (m - 1 + M) \pmod{M} = (m - 1) \pmod{M} + M \pmod{M} = \\ &= (m - 1) \pmod{M} + 0 = (m - 1) \pmod{M}. \end{aligned}$$

Другими словами, если  $w = M$ , то значение взвешенного разряда не контролируется разрядами контрольного вектора. Например, если взвешен старший разряд в информационном векторе, то возможны необнаруживаемые одиночные искажения, переводящие векторы  $\langle 0f_m f_{m-1} \dots f_2 f_1 \rangle$  и  $\langle 1f_{m-1} \dots f_2 f_1 \rangle$  друг в друга. Это нарушает свойство помехоустойчивости кода.

Поскольку  $w \pmod{M} = (w + jM) \pmod{M}$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , то свойства обнаружения ошибок у  $WSM(m, k, w)$ -кодов с данными значениями весовых коэффициентов взвешенного разряда будут одинаковыми.

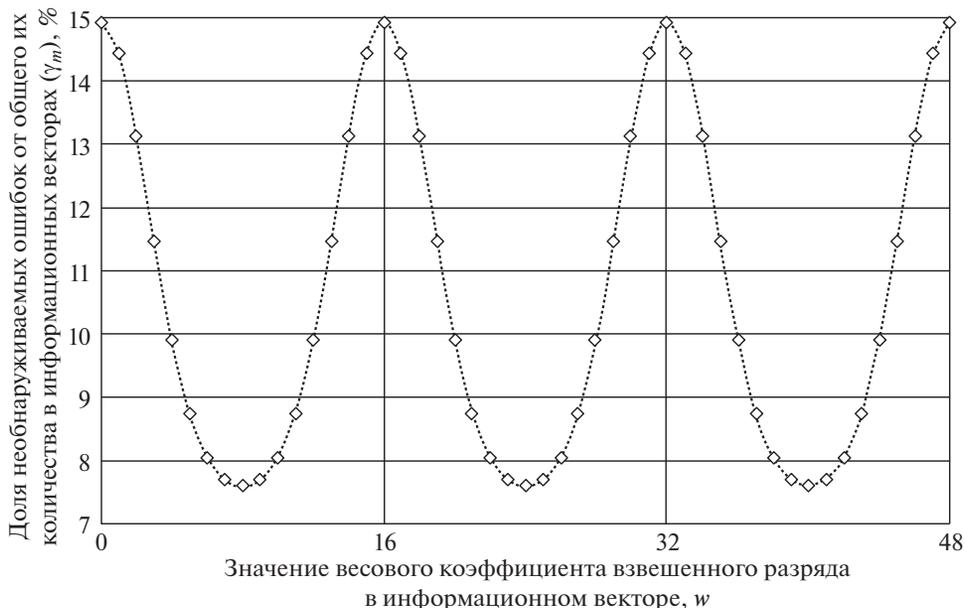


Рис. 1. Зависимость доли необнаруживаемых ошибок от общего их количества в информационных векторах  $WSM(15, k, w)$ -кодов при увеличении значения  $w$ .

На рис. 1 точками показаны значения долей необнаруживаемых  $WSM(15, 4, w)$ -кодами ошибок от общего количества ошибок в информационных векторах (величины  $\gamma_m$ , %) при различных значениях  $w \in \{0; 48\}$ . Коды со значениями весового коэффициента  $w = jM$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots$ , не являются помехоустойчивыми. Коды со значениями  $w = 1 + jM$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , являются классическими кодами Бергера.

Из графика на рис. 1 следует, что до определенного значения весового коэффициента происходит уменьшение общего количества необнаруживаемых  $WSM(m, k, w)$ -кодами ошибок (величины  $N_m$ ) в информационных векторах, а по его достижении происходит постепенное увеличение величины  $N_m$ . Подобная особенность  $WSM(m, k, w)$ -кодов связана с распределением информационных векторов между всеми контрольными векторами (на контрольные группы). Например, в табл. 3 приведены распределения информационных векторов на контрольные группы для всех  $WSM(5, 3, w)$ -кодов с различными характеристиками обнаружения ошибок.

Рассмотрим последовательное увеличение значения весового коэффициента от величины  $w = 1$  до величины  $w = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1} - 1 = 7$  и принцип распределения информационных векторов в контрольные группы при построении  $WSM(m, k, w)$ -кодов.

В табл. 3 информационные векторы  $WSM(5, 3, w)$ -кодов разделены на две группы: «неизменяемая часть» — те информационные векторы, которые не меняют своего положения относительно «базового» распределения для кода Бергера; «перераспределенные векторы» — информационные векто-

**Таблица 3.** Распределения информационных векторов между контрольными векторами

Контрольные группы							
000	001	010	011	100	101	110	111
Неизменяемая часть распределения информационных векторов							
00000	00001	00011	00111	01111			
	00010	00101	01011				
	00100	00110	01101				
	01000	01001	01110				
	10000	01010					
		01100					
Расположение информационных векторов при взвешивании старшего разряда							
$w = 1$							
		10001	10110	10111	11111		
		10010	11001	11011			
		10100	11010	11101			
		11000	11100	11110			
			10011				
			10101				
$w = 2$							
		10000	10001	10011	10111	11111	
			10010	10101	11011		
			10100	10110	11101		
			11000	11001	11110		
				11010			
				11100			
$w = 3$							
			10000	10001	10011	10111	11111
				10010	10101	11011	
				10100	10110	11101	
				11000	11001	11110	
					11010		
					11100		
$w = 4$							
11111				10000	10001	10011	10111
					10010	10101	11011
					10100	10110	11101
					11000	11001	11110
						11010	
						11100	

