

© 2020 г. А.Н. ЖИРАБОК, д-р техн. наук (zhirabok@mail.ru)
(Дальневосточный федеральный университет, Владивосток;
Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток),
А.В. ЗУЕВ, канд. техн. наук (zuev@dvo.ru)
(Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток;
Университет Иннополис, Иннополис),
А.Е. ШУМСКИЙ, д-р техн. наук (a.e.shumsky@yandex.con)
(Дальневосточный федеральный университет, Владивосток)

ДИАГНОСТИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ: ПОДХОД НА ОСНОВЕ СКОЛЬЗЯЩИХ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ¹

Рассматривается задача функционального диагностирования технических систем, описываемых линейными динамическими моделями, в присутствии возмущений. Для решения задач обнаружения, поиска и идентификации дефектов используется метод на основе скользящих наблюдателей. Предлагаются модификации этого метода, позволяющие ослабить ограничения на его реализацию по сравнению с известными результатами и добиться уменьшения сложности средств диагностирования.

Ключевые слова: линейные системы, диагностирование, идентификация дефектов, скользящие наблюдатели.

DOI: 10.31857/S0005231020020026

1. Введение и постановка задачи

Работа посвящена решению задачи функционального диагностирования (ФД) технических систем в рамках концепции аналитической избыточности. Согласно этой концепции ФД осуществляется путем проверки соотношений, существующих между входами и выходами системы, измеренными на конечном интервале времени. Процесс ФД включает в себя генерацию невязки как результата рассогласования между поведением системы и ее эталонной модели и принятием решений путем оценки полученной невязки.

Задача ФД интенсивно исследуется уже более 30 лет, см., например, обзоры [1–3] и книги [4–7]. Были изучены различные модели технических систем — линейные, полиномиальные, нелинейные, сингулярные, гибридные; разработано несколько методов диагностирования — диагностические наблюдатели, фильтры Калмана, соотношения паритета, идентификация. Одним из методов идентификации является метод, основанный на наблюдателях, использующих особенности скользящих режимов, детально рассмотренных в [8]; для простоты будем далее называть такие наблюдатели скользящими.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 16-19-00046-П (разработан метод построения скользящих наблюдателей) и грантом Президента РФ МК-1987.2018.8 (выполнен синтез наблюдателей для идентификации дефектов).

Скольльзящие наблюдатели используются для решения задачи идентификации дефектов, в линейных [9–11], нелинейных [12–14] и сингулярных системах [15], для оценивания неизмеряемых компонент вектора состояния и внешних возмущений в нелинейных системах [16, 17], для обеспечения отказоустойчивого управления [18], в ряде практических приложений [19–22].

В настоящей работе по аналогии с [9, 10] рассматриваются линейные системы, для которых решается задача идентификации дефектов в присутствии возмущений, но при наложении менее жестких, нежели в [9, 10, 13], ограничений на класс рассматриваемых систем. Кроме того, предлагаемый подход позволяет добиться уменьшения сложности средств диагностирования.

Рассматривается класс систем, описываемых линейной динамической моделью

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) + Dd(t) + L\rho(t), \\ y(t) &= Hx(t), \end{aligned}$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^l$ — векторы состояния, управления и выхода, F , G , H , D и L — постоянные матрицы соответствующих размеров, $d(t) \in \mathbb{R}^q$ — функция, описывающая дефекты: при их отсутствии $d(t) = 0$, после появления дефекта $d(t)$ становится неизвестной ограниченной функцией времени, $\rho(t) \in \mathbb{R}^p$ — возмущение, предполагается, что $\rho(t)$ — неизвестная ограниченная функция времени.

Коротко напомним некоторые положения и результаты из [10, 13], используемые в настоящей работе.

В [10] предполагается, что система (1.1) при $\rho(t) = 0$ удовлетворяет следующим условиям: 1) $q \leq l < n$, 2) $\text{rank}(HD) = q$, 3) инвариантные нули тройки (F, D, H) лежат в \mathbb{C}_- . Известно, что в этих предположениях существует преобразование координат $\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = Tx$ для некоторой невырожденной матрицы T такое, что в новых координатах система описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= F_{11}z_1(t) + F_{12}z_2(t) + G_1u(t), \\ \dot{z}_2(t) &= F_{21}z_1(t) + F_{22}z_2(t) + G_2u(t) + D_2d(t), \\ y(t) &= z_2(t), \end{aligned}$$

где $z_1(t) \in \mathbb{R}^{n-l}$, $z_2(t) \in \mathbb{R}^l$ и матрица F_{11} устойчива. Характерной особенностью преобразованной системы является то, что $\text{rank}(D_2) = q$, функция $d(t)$ входит только во вторую подсистему, а ее вектор выхода совпадает с вектором состояния этой подсистемы; это существенно используется в дальнейшем решении.

Для оценки функции $d(t)$ строится скольльзящий наблюдатель

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_1(t) &= F_{11}\hat{z}_1(t) + F_{12}\hat{z}_2(t) + G_1u(t) - F_{12}e_y(t), \\ \dot{\hat{z}}_2(t) &= F_{21}\hat{z}_1(t) + F_{22}\hat{z}_2(t) + G_2u(t) - (F_{22} - F_{22}^*)e_y(t) + v(t), \\ \hat{y}(t) &= \hat{z}_2(t), \end{aligned}$$

где $e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$, F_{22}^* — некоторая устойчивая матрица, разрывная функция $v(t)$ определяется соотношением

$$v(t) = \begin{cases} -g \|D_2\| \frac{P_2 e_y(t)}{\|P_2 e_y(t)\|}, & \text{если } e_y(t) \neq 0, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где $P_2 \in \mathbb{R}^{l \times l}$ — матрица Ляпунова для F_{22}^* , скаляр g выбирается из условия $g > \|d(t)\|$. В [10] обосновывается, что разрывная функция $v(t)$ может быть заменена непрерывной аппроксимирующей функцией

$$(1.2) \quad v_\delta(t) = -g \|D_2\| \frac{P_2 e_y(t)}{\|P_2 e_y(t)\| + \delta},$$

