Управление в социально-экономических системах

© 2021 г. **А.Н. ИГНАТОВ, канд. физ.-мат. наук (alexei.ignatov1@gmail.com),**
А.В. НАУМОВ, д-р физ.-мат. наук (naumovav@mail.ru)
(Московский авиационный институт)

О ЗАДАЧЕ УВЕЛИЧЕНИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СТАНЦИИ[1]

Рассматривается задача увеличения пропускной способности железнодорожной станции с учетом некоторого базового расписания движения по станции. С этой целью определяются время и маршрут для каждого дополнительного поезда путем решения набора задач смешанного целочисленного линейного программирования. Предлагается схема по учету влияния случайных задержек в движении поездов на возможность их пропуска через железнодорожную станцию. Приводятся результаты численного эксперимента.

Ключевые слова: железнодорожная станция, пропускная способность, граф, смешанное целочисленное линейное программирование.

DOI: 10.31857/S0005231021010074

1. Введение

В рамках национальных проектов развития Российской Федерации предполагается увеличение количества перевозимых грузов, в частности с использованием железной дороги. Для увеличения количества перевозимых грузов возможны два пути: расширение действующей и строительство новой железнодорожной инфраструктуры и увеличение эффективности использования действующей инфраструктуры. Первый путь предполагает большие материальные затраты, длителен по времени и может быть осуществлен вследствие дороговизны только на некотором относительно небольшом участке железнодорожной сети. Второй же путь существенно дешевле и может быть масштабирован в пределах всей Российской Федерации. Для увеличения эффективности действующей инфраструктуры необходимо, в частности, увеличить количество поездов, обращающихся по железнодорожным перегонам. Однако увеличение интенсивности движения на железнодорожных перегонах невозможно без оценки пропускной способности станции и оптимизации движения на ней, что составляет предмет настоящей статьи.

В то же время большая часть математических постановок задач, посвященных увеличению пропускной способности, как правило, касаются состав-

[1] Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-07-00046 А).

ления оптимального расписания движения поездов по железнодорожным перегонам [1–4], оптимальной подвязки локомотивов к поездам [5–9], назначению “технологического окна” – времени, в течение которого прекращается движение поездов по отдельным железнодорожным путям для производства ремонтно-строительных работ – на железнодорожных перегонах [10–13]. Моделированию движения на станции и его оптимизации уделяется меньше внимания. Среди российских публикаций, посвященных данной проблематике, выделим [14, 15]. В [14] была представлена задача по оптимизации движения маневровых составов по станции с целью исполнения всех маневровых работ в рамках оценки вероятности бокового столкновения на станции между маневровыми составами и пассажирскими/грузовыми поездами. В [15] изучалась задача назначения “технологического окна” на железнодорожной станции на основе различных критериев. Отметим, что бóльшая часть исследований по моделированию и оптимизации движения на станции отражена в зарубежных публикациях. В [16] представлен подробный обзор исследований, посвященных оценке и оптимизации пропускной способности станции, на начало 2000-х гг. В [16] выделено несколько подходов для оценки пропускной способности: использование некоторых аналитических формул, которые могут использоваться в качестве начального приближения для оценки пропускной способности; подход, основанный на оптимизации расписания движения в котором предполагается встраивать новые поезда в действующее, возможно пустое, расписание; имитационное моделирование. Наиболее близок настоящей статье подход, основанный на оптимизации расписания. Среди публикаций, посвященных оптимизационному подходу, выделим [17, 18]. В [17] ставилась задача по поиску циклического, т.е. повторяющегося через некоторый промежуток времени, расписания в части времени движения по перегонам и времени нахождения на станции. Рассматривалась однопутная однонаправленная железнодорожная сеть, учитывались различные технологические ограничения, в том числе количество станционных путей на железнодорожных станциях. Критерием оптимизации выступала взвешенная сумма из длины цикла и суммарного времени поездов в пути. Таким образом, в [17] использовалась пропускная способность станции, которая неявно оптимизировалась. В [18] рассматривалась наиболее близкая настоящей статье постановка задачи. В этой статье исследовалась задача по назначению платформы прибытия поездов на станцию и выбору маршрутов движения связанных с этими поездами отцепляющихся и прицепляющихся вагонов. Авторы [18] отметили среди недостатков своей работы то, что оптимизация по выбору маршрута движения из одной точки входа-выхода со станции до платформы не проводится, при этом возможность движения для других поездов по всему железнодорожному пути из этого маршрута полностью исключается, хотя по некоторым участкам пути из этого маршрута движение безопасно. Данный недостаток обуславливается тем, что авторы [18] не используют графовую структуру станции, а используют лишь маршруты, которые в [18], по сути, представляют пару: платформа–точка входа-выхода со станции. В настоящей статье эти недостатки отсутствуют.