**Таблица 3.** (продолжение)

$w = 5$							
10111	11111				10000	10001	10011
11011						10010	10101
11101						10100	10110
11110						11000	11001
							11010
							11100
$w = 6$							
10011	10111	11111				10000	10001
10101	11011						10010
10110	11101						10100
11001	11110						11000
11010							
11100							
$w = 7$							
10001	10011	10111	11111				10000
10010	10101	11011					
10100	10110	11101					
11000	11001	11110					
	11010						
	11100						

ры, которые были сдвинуты в контрольные группы, соответствующие весу  $r^* = r + w \pmod{M} - 1$  ( $r$  – истинный вес информационного вектора) относительно распределения для кода Бергера. При  $w = 1$  рассматриваемый код является кодом Бергера. Взвешивание старшего разряда числом  $w = 2$  дает сдвиг всех векторов  $\langle 1 \sim \sim \sim \rangle$  в контрольные группы с весом  $r^* = r + 1$ . Так как сдвигается половина информационных векторов, то сдвиг обуславливает уменьшение количества необнаруживаемых симметричных ошибок примерно вдвое (симметричные ошибки возникают только при переходе векторов с одинаковым истинным весом друг в друга). Так как значение веса  $r^*$  становится отличным от значения истинного веса информационных векторов контрольной группы, то переходы между векторами с различным весом будут иметь кратность  $d \geq 3$ . Все соответствующие ошибки будут принадлежать к классу асимметричных ошибок. Причем, их количество будет постепенно уменьшаться при увеличении значения весового коэффициента до величины  $w = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil} - m$  (см. формулу 2). Это следует из того факта, что с увеличением значения весового коэффициента будут постепенно заполняться пустые контрольные группы в таблице распределения. Так будет происходить до достижения «граничного» значения максимального суммарного веса информационного вектора при  $w = 3$ .

С увеличением значения весового коэффициента от величины  $w = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil} - m + 1$  начинают появляться монотонные необнаруживаемые ошибки, что связано с подсчетом вычета по модулю  $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$ . При

этом количество асимметричных необнаруживаемых ошибок будет продолжать уменьшаться при увеличении значения  $w$  до величины  $w = \frac{M}{2}$  (с дальнейшим увеличением значения  $w$  количество асимметричных необнаруживаемых ошибок вновь начнет возрастать). При  $w = 4$  в  $WSM(5, 3, w)$ -кодах появляются необнаруживаемые монотонные ошибки только кратностью  $d = 5$ , при  $w = 5$  — необнаруживаемые монотонные ошибки только кратностью  $d = 4$ , и т.д. При  $w = 7$  кодом с суммированием не будут обнаруживаться некоторые монотонные ошибки с кратностью  $d = 2$ . При  $w = 8$  в силу того, что  $M = 8$ , значение старшего разряда информационного вектора контролироваться не будет, что обуславливает появление  $2^5 = 32$  одиночных необнаруживаемых ошибок. При последующем увеличении значения  $w$  характеристики обнаружения ошибок кодами начинают повторяться с характеристиками уже рассмотренных кодов.  $WSM(m, k, w)$ -коды со значениями весовых коэффициентов  $w$  и  $w + jM$  ( $j = 1, 2, \dots$ ) имеют одинаковые характеристики обнаружения ошибок в информационных векторах.

### 3. Генераторы $WSM(m, k, w)$ -кодов

Рассмотрим особенности реализации генераторов кодовых слов  $WSM(m, k, w)$ -кодов. Данные структуры реализуются в виде счетчиков единичных и взвешенных весовых коэффициентов в кольце вычетов по модулю  $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil}$ . При этом один из вариантов реализации генератора состоит в следующем (рис. 2). Предварительно преобразовывается значение веса взвешенного разряда в двоичное число, а из  $m - 1$  единичных информационных разрядов формируются первичные двоичные числа с числом разрядов  $\log_2 M$ . На следующем каскаде осуществляется сложение полученных двоичных чисел в кольце вычетов по модулю  $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil}$ .

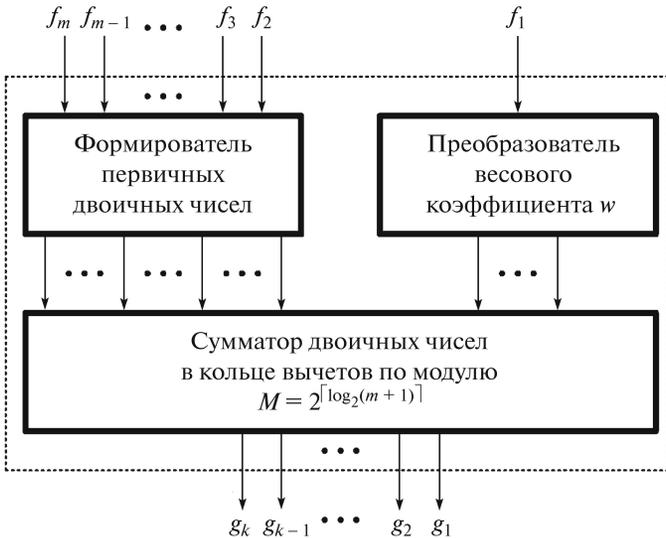


Рис. 2. Организационная структура генератора  $WSM(m, k, w)$ -кода.