где δ — малое положительное число. Тогда, поскольку $\text{rank}(D_2) = q$, функция $d(t)$ может быть оценена с высокой степенью точности в виде

$$d(t) = -g \|D_2\| (D_2^T D_2)^{-1} D_2^T \frac{P_2 e_y(t)}{\|P_2 e_y(t)\| + \delta}.$$

В отличие от [10] в [13] задача идентификации дефекта решается при наличии возмущений, когда $\rho(t) \neq 0$, в предположениях $q = 1$, $p < l < n$ и $\text{rank}(HL) = \text{rank}(L)$, что позволяет представить систему (1.1) в виде

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= F_{11} z_1(t) + F_{12} z_2(t) + G_1 u(t) + D_1 d(t), \\ w_1(t) &= H_{11} z_1(t), \\ \dot{z}_2(t) &= F_{21} z_1(t) + F_{22} z_2(t) + G_2 u(t) + D_2 d(t) + L_2 \rho(t), \\ w_2(t) &= H_{22} z_2(t), \end{aligned}$$

где $z_1(t) \in \mathbb{R}^{n-q}$, $z_2(t) \in \mathbb{R}^q$, $\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = Tx$, $\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} = Sy$ для некоторых невырожденных матриц T и S . Далее при некоторых дополнительных предположениях строится два скользящих наблюдателя и на основе первого из них производится оценка скалярной функции $d(t)$.

Отметим, что в простейшем случае условие $\text{rank}(HL) = \text{rank}(L)$ означает, что возмущение входит в уравнения тех переменных системы (1.1), значения которых измеряются.

В настоящей работе по аналогии с [13] задача идентификации дефекта решается при наличии возмущений с условием $q \leq l < n$, однако предположение $\text{rank}(HL) = \text{rank}(L)$ не делается. Кроме того, строится только один скользящий наблюдатель, причем пониженной размерности, позволяющий оценить векторную функцию $d(t)$.

Следует также отметить работу [23], в основе которой (как и в настоящей работе) лежит идея использования редуцированной (имеющей меньшую размерность) модели исходной системы, которая, однако, реализуется в настоящей работе и в [23] различными способами. Кроме того, в отличие от настоящей работы, где решается задача идентификации дефекта, в [23] скользящий

наблюдатель применяется для оценки величины возмущения, которое далее используется в строящемся диагностическом наблюдателе для компенсации этого возмущения с целью повышения робастности процесса диагностирования.

Рассмотрим вначале задачу идентификации дефекта для скалярной функции $d(t)$.

2. Построение редуцированной модели

Решение поставленной задачи опирается на редуцированную модель системы (1.1), которая в общем случае описывается уравнением

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + D_*d(t) + L_*\rho(t), \\ y_*(t) &= H_*x_*(t), \end{aligned}$$

где $x_*(t) \in \mathbb{R}^k$ — вектор состояния модели, F_* , G_* , J_* , H_* , D_* и L_* — матрицы соответствующих размеров, подлежащие определению. Как обычно, предполагается, что при отсутствии возмущений и дефектов и после окончания переходного процесса, вызванного возможным рассогласованием начальных состояний системы (1.1) и модели (2.1), выполняются равенства $x_*(t) = \Phi x(t)$ и $y_*(t) = R_*y(t)$ для некоторых матриц Φ и R_* . Известно [1, 24, 25], что эти матрицы удовлетворяют условиям

$$(2.2) \quad \Phi F = F_*\Phi + J_*H, \quad R_*H = H_*\Phi, \quad \Phi G = G_*, \quad \Phi D = D_*, \quad \Phi L = L_*.$$

Рассмотрим метод построения модели (2.1) минимальной размерности, не чувствительной к возмущениям, на основе которой может быть построен скользящий наблюдатель. Для анализа возможности построения такой модели введем матрицу L_0 максимального ранга такую, что $L_0L = 0$. Известно [24, 25], что условие нечувствительности к возмущениям имеет вид $\Phi L = 0$; тогда из максимальной ранга матрицы L_0 следует $\Phi = TL_0$ для некоторой матрицы T . Заменяем матрицу Φ в выражении $R_*H = H_*\Phi$ на TL_0 : $R_*H = H_*TL_0$ и перепишем его в виде

$$(R_* - H_*T) \begin{pmatrix} H \\ L_0 \end{pmatrix} = 0.$$

Это уравнение имеет нетривиальное решение, когда между строками матриц H и L_0 имеется линейная зависимость, откуда следует, что критерием его нетривиального решения является условие

$$(2.3) \quad \text{rank} \begin{pmatrix} H \\ L_0 \end{pmatrix} < \text{rank}(H) + \text{rank}(L_0).$$

Аналогично уравнение $\Phi F = F_*\Phi + J_*H$ после указанной подстановки приводится к виду

$$(T - F_*T - J_*) \begin{pmatrix} L_0F \\ L_0 \\ H \end{pmatrix} = 0,$$

а условием его нетривиального решения является неравенство

$$(2.4) \quad \text{rank} \begin{pmatrix} L_0 F \\ L_0 \\ H \end{pmatrix} < \text{rank}(L_0 F) + \text{rank} \begin{pmatrix} L_0 \\ H \end{pmatrix}.$$

Условия (2.3) и (2.4) являются необходимыми, т.е. их выполнение не гарантирует возможности построения модели, не чувствительной к возмущениям, поскольку в уравнения, на основе которых они получены, входит неизвестная матрица T . Если хотя бы одно из условий (2.3), (2.4) не выполняется, модели, не чувствительной к возмущениям, не существует. Ниже предполагается, что эти условия выполняются, т.е. явные препятствия для построения модели с указанным свойством отсутствуют.

Отметим также, что простые достаточные условия возможности построения модели, не чувствительной к возмущениям, имеют вид $HL = 0$ и $FL = 0$, что следует из уравнений (2.6), приведенных ниже, но эти условия достаточно редко выполняются на практике.