В настоящей статье рассматривается задача по увеличению пропускной способности железнодорожной станции. Станция представляется в виде неориентированного нагруженного графа. Имеется некоторое базовое расписание движения поездов, позволяющее определить свободность дуг графа станции для движения. Ставится задача по поиску времени и маршрута движения дополнительных поездов по станции с учетом возможности стоянки поезда на станции, а также смены поездных локомотивов. Эта задача формулируется в виде набора задач смешанного целочисленного линейного программирования. Если существует решение в хотя бы одной задаче из этого набора, то рассматриваемый поезд может быть пропущен через станцию. Подобная процедура по "встраиванию" новых поездов в действующее расписание проводится для каждого поезда, который планируется пропустить через станцию в порядке приоритетности этих поездов.

2. Основные обозначения и предположения

Пусть имеется неориентированный граф станции $G = < V, E >$, где V – множество вершин (стрелочных переводов, стыков между рельсами и точек входа и выхода со станции (границ станции)), а E – множество ребер (железнодорожных путей), соединяющих данные вершины. Также задана функция $D : E \to \mathbb{R}_+$, характеризующая длину ребра. Пусть количество ребер в графе G равно m. Пронумеровав ребра графа G от единицы до m, составим новый граф $G' = < V', E' >$, множеством вершин V' которого являются номера ребер графа G, т.е. $V' = \{1, 2, \ldots, m\}$. Множество ребер E' включает в себя ребра между вершинами из V', если эти вершины являются смежными ребрами в графе G. На элементах множества V' введем функцию $D' : V' \to \mathbb{R}_+$, характеризующую "вес" вершин в графе G', т.е. длину соответствующих ребер в графе G.

Пусть на станции имеется некоторое базовое расписание движения пассажирских поездов и некоторое расписание маневровых работ. Методами из [14] можно составить совместное расписание движения пассажирских поездов и маневровых составов и таким образом составить функцию $F : V' \times \mathbb{R}^1_+ \to \{0, 1\}$:

$$F(j,t) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 0, & \text{ребро (графа } G\text{) с номером } j \text{ свободно} \\ & \text{для движения в момент времени } t, \\ 1 & \text{иначе,} \end{cases}$$

характеризующую занятость ребра железнодорожной станции для движения в момент времени t от некоторого момента отсчета, например начала суток. Пусть $t_{\text{макс}}$ – момент времени, не позднее которого осуществляется движение на станции в планируемый период, например конец суток.

Пусть требуется пропустить через станцию пассажирский/грузовой поезд из перечня дополнительных поездов со следующими характеристиками:

- время (начиная от некоторого момента отсчета) прибытия $t_{\text{приб}}$;
- минимальное время стоянки на станции $\Delta_{\text{ост}}$;
- длина поездного локомотива $d_{\text{л}}$;
- общая длина поезда $d_{\text{п}}$;
- средняя скорость движения поезда/поездного локомотива по станции $v_{\text{ср}}$.