**Таблица 4.** Характеристики сложности реализации генераторов кодов с суммированием

$w$	Число функциональных элементов			Удельное количество транзисторов в генераторе	$w, \%$
	$FA$	$HA$	$XOR$		
$WS16(14, 5, w)$ -коды					
1	9	9	2	303	100
2	9	8	2	294	97,03
3	10	8	2	318	104,95
4	9	7	2	285	94,059
5	10	8	2	318	104,95
6	10	7	2	309	101,98
7	11	7	2	333	109,901
8	9	6	2	276	91,089
9	9	9	3	306	100,99
10	10	7	3	312	102,97
11	10	8	3	321	105,941
12	10	6	3	303	100
13	10	8	3	321	105,941
14	11	6	3	327	107,921
15	11	7	3	336	110,891
$WS16(15, 5, w)$ -коды					
1	10	8	2	318	100
2	10	7	2	309	97,17
3	11	7	2	333	104,717
4	10	6	2	300	94,34
5	11	7	2	333	104,717
6	11	6	2	324	101,887
7	12	6	2	348	109,434
8	10	5	2	291	91,509
9	10	8	3	321	100,943
10	11	6	3	327	102,83
11	11	7	3	336	105,66
12	11	5	3	318	100
13	11	7	3	336	105,66
14	12	5	3	342	107,547
15	12	6	3	351	110,377

Усложнение генератора  $WSM(m, k, w)$ -кода по сравнению с генератором  $S(m, k)$ -кода, реализованного по тому же методу, будет определяться значением весового коэффициента взвешенного разряда. При нечетных значениях  $w$  генератор  $WSM(m, k, w)$ -кода будет всегда сложнее генератора  $S(m, k)$ -кода, что связано с наличием значащего младшего разряда в двоичном представлении числа  $w$ . Это усложнение, как показывают исследования, не превышает

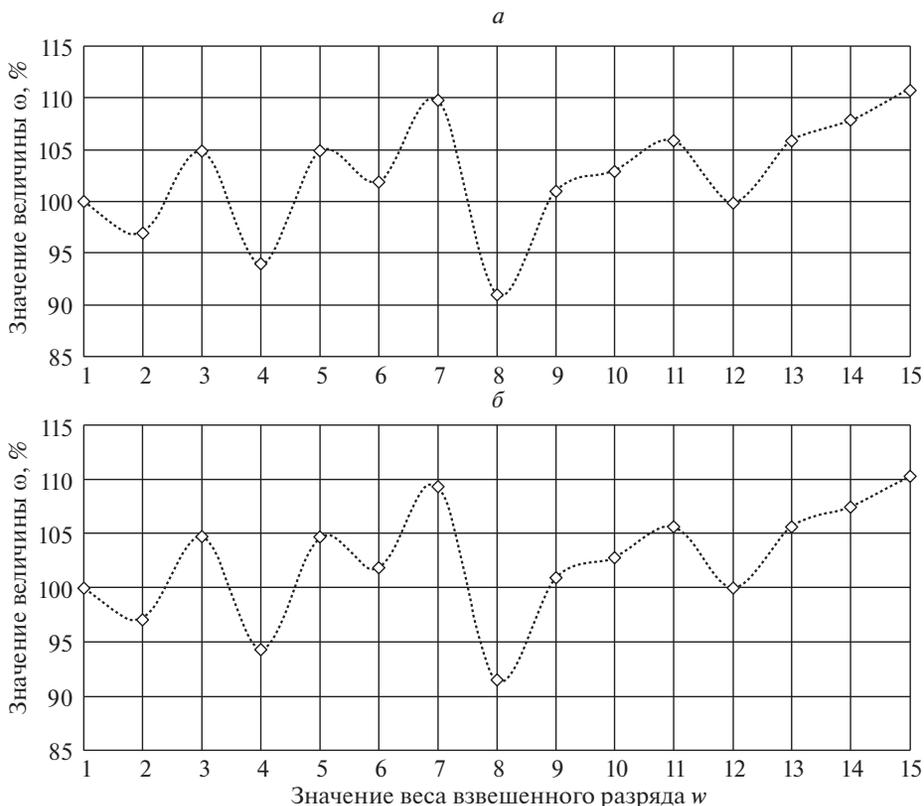


Рис. 3. Значения величины  $\omega$ : *a* — для  $WS16(14, 5, w)$ -кодов; *б* — для  $WS16(15, 5, w)$ -кодов.

20% от сложности реализации генератора кода Бергера. При четных значениях  $w$  генератор  $WSM(m, k, w)$ -кода будет во многих случаях иметь более простую структуру, чем генератор  $S(m, k)$ -кода. Чем меньше значащих разрядов в двоичном представлении числа  $w$ , тем проще будет и реализация. Для примера в таблице приводятся данные о сложности реализации генераторов кодов с суммированием при  $m = 14$  и  $m = 15$ . Генераторы реализованы на стандартных сумматорах единиц. В табл. 4 рассчитан удельный показатель сложности реализации — по числу транзисторов в составе элементов для наиболее простой реализации по КМОП-технологии (полный сумматор (FA) — 24 транзистора, полусумматор (HA) — 9 транзисторов и сумматор по модулю два (XOR) — 3 транзистора).

На рис. 3 сравнения дается график зависимости отношения сложности генератора  $WSM(m, k, w)$ -кода к сложности генератора кода Бергера (величины  $\omega$ , %) от значения  $w$  для семейств кодов при  $m = 14$  и  $m = 15$ .