Для упрощения процедуры построения модели матрицы F_* и H_* ищутся в канонической форме следующего вида:

$$(2.5) \quad F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

$$H_* = (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0)$$

Используя (2.5), получим из (2.2) уравнения для строк матриц Φ и J_* :

$$(2.6) \quad \Phi_1 = R_* H, \quad \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_{*i} H, \quad i = 1, \dots, k-1, \quad \Phi_k F = J_{*k} H,$$

где Φ_i и J_{*i} — i -е строки матриц Φ и J_* , $i = 1, \dots, k$, k — размерность модели (2.1). Уравнения (2.6) могут быть приведены к одному уравнению. Действительно, из (2.6) при $i = 1$ следует $\Phi_1 F = \Phi_2 + J_{*1} H$; умножая обе части этого равенства на матрицу F справа и заменяя $\Phi_2 F$ на $\Phi_3 + J_{*2} H$, получаем $R_* H F^2 = \Phi_3 + J_{*1} H F + J_{*2} H$. Продолжая аналогично, приходим к выражению

$$R_* H F^k = J_{*1} H F^{k-1} + J_{*2} H F^{k-2} + \dots + J_{*k} H.$$

Запишем его в виде

$$(2.7) \quad (R_* \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k}) V^{(k)} = 0,$$

где

$$V^{(k)} = \begin{pmatrix} H F^k \\ H F^{k-1} \\ \dots \\ H \end{pmatrix}.$$

Можно показать [24, 25], что условие нечувствительности к возмущениям $\Phi L = 0$ может быть представлено в форме

$$(2.8) \quad (R_* \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})B^{(k)} = 0,$$

где

$$B^{(k)} = \begin{pmatrix} HL & HFL & HF^2L & \dots & HF^{k-1}L \\ 0 & HL & HFL & \dots & HF^{k-2}L \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как строка $(R_* \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})$ удовлетворяет условию (2.7), из (2.7) и (2.8) получаем

$$(2.9) \quad (R_* \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})(V^{(k)} B^{(k)}) = 0.$$

Уравнение (2.9) имеет нетривиальное решение, если

$$\text{rank}(V^{(k)} B^{(k)}) < l(k+1).$$

Из последнего условия определяется минимальная размерность k , при которой уравнение (2.9) имеет решение, находится решение уравнения (2.9), из (2.6) определяются строки матрицы Φ и принимается $G_* := \Phi G$ и $D_* := \Phi D$.

В результате модель (2.1) принимает вид

$$(2.10) \quad \begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + D_*d(t), \\ y_*(t) &= H_*x_*(t) = R_*y(t). \end{aligned}$$

3. Построение скользящего наблюдателя

По аналогии с [13] скользящий наблюдатель ищется в виде

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \dot{\hat{x}}_*(t) &= F_*\hat{x}_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + D_*v(t) - Ke_y(t), \\ \hat{y}_*(t) &= H_*\hat{x}_*(t), \end{aligned}$$

где матрица K выбирается так, чтобы $F_0 = F_* - KH_*$ стала устойчивой матрицей,

$$(3.2) \quad v(t) = \begin{cases} -g \frac{Qe_y(t)}{\|Qe_y(t)\|}, & \text{если } e_y(t) \neq 0, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$e_y(t) = \hat{y}_*(t) - y_*(t) = \hat{y}_*(t) - R_*y(t)$ — ошибка по выходу; правила выбора матрицы Q и положительного скаляра g обсуждаются ниже. Отметим, что, поскольку матрицы F_* и H_* ищутся в каноническом виде (2.3), матрица K всегда существует.

Введем ошибку по состоянию $e(t) = \hat{x}_*(t) - x_*(t)$; нетрудно видеть, что $e_y(t) = H_*e(t)$. Используя (2.10) и (3.1), запишем уравнение динамики ошибки $e(t)$:

$$(3.3) \quad \dot{e}(t) = F_*e(t) + D_*(v(t) - d(t)) - Ke_y(t) = F_0e(t) + D_*(v(t) - d(t)).$$

По аналогии с [13] предполагается, что существуют матрица Q и симметрическая положительно определенная матрица P такие, что

$$(3.4) \quad PD_* = H_*^T Q^T.$$

Скаляр g выбирается из условия $g > \|d(t)\|$. Так как матрица F_0 устойчива, то для произвольной симметрической положительно определенной (СПО) матрицы W существует такая СПО матрица P , что $F_0^T P + P F_0 = -W$.

Теорема 1. При указанном выборе матрицы Q и скаляра g наблюдатель (3.1) сходится асимптотически, т.е.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0.$$

Доказательство. Рассмотрим функцию Ляпунова

$$V(t) = e^T(t) P e(t)$$

и с учетом выражений (3.2)–(3.4) найдем ее производную по времени:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= (F_0e(t) + D_*(v(t) - d(t)))^T P e(t) + e^T(t) P (F_0e(t) + D_*(v(t) - d(t))) = \\ &= e^T(t) (F_0^T P + P F_0) e(t) + (D_*(v(t) - d(t)))^T P e(t) + e^T(t) P D_*(v(t) - d(t)) = \\ &= -e^T(t) W e(t) + 2e^T(t) P D_*(v(t) - d(t)) = \\ &= -e^T(t) W e(t) + 2e^T(t) H_*^T Q^T v(t) - 2e^T(t) H_*^T Q^T d(t) = \\ &= -e^T(t) W e(t) - 2ge^T(t) H_*^T Q^T \frac{Qe_y(t)}{\|Qe_y(t)\|} - 2(QH_*e(t))^T d(t) = \\ &= -e^T(t) W e(t) - 2g(QH_*e(t))^T \frac{QH_*e(t)}{\|QH_*e(t)\|} - 2(QH_*e(t))^T d(t) \leq \\ &\leq -e^T(t) W e(t) - 2g\|QH_*e(t)\| + 2\|QH_*e(t)\|\|d(t)\| = \\ &= -e^T(t) W e(t) - 2(g - \|d(t)\|)\|QH_*e(t)\| < 0; \end{aligned}$$

в последнем неравенстве учтено, что W – СПО матрица и $g > \|d(t)\|$. Полученный результат доказывает теорему.