Пусть L – количество возможных маршрутов пропуска поезда, а $J = \{j_1, j_2, \ldots, j_L\}$ – множество возможных маршрутов пропуска поезда. Произвольный маршрут $j_l = \{j_{1,l}, j_{2,l}, \ldots, j_{K_l,l}\}$ из множества J характеризуется величиной K_l – количеством дуг на этом маршруте – и представляет собой конечный набор номеров попарно смежных ребер из графа G, являющихся вершинами графа G', т.е. $j_{k,l} \in V'$, $k = \overline{1, K_l}$, и имеется ребро в графе G' между вершинами с номерами $j_{k,l}$ и $j_{k+1,l}$, $k = \overline{1, K_l - 1}$, $l = \overline{1, L}$. Отметим, что множество J является конечным в силу того, что пассажирский/грузовой поезд не может менять направление своего движения без смены локомотива. Смена же локомотива не может происходить в произвольной точке железнодорожной станции, а только в местах, где поезд может останавливаться. Пусть для каждого маршрута j_l, $l = \overline{1, L}$, из множества J задано ребро остановки – место, где поезд может останавливаться. Пусть для маршрута j_l такое ребро находится на S_l по порядку месте.

Отметим, что в силу "плечей обслуживания" — определенных участков железнодорожной сети, обслуживаемых тем или иным локомотивным депо, на железнодорожной станции может осуществляться смена поездного локомотива пассажирского/грузового поезда. В случае когда требуется смена поездного локомотива, к каждому маршруту j_l из множества J должны быть дополнительно указаны множества $J_l^{\text{отц}}$ и $J_l^{\text{приц}}$, которые состоят из маршрутов следования по станции отцепляющегося (старого) поездного локомотива и прицепляющегося (нового) поездного локомотива, т.е.

$$J_l^{\text{отц}} = \left\{ j_{1,l}^{\text{отц}}, j_{2,l}^{\text{отц}}, \ldots, j_{K_l^{\text{отц}},l}^{\text{отц}} \right\}, \quad J_l^{\text{приц}} = \left\{ j_{1,l}^{\text{приц}}, j_{2,l}^{\text{приц}}, \ldots, j_{K_l^{\text{приц}},l}^{\text{приц}} \right\},$$

где $K_l^{\text{отц}}$ – количество возможных маршрутов следования отцепляющегося локомотива, а $K_l^{\text{приц}}$ – количество возможных маршрутов следования прицепляющегося локомотива при условии, что поезд проследует станцию по маршруту j_l из множества J. Произвольные элементы $j_{\hat{p},l}^{\text{отц}}$, $j_{\tilde{p},l}^{\text{приц}}$ из множеств $J_l^{\text{отц}}$ и $J_l^{\text{приц}}$ соответственно имеют вид

$$j_{\hat{p},l}^{\text{отц}} = \left\{ j_{1,\hat{p},l}^{\text{отц}}, j_{2,\hat{p},l}^{\text{отц}}, \ldots, j_{\hat{K}_{\hat{p},l},\hat{p},l}^{\text{отц}} \right\}, \quad j_{\tilde{p},l}^{\text{приц}} = \left\{ j_{1,\tilde{p},l}^{\text{приц}}, j_{2,\tilde{p},l}^{\text{приц}}, \ldots, j_{\tilde{K}_{\tilde{p},l},\tilde{p},l}^{\text{приц}} \right\},$$

где $j_{\hat{k},\hat{p},l}^{\text{отц}} \in V'$, $j_{\tilde{k},\tilde{p},l}^{\text{приц}} \in V'$ и $\hat{K}_{\hat{p},l}$ – количество дуг, которые проследует отцепляющийся локомотив, выбрав маршрут $j_{\hat{p},l}^{\text{отц}}$, а $\tilde{K}_{\tilde{p},l}$ – количество дуг, которые проследует прицепляющийся локомотив, выбрав маршрут $j_{\tilde{p},l}^{\text{приц}}$, $l = \overline{1, L}$, $\hat{p} = \overline{1, K_l^{\text{отц}}}$, $\tilde{p} = \overline{1, K_l^{\text{приц}}}$, $\hat{k} = \overline{1, \hat{K}_{\hat{p},l}}$, $\tilde{k} = \overline{1, \tilde{K}_{\tilde{p},l}}$. Имеется ребро в графе G' между вершинами с номерами $j_{\hat{k},\hat{p},l}^{\text{отц}}$ и $j_{\hat{k}+1,\hat{p},l}^{\text{отц}}$, $\hat{p} = \overline{1, K_l^{\text{отц}}}$, $\hat{k} = \overline{1, \hat{K}_{\hat{p},l} - 1}$, а также с номерами $j_{\tilde{k},\tilde{p},l}^{\text{приц}}$ и $j_{\tilde{k}+1,\tilde{p},l}^{\text{приц}}$, $\tilde{k} = \overline{1, \tilde{K}_{\tilde{p},l} - 1}$, $\tilde{p} = \overline{1, K_l^{\text{приц}}}$, $l = \overline{1, L}$. Следует отметить, что также имеют место равенства:

$$j_{1,\hat{p},l}^{\text{отц}} = j_{S_l,l}, \quad j_{\tilde{K}_{\tilde{p},l},\tilde{p},l}^{\text{приц}} = j_{S_l,l},$$