#### 4. Характеристики модульных кодов Бергера с одним взвешенным разрядом

С использованием специального программного обеспечения, разработанного авторами по алгоритмам анализа табличной формы задания кода (см.

**Таблица 5.** Характеристики обнаружения ошибок по кратностям в  $WS16(10, 4, w)$ -кодах

$w$	Количество необнаруживаемых ошибок кратностью $d$										$N_m$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0	23040	0	80640	0	67200	0	12600	0	252	183732
2	0	18432	9216	48384	32256	26880	20160	2520	2016	0	159864
3	0	18432	0	59136	0	47040	0	8568	0	168	133344
4	0	18432	0	48384	8064	26880	8064	2520	1008	0	113352
5	0	18432	0	48384	0	30912	0	4536	0	72	102336
6	0	18432	0	48384	0	26880	1344	2520	288	0	97848
7	0	18432	0	48384	0	26880	0	2808	0	20	96524
8	0	18432	0	48384	0	26880	0	2520	72	0	96288
9	0	18432	0	48384	0	26880	0	2808	0	20	96524
10	0	18432	0	48384	0	26880	1344	2520	288	0	97848
11	0	18432	0	48384	0	30912	0	4536	0	72	102336
12	0	18432	0	48384	8064	26880	8064	2520	1008	0	113352
13	0	18432	0	59136	0	47040	0	8568	0	168	133344
14	0	18432	9216	48384	32256	26880	20160	2520	2016	0	159864
15	0	23040	0	80640	0	67200	0	12600	0	252	183732
16	1024	18432	18432	48384	48384	26880	26880	2520	2520	0	193456

табл. 2 и 3), были рассчитаны числа необнаруживаемых ошибок по их видам и кратностям для  $WSM(m, k, w)$ -кодов с длинами информационных векторов  $m = 4 \div 20$ . Таблицы 5 и 6 являются примерами подобных характеристических таблиц.

Подробный анализ характеристических таблиц позволил установить ключевые закономерности, присущие рассматриваемому классу кодов с суммированием:

1. Общее количество необнаруживаемых ошибок по каждой кратности для  $WSM(m, k, w)$ -кодов с данной длиной информационного вектора одинаково при значениях весовых коэффициентов  $w = t$  и  $w = M - t$ ,  $t \in \{1; \frac{M}{2}\}$ .

2. Минимальное общее количество необнаруживаемых ошибок в информационных векторах имеет  $WSM(m, k, w)$ -код со значением  $w = \frac{M}{2}$ .

3.  $WSM(m, k, w)$ -коды со значениями весовых коэффициентов  $w \leq M - m$  обнаруживают любые монотонные ошибки в информационных векторах.

4.  $WSM(m, k, w)$ -коды со значениями весовых коэффициентов  $w > M - m$  обнаруживают любые монотонные ошибки, за исключением монотонных ошибок кратностью  $d = M + 1 - w$ .

5.  $WSM(m, k, w)$ -кодами при фиксированной длине информационного вектора вне зависимости от значения весового коэффициента не обнаруживается одинаковое количество симметричных ошибок в информационных векторах по каждой четной кратности.

6.  $WSM(m, k, w)$ -коды при значениях длин информационных векторов  $m = 2^j$  ( $j = 1, 2, \dots$ ) и  $w = \{\frac{M}{2}; \frac{M}{2} + 1; \frac{M}{2} + 2\}$ , а также при значениях

Таблица 6. Характеристики обнаружения ошибок по видам в  $WS16(10, 4, w)$ -кодах

$w$	Количество необнаруживаемых монотонных ошибок кратностью $d$										$N_m^v$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1 ÷ 6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
8	0	0	0	0	0	0	0	0	36	0	36
9	0	0	0	0	0	0	0	288	0	0	288
10	0	0	0	0	0	0	1344	0	0	0	1344
11	0	0	0	0	0	4032	0	0	0	0	4032
12	0	0	0	0	8064	0	0	0	0	0	8064
13	0	0	0	10752	0	0	0	0	0	0	10752
14	0	0	9216	0	0	0	0	0	0	0	9216
15	0	4608	0	0	0	0	0	0	0	0	4608
16	1024	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1024

$w$	Количество необнаруживаемых симметричных ошибок кратностью $d$										$N_m^\sigma$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0	23040	0	80640	0	67200	0	12600	0	252	183732
2 ÷ 16	0	18432	0	48384	0	26880	0	2520	0	0	96216

$w$	Количество необнаруживаемых асимметричных ошибок кратностью $d$										$N_m^\alpha$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	9216	0	32256	0	20160	0	2016	0	63648
3	0	0	0	10752	0	20160	0	6048	0	168	37128
4	0	0	0	0	8064	0	8064	0	1008	0	17136
5	0	0	0	0	0	4032	0	2016	0	72	6120
6	0	0	0	0	0	0	1344	0	288	0	1632
7	0	0	0	0	0	0	0	288	0	18	306
8	0	0	0	0	0	0	0	0	36	0	36
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	20
10	0	0	0	0	0	0	0	0	288	0	288
11	0	0	0	0	0	0	0	2016	0	72	2088
12	0	0	0	0	0	0	8064	0	1008	0	9072
13	0	0	0	0	0	20160	0	6048	0	168	26376
14	0	0	0	0	32256	0	20160	0	2016	0	54432
15	0	0	0	32256	0	40320	0	10080	0	252	82908
16	0	0	18432	0	48384	0	26880	0	2520	0	96216

$m = 2^j + 1$  ( $j = 1, 2, \dots$ ) и  $w = \frac{M}{2} = m$  обнаруживают любые асимметричные ошибки в информационных векторах.