Поскольку в скользящем режиме $\dot{e}(t) = 0$ и $e(t) = 0$, то из уравнения (3.3) следует $0 = D_*(v(t) - d(t))$ и функция $d(t)$ может быть оценена в виде

$$d(t) = -g \frac{Qe_y(t)}{\|Qe_y(t)\| + \delta},$$

где δ — малая положительная константа; напомним, что согласно [10] разрывная функция $v(t)$ заменяется непрерывной функцией $v_\delta(t)$ (1.2). Следует отметить, что полученное выражение зависит только от ошибки по выходу $e_y(t) = \hat{y}_*(t) - R_*y(t)$.

В случае, когда в измерениях присутствуют шумы, главный результат остается прежним, только ужесточаются требования к величине скаляра g для обеспечения скользящего режима. Действительно, пусть $y(t) = Hx(t) + \rho_s(t)$, где $\rho_s(t)$ — функция, описывающая шумы измерений. Тогда $e_y(t) = H_*e(t) - R_*\rho_s(t)$, правая часть (3.3) дополняется слагаемым $(KR_* + J_*)\rho_s(t)$, а последние элементы выражения для $\dot{V}(t)$ принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -e^T(t)We(t) - 2g\|QH_*e(t)\| + 2\|QH_*e(t)\|\|d(t)\| + \\ &\quad + 2\|P(KR_* + J_*)\|\|e(t)\|\|\rho_s(t)\| \leq \\ &\leq -e^T(t)We(t) - 2(g - \|d(t)\| - \|\rho_s(t)\| \frac{\|P(KR_* + J_*)\|}{\|QH_*\|})\|QH_*\|\|e(t)\|. \end{aligned}$$

Ясно, что $\dot{V}(t) < 0$ при

$$(3.5) \quad g > \|d(t)\| + \|\rho_s(t)\| \frac{\|P(KR_* + J_*)\|}{\|QH_*\|},$$

что гарантирует существование скользящего режима. Ясно, что оценка функции $d(t)$ в этом случае будет произведена с погрешностью, не превосходящей величины $\|\rho_s(t)\|\|P(KR_* + J_*)\|$.

Отметим, что в [12] для решения задачи идентификации дефектов при наличии возмущений требуется выполнение условия $Im(L) \cap Im(D) = \{0\}$, которое в простейших случаях означает, что дефект и возмущение действуют на разные части системы. В предлагаемом подходе оно заменено на $\Phi L = 0$. Обсуждение связи между этими условиями требует специального анализа.

Отметим также, что предложенный подход может быть использован для оценки величины возмущения $\rho(t)$ на основе редуцированной модели (2.1), не чувствительной к дефекту. Для построения такой модели используется подход, описанный в разделе 2, с заменой L в матрице $B^{(k)}$ на D . Оцененное таким образом возмущение $\rho(t)$ предлагается использовать в дополнительном диагностическом наблюдателе, чувствительном как к дефекту, так и к возмущениям. Такой наблюдатель может быть построен известными методами [1, 24]. Введение в него оценки функции $\rho(t)$ позволяет существенно повысить степень робастности процесса диагностирования и уменьшить вероятность ошибочных решений.

4. Случай векторной функции $d(t)$

В случае, когда $d(t)$ — векторная функция, редуцированная модель (2.1) также должна иметь векторный выход $y_*(t)$, что в общем случае предполагает ее максимально возможную размерность. Для построения такой модели описанную выше процедуру предлагается модифицировать следующим образом.

Матрица F_* модели также ищется в канонической форме (2.5), но каноническая форма матрицы H_* и первое уравнение в (2.6) не используются. Это связано с тем, что форма матрицы H_* в (2.5) соответствует скалярному выходу $y_*(t)$, а первое уравнение накладывает ограничение на первую строку матрицы Φ и, следовательно, на остальные строки, поскольку они связаны с первой соотношениями (2.6). В результате уравнение (2.7) изменяется:

$$(\Phi_1 \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})V_*^{(k)} = 0,$$

где

$$V_*^{(k)} = \begin{pmatrix} F^k \\ HF^{k-1} \\ \dots \\ H \end{pmatrix}.$$

Аналогичным образом модифицируются уравнения (2.8) и (2.9):

$$(4.1) \quad \begin{aligned} &(\Phi_1 \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})B_*^{(k)} = 0, \\ &(\Phi_1 \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})(V_*^{(k)} \quad B_*^{(k)}) = 0, \end{aligned}$$

где

$$B_*^{(k)} = \begin{pmatrix} L & FL & F^2L & \dots & F^{k-1}L \\ 0 & HL & HFL & \dots & HF^{k-2}L \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

В отличие от скалярного случая ищется не минимальное, а максимальное значение k , при котором уравнение (4.1) имеет решение. Требование максимальной связано с тем, что для построения матрицы R_* со свойством $\text{rank}(R_*) \geq \text{rank}(D_*)$ необходима модель максимальной размерности. Из уравнения (4.1) находятся матрицы $\Phi_1, J_{*1}, \dots, J_{*k}$, после чего из соотношений (2.6) определяются строки Φ_2, \dots, Φ_k матрицы Φ и принимается $G_* := \Phi G$ и $D_* := \Phi D$. Для определения матриц R_* и H_* уравнение $R_*H = H_*\Phi$ записывается в виде

$$(R_* \quad -H_*) \begin{pmatrix} H \\ \Phi \end{pmatrix} = 0,$$

откуда и находятся искомые матрицы. Это уравнение имеет нетривиальное решение, когда между строками матриц H и Φ имеется линейная зависимость, откуда следует, что критерием его нетривиального решения является условие

$$\text{rank} \begin{pmatrix} H \\ \Phi \end{pmatrix} < \text{rank}(H) + \text{rank}(\Phi),$$

проверяющее наличие такой зависимости. Предполагается, что пара (F_*, H_*) наблюдаема, в этом случае существует такая матрица K , что $F_0 = F_* - KH_*$ — устойчивая матрица [13]. В остальном процедура построения скользящего наблюдателя и оценки функции $d(t)$ совпадает с рассмотренной в разделе 3.

Если $s = \text{rank}(R_*) \geq \text{rank}(D_*)$, задача идентификации векторной функции $d(t)$ может быть решена описанным выше методом, в противном случае удается оценить только s компонент этой функции.