$l = \overline{1, L}$, $\hat{p} = \overline{1, K_l^{\text{отц}}}$, $\tilde{p} = \overline{1, K_l^{\text{приц}}}$, так как первое ребро движения старого локомотива и последнее ребро движения нового локомотива должно совпадать с местом остановки. Также далее будем рассматривать только такие маршруты старого локомотива, которые не содержат повторяющихся ребер. Аналогичное ограничение наложим и на маршруты нового локомотива.

Поскольку движение между железнодорожными станциями осуществляется только по определенным железнодорожным путям в определенные промежутки времени по "подниткам", будем предполагать, что выехать за границы станции пассажирский/грузовой поезд, используя маршрут j_l, может только в один из промежутков $[t_{1,l}^{\text{нач}}, t_{1,l}^{\text{кон}}]$, $[t_{2,l}^{\text{нач}}, t_{2,l}^{\text{кон}}]$, $\ldots$, $[t_{T,l}^{\text{нач}}, t_{T,l}^{\text{кон}}]$. Заметим, что момент пересечения границ со станции может выбираться именно из набора промежутков, а не набора точек вследствие того, что внутри одной "поднитки" возможны различные режимы ведения поезда.

3. Математическая модель движения по станции

Построим математическую модель движения пассажирского/грузового поезда по маршруту j_l из множества J с отцепляющимся локомотивом, следующим по маршруту $j_{\hat{p},l}^{\text{отц}}$ из множества $J_l^{\text{отц}}$, с прицепляющимся локомотивом, следующим по маршруту $j_{\tilde{p},l}^{\text{приц}}$ из множества $J_l^{\text{приц}}$, с выходом поезда за границы станции в промежуток времени $[t_{q,l}^{\text{нач}}, t_{q,l}^{\text{кон}}]$, т.е. зафиксируем параметры l, $\hat{p}$, $\tilde{p}$, q.

Для этой цели сформируем множество $\mathcal{T}_j$, состоящее из левой и правой границ интервалов времени, когда ребро с номером j свободно для движения поезда в рамках действующего расписания. С помощью множества $\mathcal{T}_j$ выделим моменты времени, в которые ребро с номером j свободно. Упорядочим элементы множества $\mathcal{T}_j$ по возрастанию, составим из них вектор τ_j, Пусть

$$\dim \tau_j = 2I_j,$$

где I_j – количество промежутков времени, когда ребро с номером j свободно для движения.

Введем новые переменные $\delta_{k,l}^i$, равные единице, если движение по ребру с номером $j_{k,l}$ будет осуществляться поездом в промежуток времени между $\tau_{j_{k,l}}^{2i-1}$ и $\tau_{j_{k,l}}^{2i}$, и равные нулю, если движение по ребру с номером $j_{k,l}$ в промежуток времени между $\tau_{j_{k,l}}^{2i-1}$ и $\tau_{j_{k,l}}^{2i}$ не осуществляется, $k = \overline{1, K_l}$, $i = \overline{1, I_{j_{k,l}}}$. Также введем переменные $\hat{\delta}_{\hat{k},\hat{p},l}^i$, равные единице, если движение по ребру с номером $j_{\hat{k},\hat{p},l}^{\text{отц}}$ будет осуществляться старым локомотивом в промежуток времени между $\tau_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}^{2i-1}$ и $\tau_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}^{2i}$, и равные нулю, если движение по ребру с номером $j_{\hat{k},\hat{p},l}^{\text{отц}}$ в промежуток времени между $\tau_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}^{2i-1}$ и $\tau_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}^{2i}$ не осуществляется, $\hat{k} = \overline{1, \hat{K}_{\hat{p},l}}$, $i = \overline{1, I_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}}$. Аналогичным образом введем переменные $\tilde{\delta}_{\tilde{k},\tilde{p},l}^i$, равные единице, если движение по ребру с номером $j_{\tilde{k},\tilde{p},l}^{\text{приц}}$ будет осуществляться новым локомотивом в промежуток времени между $\tau_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}^{2i-1}$ и $\tau_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}^{2i}$, и равные нулю, если движение по ребру с номером $j_{\tilde{k},\tilde{p},l}^{\text{приц}}$ в промежуток времени между $\tau_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}^{2i-1}$ и $\tau_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}^{2i}$ не осуществляется, $\tilde{k} = \overline{1, \tilde{K}_{\tilde{p},l} - 1}$, $i = \overline{1, I_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}}$.