7.  $WSM(m, k, w)$ -коды обнаруживают любые асимметричные ошибки кратностью  $d < w + 1$  при  $w \leq \frac{M}{2} + 1$  и  $d < M - w + 3$  при  $w > \frac{M}{2} + 1$  и

не обнаруживают некоторую долю асимметричных ошибок кратностью  $d = w + 1 + 2j$ ,  $j = 0, 1, \dots$  ( $d \leq m$ ) при  $w \leq \frac{M}{2} + 1$  и  $d = M - w + 3 + 2j$ ,  $j = 0, 1, \dots$  ( $d \leq m$ ) при  $w > \frac{M}{2} + 1$ .

8.  $WSM(m, k, w)$ -коды имеют одинаковое количество двукратных необнаруживаемых ошибок в информационных векторах при  $w \in \{2; 3; \dots; M - 2\}$ , меньшее, чем у классических кодов Бергера; причем эти ошибки относятся к виду симметричных.

9.  $WSM(m, k, w)$ -коды при  $m \geq 4$ , в отличие от классических кодов Бергера, обнаруживают примерно половину симметричных ошибок.

10.  $WSM(m, k, w)$ -коды с четными значениями  $m$  при любом значении  $w \geq 2$  обнаруживают любые симметричные ошибки максимальной кратностью  $d = m$ .

$WSM(m, k, w)$ -коды по сравнению с классическими кодами Бергера имеют улучшенные характеристики обнаружения симметричных ошибок в информационных векторах.

Практически все  $WSM(m, k, w)$ -коды относятся к  $d_v, d_\alpha$ - $UAED(m, k)$ -кодам. Параметры  $d_v$  и  $d_\alpha$  для  $WSM(m, k, w)$ -кодов определяются следующим образом. При значениях весового коэффициента  $w \in \{2; 3; \dots; M - m\}$   $WSM(m, k, w)$ -коды обнаруживают любые монотонные ошибки в информационных векторах, на этом же интервале данные коды являются  $d_\alpha$ - $AED(m, k)$ -кодами, причем при  $w \in \{2; 3; \dots; \frac{M}{2} + 1\}$  параметр  $d_\alpha = w + 1$ , а при  $w \in \{\frac{M}{2} + 2; \frac{M}{2} + 3; \dots; M - m\}$  —  $d_\alpha = M - w + 3$ . При значениях весового коэффициента  $w \in \{\frac{M}{2} + 1; \frac{M}{2} + 2; \dots; M\}$   $WSM(m, k, w)$ -коды являются  $d_v, d_\alpha$ - $UAED(m, k)$ -кодами с параметрами  $d_v = M + 1 - w$  и  $d_\alpha = M - w + 3$ .

Таким образом, построены  $WSM(m, k, w)$ -коды, которые при определенных значениях  $w$ , также как и классические коды Бергера, обнаруживают любые монотонные и любые асимметричные ошибки, и кроме того, обнаруживают практически половину общего количества симметричных ошибок в информационных векторах.

## 5. Применение модульных кодов Бергера с одним взвешенным разрядом при организации контроля логических устройств

$WSM(m, k, w)$ -коды могут, как и классические коды Бергера, использоваться при решении задач технической диагностики в процессе разработки и эксплуатации контролепригодных дискретных систем. Одним из направлений их использования является организация систем функционального контроля (СФК) комбинационных логических устройств [2, 3].

В системе функционального контроля исходное логическое устройство (объект диагностирования) снабжается специализированной схемой контроля, позволяющей в процессе эксплуатации системы косвенно по результатам вычислений фиксировать техническое состояние объекта диагностирования [23]. Схема контроля при этом реализуется на принципе дополнения реализуемого на выходах объекта диагностирования информационного вектора контрольным вектором заранее выбранного разделимого кода [8]. От свойств

**Таблица 7.** Параметры  $WS16(10, 4, w)$ -кодов

$w$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$d_v$	∅	∅	∅	∅	∅	∅	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$d_\alpha$	∅	3	4	5	6	7	8	9	10	9	8	7	6	5	4	3

выбранного кода будут зависеть такие важные показатели системы диагностирования, как обнаруживающая способность и структурная избыточность. Рассмотрим особенности применения  $WSM(m, k, w)$ -кодов при организации систем функционального контроля.

Обозначим как  $d_{\max}$  – максимальное количество выходов логического устройства, связанных путями с одним из логических элементов его внутренней структуры. Другими словами, величина  $d_{\max}$  будет соответствовать максимальной кратности, возможной на выходах логического устройства ошибки.

Анализ характеристических таблиц  $WSM(m, k, w)$ -кодов при различных значениях длин информационных векторов (см., например, табл. 6) позволяет установить следующую особенность данных кодов.