5. Идентификация дефектов в датчиках

Рассмотрим случай, когда дефекты возникают в датчиках, для чего скорректируем модель (1.1): положим $d(t) = 0$ и добавим в уравнение для измерений слагаемое $D_s d_s(t)$:

$$y(t) = Hx(t) + D_s d_s(t),$$

где, как и для дефектов в динамике, $d_s(t)$ либо равно нулю при отсутствии дефектов, либо становится неизвестной ограниченной функцией времени при их появлении. Остановимся на случае, когда $d_s(t)$ — скаляр, вариант векторной функции может быть рассмотрен по аналогии с разделом 4.

Аналогичная задача в отсутствие возмущений изучалась в [10]; как и выше, предлагаемое решение основывается на редуцированной модели (2.1), не чувствительной к возмущениям, которая в рассматриваемом случае принимает вид

$$(5.1) \quad \begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_* x_*(t) + G_* u(t) + J_* H x(t), \\ y_*(t) &= H_* x_*(t) + D_{*s} d_s(t), \end{aligned}$$

где $D_{*s} = R_* D_s$. Для обеспечения существования скользящего режима необходимо положить $R_* D_s = 0$, так как только в этом случае $e_y(t) = H_* e(t)$, где $e_y(t) = \hat{y}_*(t) - y_*(t)$ — ошибка по выходу, $e(t) = \hat{x}_*(t) - x_*(t)$ — ошибка по состоянию.

В отличие от раздела 3 скользящий наблюдатель ищется в несколько ином виде:

$$(5.2) \quad \begin{aligned} \dot{\hat{x}}_*(t) &= F_* \hat{x}_*(t) + G_* u(t) + J_* y(t) - J_* D_s v(t) - K e_y(t), \\ \hat{y}_*(t) &= H_* \hat{x}_*(t); \end{aligned}$$

предполагается, что $J_* D_s \neq 0$, матрица K выбирается так, чтобы $F_0 = F_* - KH_*$ стала устойчивой матрицей,

$$v(t) = \begin{cases} g_s \frac{Q e_y(t)}{\|Q e_y(t)\|}, & \text{если } e_y(t) \neq 0, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

правила выбора матрицы Q и положительного скаляра g_s обсуждаются ниже.

Используя (5.1) и (5.2), запишем уравнение динамики ошибки $e(t)$:

$$\begin{aligned}
 \dot{e}(t) &= F_*e(t) + J_*y(t) - J_*Hx(t) - J_*D_s v(t) - Ke_y(t) = \\
 (5.3) \quad &= F_*e(t) - KH_*e(t) + J_*D_s d_s(t) - J_*D_s v(t) = \\
 &= F_0e(t) - J_*D_s(v(t) - d_s(t)),
 \end{aligned}$$

где $F_0 = F_* - KH_*$ — устойчивая матрица. По аналогии с [13] предполагается, что существуют матрица Q и СПО матрица P такие, что

$$(5.4) \quad PJ_*D_s = H_*^T Q^T.$$

Скаляр g_s выбирается из условия $g_s > \|d_s(t)\|$.

По аналогии с теоремой 1 может быть доказана

Теорема 2. При указанном выборе матрицы Q и скаляра g_s наблюдатель (5.2) сходится асимптотически.

Поскольку в скользящем режиме $\dot{e}(t) = 0$ и $e(t) = 0$, то из уравнения (5.3) следует $0 = J_*D_s(v(t) - d_s(t))$, и функция $d_s(t)$ может быть оценена в виде

$$d_s(t) = g_s \frac{Qe_y(t)}{\|Qe_y(t)\| + \delta},$$

где δ — малая положительная константа.

При наличии шума в измерениях проверяемого датчика как-либо отстроиться от него не представляется возможным, можно оценить только сумму $d_s(t) + \rho_s(t)$; если же зашумлены другие измерения, следует применить подход, описанный в разделе 3, что выливается в увеличение величины скаляра g_s по аналогии с (3.5).

6. Практический пример

Рассмотрим модель следящего электропривода, разомкнутая цепь которого без учета вязкого трения описывается следующей моделью [26]:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1(t) &= \frac{1}{i_p} x_2(t), \\
 (6.1) \quad \dot{x}_2(t) &= \frac{K_M}{J_H} x_3(t) + \rho(t) + d_2(t), \\
 \dot{x}_3(t) &= -\frac{K_\omega}{L} x_2(t) - \frac{R}{L} x_3(t) + \frac{K_U}{L} u(t) + d_3(t),
 \end{aligned}$$

где x_1 — угол поворота выходного вала редуктора, x_2 — угловая скорость вращения вала электродвигателя, x_3 — ток электродвигателя, i_p — передаточное отношение редуктора, J_H — момент инерции ротора двигателя и вращающихся частей редуктора, приведенный к ротору, K_M — моментный коэффициент электродвигателя, K_ω — коэффициент противо-э.д.с., R — активное сопротивление обмотки якоря электродвигателя, L — индуктивность якорной обмотки электродвигателя, K_U — коэффициент усиления усилителя мощности.

Рассматривается следующее множество дефектов: первый $d_s(t) = \tilde{x}_1(t)$ — ошибка в показаниях датчика положения; второй $d_2(t) = \left(\frac{K_M}{J_H + \tilde{J}(t)} - \frac{K_M}{J_H} \right) x_3(t)$ соответствует изменению номинального момента инерции нагрузки навеличину $\tilde{J}(t)$, третий $d_3(t) = -\frac{\tilde{R}(t)}{L} x_3(t)$ — изменению активного сопротивления цепи якоря электродвигателя на величину $\tilde{R}(t)$. Возмущение $\rho(t) = -\frac{\tilde{M}(t)}{J_H + \tilde{J}(t)}$ обусловлено наличием внешнего нагрузочного момента $\tilde{M}(t)$, приведенного к валу двигателя. Из вида модели ясно, что второй дефект неотличим от возмущения, поэтому отдельно ниже он не рассматривается.

Обозначим:

$$k_1 = \frac{1}{i_p}, \quad k_2 = \frac{K_M}{J_H}, \quad k_3 = -\frac{K_\omega}{L}, \quad k_4 = -\frac{R}{L}, \quad k_5 = \frac{K_U}{L}.$$

Полагая, что измеряемыми являются переменные x_1 и x_3 , рассматриваемую систему опишем следующими матрицами:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 \\ 0 & k_3 & k_4 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k_5 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$D_s = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Отметим, поскольку $HL = 0$, то условие $\text{rank}(HL) = \text{rank}(L)$, необходимое для применения подхода, предложенного в [13], здесь не выполняется.