Пусть $t_{k,l}$ – время, когда голова поезда проехала полностью ребро с номером $j_{k,l}$, $k = \overline{1, K_l}$, а $t_{0,l} = t_{\text{приб}}$. Пусть также $\hat{t}_{\hat{k},\hat{p},l}$ – время, когда голова старого локомотива проехала полностью ребро с номером $j^{\text{отц}}_{\hat{k},\hat{p},l}$, $\hat{k} = \overline{1, \hat{K}_{\hat{p},l}}$, и $\tilde{t}_{\tilde{k},\tilde{p},l}$ – время, когда голова нового локомотива проехала полностью ребро с номером $j^{\text{триц}}_{\tilde{k},\tilde{p},l}$, $\tilde{k} = \overline{1, \tilde{K}_{\tilde{p},l} - 1}$. Также введем переменную $\tilde{t}_{0,\tilde{p},l}$ – время, когда голова нового локомотива появилась в пределах станции.

Вначале запишем множество ограничений в решаемой задаче. Поскольку ребро $j_{k,l}$ имеет длину $D'(j_{k,l})$, а поезд имеет скорость движения $v_{\text{ср}}$, то время проезда поездом ребра с номером $j_{k,l}$ не может быть меньше $\frac{D'(j_{k,l})}{v_{\text{ср}}}$, что запишем в виде

$$t_{k,l} - t_{k-1,l} \geqslant \frac{D'(j_{k,l})}{v_{\text{ср}}}, \quad k = 1, \ldots, S_l - 1, S_l + 1, \ldots, K_l. \tag{1}$$

Время нахождения поезда на ребре остановки $j_{S_l,l}$ не должно быть меньше, чем минимальное время стоянки $\Delta_{\text{ост}}$ и время пересчения ребра остановки

$$t_{S_l,l} - t_{S_l-1,l} \geqslant 2\frac{D'(j_{S_l,l})}{v_{\text{ср}}} + \Delta_{\text{ост}}. \tag{2}$$

Отметим, что коэффициент 2 перед дробью в последней формуле вызван тем, что если поезд меняет направление своего движения, то ребро остановки он пересекает дважды. Так как движение поезда осуществляется только в промежутки свободности ребра, то на каждом ребре из своего маршрута поезд должен находиться исключительно в промежуток свободности этого ребра для движения:

$$\sum_{i=1}^{I_{j_{k,l}}} \delta^i_{k,l} = 1, \quad k = \overline{1, K_l}, \tag{3}$$

$$t_{k,l} \leqslant \delta^i_{k,l}\left(\tau^{2i}_{j_{k,l}} - \frac{d_{\text{п}}}{v_{\text{ср}}}\right) + (1 - \delta^i_{k,l})t_{\text{макс}}, \quad k = \overline{1, K_l}, \quad i = \overline{1, I_{j_{k,l}}}, \tag{4}$$

$$t_{k-1,l} \geqslant \delta^i_{k,l}\tau^{2i-1}_{j_{k,l}}, \quad k = \overline{1, K_l}, \quad i = \overline{1, I_{j_{k,l}}}. \tag{5}$$