*Утверждение 3.* На выходах логического устройства будут обнаруживаться любые монотонные и асимметричные ошибки в системе функционального контроля на основе  $WSM(m, k, w)$ -кода при условии, что:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} d_{\max} \leq \frac{M}{2}; \\ w \in \{d_{\max}, d_{\max} + 1, \dots, M - d_{\max}\}. \end{array} \right.$$

Например, если логическое устройство имеет  $m = 10$  выходов и максимальная кратность ошибки на выходах определяется величиной  $d_{\max} = 5$ , то для контроля может быть использован  $WS16(10, 4, w)$ -код со значением  $w = 5 \div 11$ . Использование такого кода обеспечит обнаружение на выходах устройства любых монотонных и асимметричных ошибок. В самом деле, из табл. 6 следует, что данный код обнаруживает все монотонные ошибки при значениях  $w = 1 \div 11$ , а все асимметричные ошибки — при значениях  $w = 5 \div 13$ . Для удобства анализа параметры  $d_v$  и  $d_\alpha$  для семейства  $WS16(10, 4, w)$ -кодов сведены в табл. 7.

При выборе  $WSM(m, k, w)$ -кода также могут отдельно учитываться максимальные значения монотонных и асимметричных ошибок — числа  $d_{\max, v}$  и  $d_{\max, \alpha}$ . Например, для устройства с  $m = 10$  выходами при значении  $d_{\max} = 5$  и при  $d_{\max, v} = 5$  и  $d_{\max, \alpha} = 3$  диапазон допустимых значений весового коэффициента  $w$  можно расширить до  $w = 3 \div 11$ . Это на практике может дать уменьшение сложности реализации кодирующих устройств и схемы контроля.

Свойства рассматриваемых кодов с фиксированными значениями кратностей необнаруживаемых ошибок позволяют предложить дальнейшее развитие метода обеспечения 100%-ного обнаружения одиночных неисправностей логического устройства за счет преобразования его исходной структуры, который развит в [24–27]. В этом случае строится СФК на основе кода Бер-

гера. Затем путем анализа внутренней структуры устройства определяются логические элементы, неисправности которых не обнаруживаются в СФК. Резервируются выявленные элементы (а также при необходимости другие элементы) таким образом, чтобы обеспечить обнаружение всех одиночных неисправностей.

Рассмотрим следующий подход к решению данной задачи. Обозначим через  $Q$  множество логических элементов комбинационного устройства.

*Алгоритм 2.* Способ построения СФК комбинационного логического устройства.

1. При помощи метода [8, 28] определяется множество логических элементов  $Q_0 \subset Q$ , неисправности которых искажают только один выход.

2. При помощи метода [25, 26] определяется множество  $Q_v \subset \{Q \setminus Q_0\}$  логических элементов, неисправности которых вызывают на выходах схемы монотонные искажения.

3. При помощи метода [9] определяется множество  $Q_\alpha \subset \{(Q \setminus Q_0) \setminus Q_v\}$  логических элементов, неисправности которых вызывают на выходах схемы асимметричную ошибку.

4. Определяется множество  $Q_\sigma$  логических элементов, не вошедших в подмножества  $Q_0$ ,  $Q_v$  и  $Q_\alpha$ , неисправности которых вызывают на выходах схемы симметричную ошибку.

5. Для рассматриваемого устройства определяется параметр  $d_{\max}$  и выбирается  $WSM(m, k, w)$ -код, удовлетворяющий условию (8).

6. Строится СФК на основе выбранного кода.

7. Моделируется работа СФК при внесении в устройство одиночных неисправностей элементов из множества  $Q_\sigma$ .

8. Составляется множество  $Q_\sigma^* \subset Q_\sigma$  логических элементов, для которых моделирование показало, что их неисправности не обнаруживаются в построенной СФК.

9. Осуществляется преобразование исходной структуры логического устройства на основе резервирования элементов из множества  $Q_\sigma^*$  при помощи методов, изложенных в [25, 26].

Как отмечалось ранее,  $WSM(m, k, w)$ -коды обнаруживают примерно 50% симметричных ошибок. Поэтому в СФК на основе  $WSM(m, k, w)$ -кода обнаруживаются неисправности всех элементов, входящих в подмножества  $Q_0$ ,  $Q_v$  и  $Q_\alpha$ , а также определенная часть неисправностей из подмножества  $Q_\sigma$ . Так как последние не обнаруживаются при применении кода Бергера, то предложенный подход обеспечивает уменьшение избыточности при преобразовании исходной структуры устройства по сравнению с известными методами [24–27].

Рассмотрим для примера приведенное на рис. 4 логическое устройство с  $m = 10$  выходами. Схема устройства является двухуровневой, а отказы элементов  $G_1 \div G_8$  первого каскада влияют сразу же на несколько выходов самого устройства, что вызывает ошибки различных видов и кратностей. Анализ схемы показывает, что максимальная допустимая кратность монотонной ошибки  $v = 5$  (такие ошибки могут быть вызваны отказами элемента  $G_5$ ), а асимметричной —  $\alpha = 3$  (такие ошибки могут быть вызваны отказами эле-