Построим модель, инвариантную к возмущению. Примем $k = 1$ и найдем матрицы $V^{(1)}$ и $B^{(1)}$:

$$V^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & k_1 & 0 \\ 0 & k_3 & k_4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Так как $\text{rank}(V^{(1)}, B^{(1)}) = 3 < 2(1 + 1) = 4$, уравнение (2.9) имеет решение с матрицами

$$R_* = (k_3 \quad -k_1), \quad J_* = (0 \quad -k_1 k_4),$$

откуда $\Phi = (k_3 \quad 0 \quad -k_1)$ и $G_* = -k_1 k_5$. Модель (2.8) принимает вид

$$\dot{x}_*(t) = -k_1 k_4 y_2(t) - k_1 k_5 u(t),$$

$$y_*(t) = x_*(t),$$

где $x_* = k_3 x_1 - k_1 x_3$.

Так как $\Phi D_2 = 0$ и $\Phi D_3 = D_{*3} = -k_1$, построенная модель чувствительна к третьему дефекту, рассмотрим его.

Из канонической формы (2.5) получаем $H_* = 1$; примем $K := b > 0$. Из (3.4) следует, что можно принять $Q := -k_1$ и $P := 1$; в результате скользящий наблюдатель описывается уравнениями

$$(6.2) \quad \begin{aligned} \dot{\hat{x}}_*(t) &= -k_1 k_4 y_2(t) - k_1 k_5 u(t) - b e_y(t) - k_1 v(t), \\ \hat{y}_*(t) &= \hat{x}_*(t), \end{aligned}$$

где $e_y(t) = \hat{y}_*(t) - (k_3 y_1(t) - k_1 y_2(t))$,

$$v(t) = \begin{cases} g \frac{k_1 e_y(t)}{\|k_1 e_y(t)\|}, & \text{если } e_y(t) \neq 0, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$g > \|d_3(t)\|$. Оценка функции $d_3(t)$ дается выражением

$$(6.3) \quad \hat{d}_3(t) = g \frac{k_1 e_y(t)}{\|k_1 e_y(t)\| + \delta}.$$

Для рассмотрения дефекта в датчике предположим для простоты, что возмущение $\rho(t)$ отсутствует, но измерения в этом датчике подвержены возмущению $\rho_s(t)$, т.е. $y_1(t) = H_1 x(t) + d_s(t) + \rho_s(t)$. Поскольку для модели (6.1) $R_* D_s = k_3 \neq 0$, условие существования скользящего режима не выполняется, для идентификации дефекта $d_s(t)$ необходимо использовать другую модель. Можно показать, что этому требованию удовлетворяет модель

$$\begin{aligned} \dot{x}_{*1}(t) &= x_{*2}(t) + k_5 u(t) + k_0 H_1 x(t), \\ \dot{x}_{*2}(t) &= (k_4^2 + k_2 k_3) y_2(t) + k_4 k_5 u(t), \\ y_{*1}(t) &= x_{*1}(t) = y_2(t), \end{aligned}$$

где $x_{*1} = x_3$, $x_{*2} = -k_0 x_1 + x_2 + x_3$, $k_0 = k_3 k_4 / k_1$. Здесь $R_* = (0 \ 1)$ и $J_* = \begin{pmatrix} k_0 & 0 \\ 0 & k_4^2 + k_2 k_3 \end{pmatrix}$, что дает $R_* D_s = 0$ и $J_* D_s = (k_0 \ 0)$.

Из канонической формы (2.3) получаем $H_* = (1 \ 0)$; примем $K := (0, 2 \ 0, 01)^T$. Так как $J_* D_s = (k_0 \ 0)$, а для принятых при моделировании значений параметров привода $k_0 = 10^5$, из (5.4) следует, что можно принять $P := \begin{pmatrix} 10^{-9} & 0 \\ 0 & 10^{-7} \end{pmatrix}$ и $Q := 10^{-9} k_0$; в результате скользящий наблюдатель описывается уравнениями

$$(6.4) \quad \begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{*1}(t) &= \hat{x}_{*2}(t) + k_5 u(t) + k_0 y_1(t) - k_0 v(t) - 0,2 e_y(t), \\ \dot{\hat{x}}_{*2}(t) &= (k_4^2 + k_2 k_3) y_2(t) + k_4 k_5 u(t) - 0,01 e_y(t), \\ \hat{y}_{*1}(t) &= \hat{x}_{*1}(t), \end{aligned}$$

где $e_y(t) = \hat{y}_{*1}(t) - y_2(t)$,

$$v(t) = \begin{cases} g_s \frac{10^{-9} k_0 e_y(t)}{\|10^{-9} k_0 e_y(t)\|}, & \text{если } e_y(t) \neq 0, \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

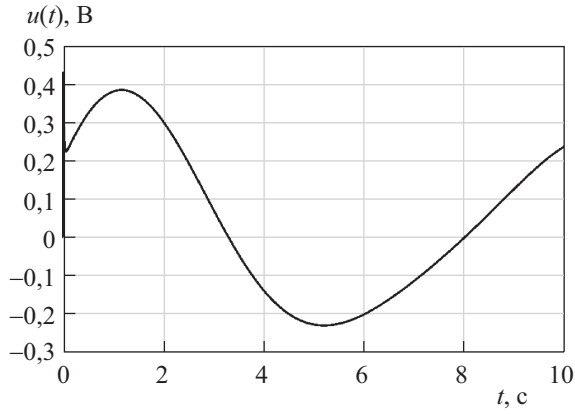


Рис. 1. Поведение функции $u(t)$.