Прокомментируем ограничения (3)–(5). Ограничение (3) гарантирует, что поезд будет занимать k-е по порядку ребро из маршрута j_l в один промежуток свободности, $k = \overline{1, K_l}$. Если переменная $\delta^i_{k,l}$ будет равна нулю, то ограничения (4)–(5) выполнятся автоматически, если же переменная $\delta^i_{k,l}$ равна единице, то получится, что хвост поезда пересечет k-е по порядку ребро из маршрута j_l не позднее окончания промежутка свободности с номером i для этого ребра, при этом голова поезда попадает на k-е по порядку ребро из маршрута j_l не ранее начала промежутка свободности с номером i, $k = \overline{1, K_l}$, $i = \overline{1, I_{j_{k,l}}}$. Так как выезд поезда со станции может быть осуществлен только в промежуток времени $[t^{\text{нач}}_{q,l}, t^{\text{кон}}_{q,l}]$, введем ограничение

$$t^{\text{нач}}_{q,l} \leqslant t_{K_l,l} \leqslant t^{\text{кон}}_{q,l}. \tag{6}$$

Время пересечения первого по порядку следования ребра отцепляющегося поездного локомотива не может быть раньше момента остановки поезда, поэтому введем ограничение

$$\hat{t}_{1,\hat{p},l} \geqslant t_{S_l-1,l} + \frac{D'(j_{S_l,l})}{v_{\text{ср}}}. \tag{7}$$

Аналогично ограничениям (1), (3)–(5) на движение поезда по станции наложим следующие ограничения на движение отцепляющегося поездного локомотива по всем ребрам в его маршруте следования за исключением ребра остановки поезда:

$$\hat{t}_{\hat{k},\hat{p},l} - \hat{t}_{\hat{k}-1,\hat{p},l} \geqslant \frac{D'\left(j^{\text{отц}}_{\hat{k},\hat{p},l}\right)}{v_{\text{ср}}}, \quad \hat{k} = \overline{2, \hat{K}_{\hat{p},l}}, \tag{8}$$

$$\sum_{\hat{i}=1}^{I_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}} \hat{\delta}^{\hat{i}}_{\hat{k},\hat{p},l} = 1, \quad \hat{k} = \overline{2, \hat{K}_{\hat{p},l}}, \tag{9}$$

$$\hat{t}_{\hat{k},\hat{p},l} \leqslant \hat{\delta}^{\hat{i}}_{\hat{k},\hat{p},l}\left(\tau^{2\hat{i}}_{j_{\hat{k},\hat{p},l}} - \frac{d_{\text{л}}}{v_{\text{ср}}}\right) + \left(1 - \hat{\delta}^{\hat{i}}_{\hat{k},\hat{p},l}\right) t_{\text{макс}}, \quad \hat{k} = \overline{2, \hat{K}_{\hat{p},l}}, \quad \hat{i} = \overline{1, I_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}}, \tag{10}$$

$$\hat{t}_{\hat{k}-1,\hat{p},l} \geqslant \hat{\delta}^{\hat{i}}_{\hat{k},\hat{p},l} \tau^{2\hat{i}-1}_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}, \quad \hat{k} = \overline{2, \hat{K}_{\hat{p},l}}, \quad \hat{i} = \overline{1, I_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}}. \tag{11}$$

Поскольку первое по порядку следования ребро отцепляющегося поездного локомотива совпадает с ребром остановки поезда, то отцепляющийся поездной локомотив должен занимать это ребро в тот же промежуток свободности, что и поезд

$$\hat{t}_{1,\hat{p},l} \leqslant \delta^{\hat{i}}_{S_l,l}\left(\tau^{2\hat{i}}_{j_{S_l,l}} - \frac{d_{\text{л}}}{v_{\text{ср}}}\right) + \left(1 - \delta^{\hat{i}}_{S_l,l}\right) t_{\text{макс}}, \quad \hat{i} = \overline{1, I_{j_{S_l,l}}}. \tag{12}$$