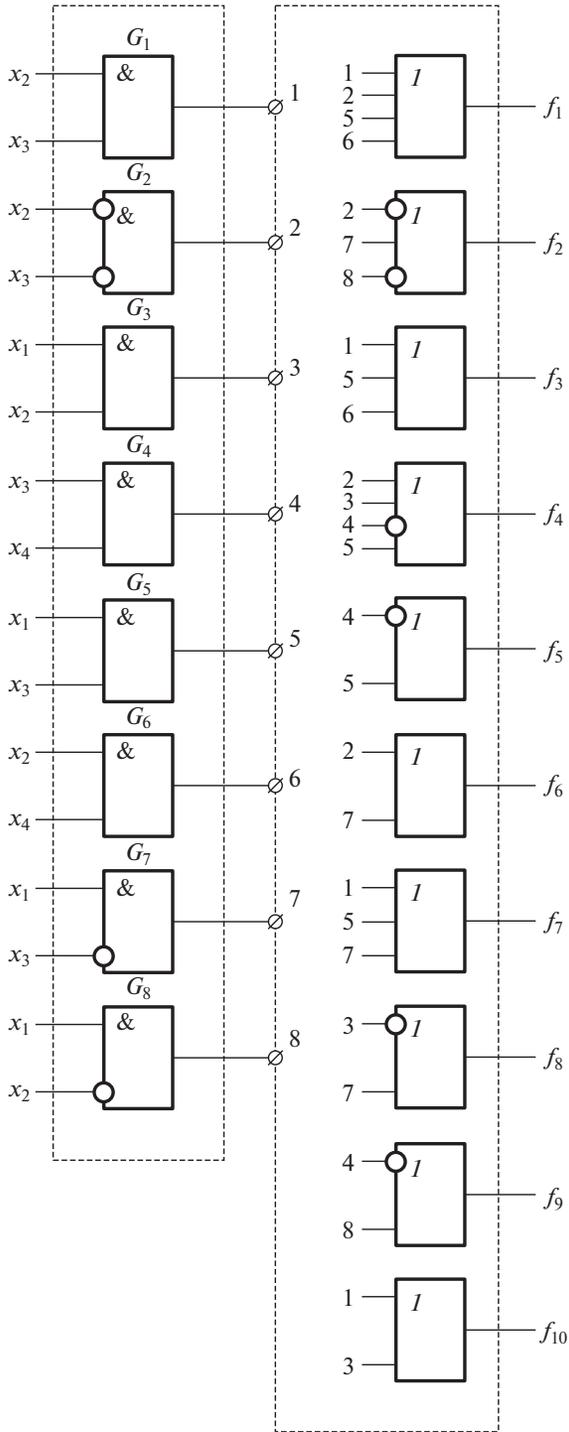


Рис. 4. Комбинационное логическое устройство.

ментов  $G_2$  и  $G_3$ ). Таким образом,  $d_{\max} = 5$ . Анализ схемы устройства также показал, что отказы элементов  $G_2$ ,  $G_3$  и  $G_8$  вызывают на выходах схемы на некоторых входных наборах симметричные ошибки. Такие ошибки не будут обнаружены классическими кодами Бергера, а значит, для решения задачи обеспечения обнаружения любых одиночных неисправностей потребуется резервировать все три элемента. Если же при организации системы функционального контроля учесть особенности обнаружения ошибок  $WSM(m, k, w)$ -кодами и, например, использовать для контроля  $WS16(10, 4, w)$ -код со значением  $w = 5 \div 11$  и взвесить разряд  $f_2$ , то все симметричные ошибки, вызываемые неисправностями элементов  $G_2$  и  $G_8$ , будут идентифицированы в системе функционального контроля. Потребуется резервирование только элемента  $G_3$ .

Следует отметить, что это только пример особенностей реализации СФК с учетом свойств  $WSM(m, k, w)$ -кодов на случай использования устройств, реализованных на элементарных логических элементах. Однако поскольку речь идет о функциональном принципе описания логических устройств, предложенная методика синтеза СФК может быть использована при их реализации на любой элементной базе. Результаты, полученные в исследованиях  $WSM(m, k, w)$ -кодов, могут быть с практической точки зрения использованы при совершенствовании средств автоматизированного проектирования цифровых систем с учетом возможностей анализа топологий логических устройств и свойств обнаружения ошибок кодами с суммированием. Это, однако, требует дополнительных исследований и адаптации представленного алгоритма в программное обеспечение средств автоматизированного логического проектирования.

## 6. Заключение

Предложенные в статье  $WSM(m, k, w)$ -коды, которые для конкретного значения длины информационного вектора имеют модификации с фиксированными значениями кратностей обнаруживаемых монотонных и асимметричных ошибок, позволяют получить СФК логических устройств с лучшими (по сравнению с кодами Бергера) характеристиками по обнаружению неисправностей. Применение данных кодов обеспечивает обнаружение на выходах устройства не только всех монотонных и асимметричных ошибок (как при применении кода Бергера), но и существенного числа симметричных ошибок. Кроме того, данные коды позволяют строить СФК со 100%-ным обнаружением одиночных неисправностей в логическом устройстве с наименьшей избыточностью, связанной с резервированием элементов в контролируемом устройстве, по сравнению с известными методами.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *McCluskey E.J.* Logic Design Principles: With Emphasis on Testable Semicustom Circuits. N.J.: Prentice Hall PTR, 1986.
2. *Nicolaidis M., Zorian Y.* On-Line Testing for VLSI – A Compendium of Approaches // J. Electron. Testing: Theory Appl. 1998. V. 12. Iss. 1–2. P. 7–20. DOI: 10.1023/A:1008244815697.