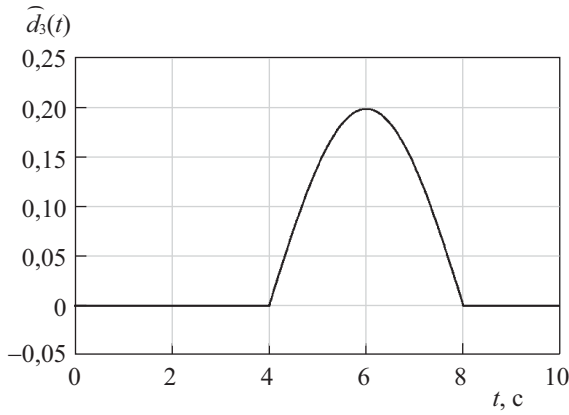


Рис. 2. Оценка функции $d_3(t)$.

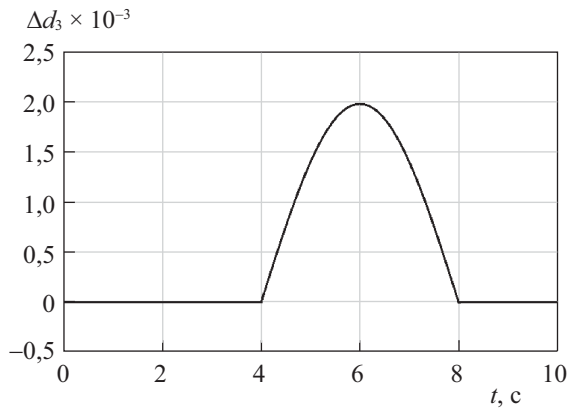


Рис. 3. Ошибка оценки функции $d_3(t)$.

$g_s > \|d_s(t) + \rho_s(t)\|$. Оценка суммы $d_s(t) + \rho_s(t)$ дается выражением

$$(6.5) \quad \hat{d}_s(t) = d_s(t) + \rho_s(t) = -g_s \frac{10^{-9} k_0 e_y(t)}{\|10^{-9} k_0 e_y(t)\| + \delta}.$$

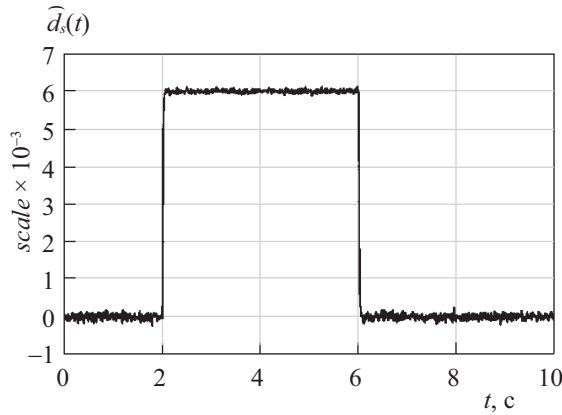


Рис. 4. Оценка функции $\hat{d}_s(t)$.

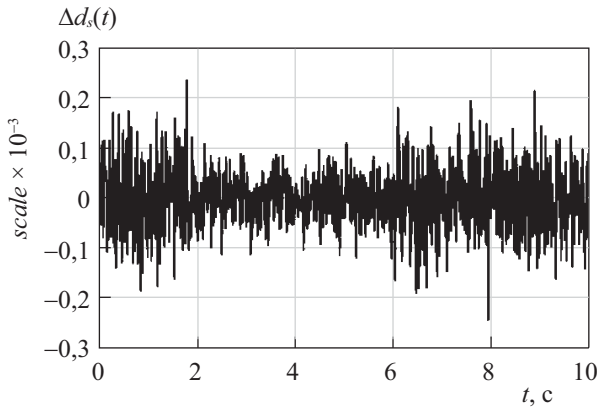


Рис. 5. Ошибка оценки функции $\hat{d}_s(t) + \rho_s(t)$.

Проведем моделирование системы (6.1) с наблюдателями (6.2) и (6.4). При моделировании задавались следующие параметры рассматриваемого следящего электропривода: $J_H = 0,0001 \text{ Kg m}^2$, $K_\omega = 0,02 \text{ V c}$, $K_U = 100$, $R = 0,4 \Omega$, $L = 0,004 \text{ H}$, $K_M = 0,02 \text{ Nm/A}$, $i_p = 100$. Для обеспечения заданных показателей качества управления в прямой цепи электропривода использовалось типовое последовательное корректирующее устройство с передаточной функцией $W(s) = \frac{(0,089s+1)(0,0011s+1)}{(0,001s+1)(0,001s+1)}$. При этом в качестве входного воздействия на электропривод подавалось следующее желаемое значение угла поворота выходного вала редуктора: $x_1^{ref}(t) = \sin(t)$.

При моделировании возмущение $\rho(t)$ имитировалось действием внешнего нагрузочного момента величиной $\tilde{M}(t) = 0,1 \sin(0,8t) \text{ Nm}$ на интервале $t = 1 \div 10 \text{ c}$; дефекты имитировались следующим образом: $d_s(t)$ — введением постоянной ошибки $\tilde{x}_1(t) = 0,006$ рад в датчик положения выходного вала редуктора на интервале $t = 2 \div 6 \text{ c}$, $d_3(t)$ — изменением активного сопротивления якоря на величину $\tilde{R}(t) = 0,2 \sin(\pi t/4 - \pi)$ на интервале $t = 4 \div 8 \text{ c}$. Предполагается, что в датчике присутствует погрешность $\rho_s(t)$, имитируе-

мая белым шумом. При моделировании для наблюдателя (6.2) принималось $g = 10$, $b = 10$ и $\delta = 10^{-6}$, для наблюдателя (6.4) — $g_s = 0,01$ и $\delta = 10^{-6}$.

На рис. 1 приведен график функции $u(t)$ при моделировании. На рис. 2 и 3 представлены результаты моделирования с наблюдателем (6.2): графики оценки $\hat{d}_3(t)$, совпадающей с функцией $v_\delta(t)$, и ошибки этой оценки; на рис. 4 и 5 — с наблюдателем (6.4) (“scale” здесь — это масштаб): графики оценки суммы $\hat{d}_s(t) = d_s + \rho_s(t)$, совпадающей с функцией $v_\delta(t)$, и ошибки этой оценки. Из этих рисунков видно, что максимальное значение ошибки идентификации в установившемся режиме не превышает для функции $d_s(t)$ 3,3%, для функции $d_3(t)$ — 1%.