Введем теперь ограничения на движение прицепляющегося локомотива по станции:

$$\tilde{t}_{\tilde{k},\tilde{p},l} - \tilde{t}_{\tilde{k}-1,\tilde{p},l} \geqslant \frac{D'\left(j^{\text{приц}}_{\tilde{k},\tilde{p},l}\right)}{v_{\text{ср}}}, \quad \tilde{k} = \overline{1, \tilde{K}_{\tilde{p},l} - 1}, \tag{13}$$

$$\sum_{\tilde{i}=1}^{I_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}} \tilde{\delta}^{\tilde{i}}_{\tilde{k},\tilde{p},l} = 1, \quad \tilde{k} = \overline{1, \tilde{K}_{\tilde{p},l} - 1}, \tag{14}$$

$$\begin{gathered} \tilde{t}_{\tilde{k},\tilde{p},l} \leqslant \tilde{\delta}^{\tilde{i}}_{\tilde{k},\tilde{p},l}\left(\tau^{2\tilde{i}}_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}} - \frac{d_{\text{л}}}{v_{\text{ср}}}\right) + \left(1 - \tilde{\delta}^{\tilde{i}}_{\tilde{k},\tilde{p},l}\right) t_{\text{макс}}, \\ \tilde{k} = \overline{1, \tilde{K}_{\tilde{p},l} - 1}, \quad \tilde{i} = \overline{1, I_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}}, \end{gathered} \tag{15}$$

$$\tilde{t}_{\tilde{k}-1,\tilde{p},l} \geqslant \tilde{\delta}^{\tilde{i}}_{\tilde{k},\tilde{p},l} \tau^{2\tilde{i}-1}_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}, \quad \tilde{k} = \overline{1, \tilde{K}_{\tilde{p},l} - 1}, \quad \tilde{i} = \overline{1, I_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}}. \tag{16}$$

Ограничения (13)–(16) идентичны ограничениям (1), (3)–(5). Так как время пересечения головой поезда ребра остановки составляет $t_{S_l,l}$, а прицепляющийся локомотив после прицепки вместе с поездом мог поехать в обратную своему первоначальному движению сторону и таким образом проехать ребро остановки дважды, то, чтобы гарантированно успеть осуществить прицепку, введем ограничение

$$\tilde{t}_{K^{\text{приц}}_{\tilde{p},l}-1,\tilde{p},l} \leqslant t_{S_l,l} - 2\frac{D'(j_{S_l,l})}{v_{\text{ср}}}. \tag{17}$$

Прицепка нового локомотива не может быть осуществлена ранее, чем старый локомотив полностью пересечет ребро остановки, поэтому введем ограничение

$$\tilde{t}_{K^{\text{приц}}_{\tilde{p},l}-1,\tilde{p},l} \geqslant \hat{t}_{1,\hat{p},l} + \frac{d_{\text{л}}}{v_{\text{ср}}}. \tag{18}$$

Теперь введем ограничения на безопасность движения, а именно исключим возможные столкновения между поездом, старым и новым локомотивами. Для этого предварительно отметим, что k-е по порядку следования ребро из своего маршрута поезд занимает в промежуток $[t_{k-1,l}, t_{k,l} + d_{\text{п}}/v_{\text{ср}}]$, старый локомотив $\hat{k}$-е ребро по порядку следования из своего маршрута – в промежуток $[\hat{t}_{\hat{k}-1,\hat{p},l}, \hat{t}_{\hat{k},\hat{p},l} + d_{\text{л}}/v_{\text{ср}}]$, новый локомотив $\tilde{k}$-е ребро по порядку следования из своего маршрута – в промежуток $[\tilde{t}_{\tilde{k}-1,\tilde{p},l}, \tilde{t}_{\tilde{k},\tilde{p},l} + d_{\text{л}}/v_{\text{ср}}]$. Сформируем множества $\hat{\mathcal{K}} = \varnothing$, $\tilde{\mathcal{K}} = \varnothing$, $\overline{\mathcal{K}} = \varnothing$. Вначале исключим возможность столкновений между поездом и локомотивами. Для этого для каждого ребра следования $j_{k,l}$, кроме ребра остановки $j_{S_l,l}$, из маршрута поезда j_l проверяются равенства