3. *Mitra S., McCluskey E.J.* Which Concurrent Error Detection Scheme to Choose? // Proc. Int. Test Conf. 2000, USA, NJ, Atlantic City, NJ, 3–5 October 2000. P. 985–994. DOI: 10.1109/TEST.2000.894311.
4. *Fujiwara E.* Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications. John Wiley & Sons, 2006.
5. *Freiman C.V.* Optimal Error Detection Codes for Completely Asymmetric Binary Channels // Inform. Control. 1962. V. 5. Is. 1. P. 64–71. DOI: 10.1016/S0019-9958(62)90223-1.
6. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.* Классификация ошибок в информационных векторах систематических кодов // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58. № 5. С. 333–343. DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343.
7. *Berger J.M.* A Note on Error Detection Codes for Asymmetric Channels // Inf. Control. 1961. V. 4. Iss. 1. P. 68–73. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
8. *Согомонян Е.С., Слабаков Е.В.* Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. М.: Радио и связь, 1989.
9. *Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Условия обнаружения неисправности логического элемента в комбинационном устройстве при функциональном контроле на основе кода Бергера // АИТ. 2017. № 5. С. 152–165.  
*Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V.* Conditions for Detecting a Logical Element Fault in a Combination Device under Concurrent Checking Based on Berger's Code // Autom. Remote Control. 2017. V. 78. No. 5. P. 891–901. DOI: 10.1134/S0005117917040113.
10. *Piestrak S.J.* Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995.
11. *Das D., Toubia N.A.* Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes // J. Electron. Testing: Theory Appl. 1999. V. 15. Iss. 1–2. P. 145–155. DOI: 10.1023/A:1008344603814.
12. *Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Efanov D.* Modular Sum Code in Building Testable Discrete Systems // Proc. 13 IEEE East-West Design & Test Sympos. (EWDTS'2015), Batumi, Georgia, September 26–29, 2015. P. 181–187. DOI: 10.1109/EWDTS.2015.7493133.
13. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В., Черепанова М.Р.* Модульные коды с суммированием в системах функционального контроля. I // Электронное моделирование. 2016. Т. 38. № 2. С. 27–48.
14. *Блюдов А.А., Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Построение модифицированного кода Бергера с минимальным числом необнаруживаемых ошибок информационных разрядов // Электронное моделирование. 2012. Т. 34. № 6. С. 17–29.
15. *Блюдов А.А., Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* О кодах с суммированием единичных разрядов в системах функционального контроля // АИТ. 2014. № 8. С. 131–145.  
*Blyudov A.A., Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V.* On Codes with Summation of Unit Bits in Concurrent Error Detection Systems // Autom. Remote Control. 2014. V. 75. No. 8. P. 1460–1470. DOI: 10.1134/S0005117914080098.
16. *Das D., Toubia N.A.* Weight-Based Codes and Their Application to Concurrent Error Detection of Multilevel Circuits // Proc. 17 IEEE Test Symposium, California, USA, 1999. P. 370–376.
17. *Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Efanov D., Nikitin D.* Combinational Circuits Checking on the Base of Sum Codes with One Weighted Data Bit // Proc. 12 IEEE

East-West Design & Test Sympos. (EWDTS'2014), Kyev, Ukraine, September 26–29, 2014. P. 126–136. DOI: 10.1109/EWDTS.2014.7027064.

18. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Построение кодов с суммированием с наименьшим количеством необнаруживаемых симметричных ошибок в информационных векторах // Радиоэлектроника и информатика. 2014. № 4. С. 46–55.
19. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Контроль комбинационных схем на основе кодов с суммированием с одним взвешенным информационным разрядом // Автоматика на транспорте. 2016. Т. 2. № 4. С. 564–597.
20. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В., Никитин Д.А. Исследование свойств кодов с суммированием с одним взвешенным информационным разрядом в системах функционального контроля // Электронное моделирование. 2015. Т. 37. № 1. С. 25–48.
21. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl. On Variety of Sum Codes with On-Data Bits and One Weighted Data Bit in Concurrent Error Detection Systems // Proc. 2 Int. Conf. Indust. Engineer., Appl. Manufactur. (ICIEAM), Chelyabinsk, Russia, 19–20 May, 2016. DOI: 10.1109/ICIEAM.2016.7911684.
22. Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля // АиТ. 2010. № 6. С. 155–162.  
Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V. On Summation Code Properties in Functional Control Circuits // Autom. Remote Control. 2010. V. 71. No. 6. P. 1117–1123. DOI: 10.1134/S0005117910060123.
23. Дрозд А.В. Нетрадиционный взгляд на рабочее диагностирование вычислительных устройств // Проблемы управления. 2008. № 2. С. 48–56.
24. Busaba F.Y., Lala P.K. Self-Checking Combinational Circuit Design for Single and Unidirectional Multibit Errors // J. Electron. Testing: Theory Appl. 1994. Iss. 1. P. 19–28. DOI: 10.1007/BF00971960.
25. Morosow A., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V., Goessel M. Self-Checking Combinational Circuits with Unidirectionally Independent Outputs // VLSI Design. 1998. V. 5. Iss. 4. P. 333–345. DOI: 10.1155/1998/20389.
26. Sapozhnikov V.V., Morosov A., Sapozhnikov Vl.V., Göessel M. A New Design Method for Self-Checking Unidirectional Combinational Circuits // J. Electron. Testing: Theory Appl. 1998. V. 12. Iss. 1–2. P. 41–53. DOI: 10.1023/A:1008257118423.
27. Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. Dordrecht: Springer Science+Business Media, 2008.
28. Гессель М., Согомонян Е.С. Построение самотестируемых и самопроверяемых комбинационных устройств со слабозависимыми выходами // АиТ. 1992. № 8. С. 150–160.  
Goessel M., Sogomonyan E.S. Formation of Self-Testing and Self-Checking Combinational Circuits with Weakly Independent Outputs // Autom. Remote Control. 1992. V. 53. No. 8. P. 1264–1272.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии М.Ф. Караваем.*

Поступила в редакцию 28.11.2017

После доработки 23.10.2018

Принята к публикации 08.11.2018