Из этих рисунков видно, что построенные наблюдатели позволили обеспечить своевременное обнаружение возникающих ошибок в сигналах, поступающих с датчика положения электропривода, а также изменение величины активного сопротивления обмотки якоря электродвигателя. Поскольку на интервалах $0 \div 2$ с и $8 \div 10$ с значения оценок равны нулю, ясно, что построенные наблюдатели не чувствительны к возмущению $\rho(t)$.

Следует отметить, что при моделировании и при практической реализации наблюдателя в нем возникает не идеальный, а реальный скользящий режим; параметры реального скользящего режима в работе не рассматриваются.

7. Заключение

В работе для решения задач обнаружения и идентификации дефектов использован метод на основе скользящих наблюдателей. Предложенная модификация этого метода позволила ослабить ограничения, накладываемые на условия его реализации, для решения указанных задач при наличии возмущений и уменьшить сложность средств диагностирования по сравнению с известными результатами. Теоретические результаты иллюстрированы примером диагностирования реальной технической системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Frank P.* Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy. A survey and some new results // *Automatica*. 1990. V. 26. P. 459–474.
2. *Gertler J.* Residual generation in model-based fault diagnosis // *Theory Advanced Technol.* 1993. V. 9. P. 259–285.
3. *Samy I., Postlethwaite I., Gu D.* Survey and application of sensor fault detection and isolation schemes // *Control Engineer. Practic.* 2011. V. 19. P. 658–674.
4. *Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M.* *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
5. *Ding S.* *Data-driven design of fault diagnosis and fault-tolerant control systems*. London: Springer-Verlag, 2014.
6. *Russell E., Chiang L., Chiang L.* *Fault Detection and Diagnosis in Industrial Systems*. Berlin: Springer, 2001.
7. *Simani S., Fantuzzi C., Patton R.* *Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification*. Berlin: Springer-Verlag, 2002.

8. *Уткин В.И.* Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой. М.: Наука, 1974.
9. *Edwards C., Spurgeon S.* On the development of discontinuous observers // *Int. J. Control.* 1994. V. 59. P. 1211–1229.
10. *Edwards C., Spurgeon S., Patton R.* Sliding mode observers for fault detection and isolation // *Automatica.* 2000. V. 36. P. 541–553.
11. *Filaretov V., Zhirabok A., Protchenko A., Zuev A.* Fault identification in nonlinear dynamic systems // *Proc. 5 Int. Conf. Syst. Control.* Marrakesh, Morocco, 2016. P. 273–277.
12. *Yan X., Edwards C.* Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding modes observer // *Automatica.* 2007. V. 43. P. 1605–1614.
13. *He J., Zhang C.* Fault Reconstruction based on sliding mode observer for nonlinear systems // *Math. Probl. in Engineer.* 2012. P. 1–22.
14. *Brahim A., Dhahri S., Hmida F., Sellami A.* Simultaneous actuator and sensor faults reconstruction based on robust sliding mode observer for a class of nonlinear systems // *Asian J. Contr.* 2017. V. 19. P. 362–371.
15. *Chan J., Tan C., Trinh H.* Robust fault reconstruction for a class of infinitely unobservable descriptor systems // *Int. J. Syst. Sci.* 2017. P. 1–10.
16. *Краснова С.А., Кузнецов С.И.* Оценивание на скользящих режимах неконтролируемых возмущений в нелинейных динамических системах // *АиТ.* 2005. № 10. С. 54–69.
Krasnova S.A., Kuzntsov S.I. Uncontrollable perturbation of nonlinear dynamic systems: estimation on moving modes // *Autom. Remote Control.* 2005. V. 66. No. 10. P. 1580–1593.
17. *Krasnova S., Utkin V.* Prelimit implementation of states and disturbances observer on sliding modes // *Proc. Int. Workshop Recent Advances Sliding Modes (RASM 2015).* Istanbul, Turkey, 2015. P. 1–6.
18. *Alwi H., Edwards C.* Fault tolerant control using sliding modes with on-line control allocation // *Automatica.* 2008. V. 44. P. 1859–1866.
19. *Chandra K., Alwi H., Edwards C.* Fault reconstruction for a quadrotor using an LPV sliding mode observer // *Proc. 9 IFAC Symp. Safeprocess.* Paris, France, 2015. P. 374–379.
20. *Meziane H., Labarre C., Lefteriu S., Defoort M., Djemai M.* Fault detection and isolation for a multi-cellular converter based on sliding mode observer // *Proc. 9 IFAC Symp. Safeprocess.* Paris, France, 2015. P. 164–170.
21. *Mohamed M., Yan X-G., Spurgeon S., Jiang B.* Robust sliding mode observer design for interconnected systems with application to multimachine power systems // *Proc. IEEE CDC, Conf. Decision Control.* Las Vegas, USA, 2016. P. 6246–6251.
22. *Zhang K., Jiang B., Yan X., Mao Z.* Sliding mode observer based incipient sensor fault detection with application to high-speed railway traction device // *ISA Transact.* 2016. P. 1–28.
23. *Zhirabok A., Shumsky A., Zuev A.* Fault diagnosis in linear systems via sliding mode observers // *Int. J. Control.* 2019. DOI: 10.1080/00207179.2019.1590738.
24. *Жирабок А.Н., Шумский А.Е., Павлов С.В.* Диагностирование линейных динамических систем непараметрическим методом // *АиТ.* 2017. № 7. С. 3–21.
Zhirabok A., Shumsky A., Pavlov S. Diagnosis of linear dynamic systems by the nonparametric method // *Autom. Remote Control.* 2017. V. 78. No. 7. P. 1173–1188.

25. *Zhirabok A., Shumsky A., Solyanik S., Suworov A.* Fault detection in nonlinear systems via linear methods // *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* 2017. V. 27. P. 261–272.
26. *Зуев А.В., Филаретов В.Ф.* Особенности создания комбинированных позиционно-силовых систем управления манипуляторами // *Изв. РАН. Теория и системы управления.* 2009. № 1. С. 154–162.

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.А. Красновой.

Поступила в редакцию 19.10.2018

После доработки 19.06.2019

Принята к публикации 18.07.2019