$$j_{k,l} \cap j^{\text{отц}}_{\hat{p},l} = \varnothing \tag{19}$$

и

$$j_{k,l} \cap j^{\text{приц}}_{\tilde{p},l} = \varnothing. \tag{20}$$

Если оба равенства выполняются, то никаких дополнительных ограничений вводить не нужно. Если не выполняется равенство (19), то определяется порядковый номер $\hat{n}_k$ ребра из маршрута следования старого локомотива, которое совпадает с ребром $j_{k,l}$. Во множество $\hat{\mathcal{K}}$ добавляется номер k. Далее вводятся бинарные переменные $\hat{\alpha}_k$ и $\hat{\beta}_k$ с целью наложения ограничений:

$$t_{k,l} + d_{\text{п}}/v_{\text{ср}} - \hat{t}_{\hat{n}_k-1,\hat{p},l} \geqslant -(1-\hat{\alpha}_k)t_{\text{макс}}, \tag{21}$$

$$t_{k-1,l} - (\hat{t}_{\hat{n}_k,\hat{p},l} + d_{\text{л}}/v_{\text{ср}}) \leqslant (1-\hat{\beta}_k)t_{\text{макс}}, \tag{22}$$

$$\hat{\alpha}_k + \hat{\beta}_k \geqslant 1. \tag{23}$$

Ограничения (21)–(23) гарантируют, что либо поезд раньше полностью пересечет k-е по порядку следования ребро из своего маршрута, нежели старый локомотив на него заедет, либо старый локомотив быстрее пересечет k-е по порядку следования ребро из маршрута поезда, нежели последний на него заедет.

Если не выполняется равенство (20), то определяется порядковый номер $\tilde{n}_k$ ребра из маршрута следования нового локомотива, которое совпадает с ребром $j_{k,l}$. Во множество $\tilde{\mathcal{K}}$ добавляется номер k. Далее вводятся бинарные переменные $\tilde{\alpha}_k$ и $\tilde{\beta}_k$ с целью наложения ограничений:

$$t_{k,l} + d_{\text{п}}/v_{\text{ср}} - \tilde{t}_{\tilde{n}_k-1,\tilde{p},l} \geqslant -(1-\tilde{\alpha}_k)t_{\text{макс}}, \tag{24}$$

$$t_{k-1,l} - (\tilde{t}_{\tilde{n}_k,\tilde{p},l} + d_{\text{л}}/v_{\text{ср}}) \leqslant (1-\tilde{\beta}_k)t_{\text{макс}}, \tag{25}$$

$$\tilde{\alpha}_k + \tilde{\beta}_k \geqslant 1, \tag{26}$$

которые идентичны ограничениям (21)–(23).

Теперь исключим возможные столкновения старого и нового локомотивов. Для этого для каждого ребра следования $j^{\,\text{отц}}_{\hat{k},\hat{p},l}$, кроме ребра остановки $j_{S_l,l}$, из маршрута старого локомотива $j^{\,\text{отц}}_{\hat{p},l}$ проверяется равенство

$$j^{\,\text{отц}}_{\hat{k},\hat{p},l} \cap j^{\,\text{приц}}_{\tilde{p},l} = \varnothing. \tag{27}$$

Если равенство (27) выполняется, то никаких дополнительных ограничений не вводится. В противном случае определяется порядковый номер $\overline{n}_{\hat{k}}$ ребра из маршрута следования нового локомотива, которое совпадает с ребром $j^{\,\text{отц}}_{\hat{k},\hat{p},l}$. Во множество $\overline{\mathcal{K}}$ добавляется номер $\hat{k}$. Далее вводятся бинарные переменные $\overline{\alpha}_{\hat{k}}$ и $\overline{\beta}_{\hat{k}}$ с целью наложения ограничений:

$$\hat{t}_{\hat{k},l} + d_{\text{л}}/v_{\text{ср}} - \tilde{t}_{\overline{n}_{\hat{k}}-1,\tilde{p},l} \geqslant -(1-\overline{\alpha}_{\hat{k}})t_{\text{макс}}, \tag{28}$$

$$\hat{t}_{\hat{k}-1,l} - (\tilde{t}_{\overline{n}_{\hat{k}},\tilde{p},l} + d_{\text{л}}/v_{\text{ср}}) \leqslant (1-\overline{\beta}_{\hat{k}})t_{\text{макс}}, \tag{29}$$

$$\overline{\alpha}_{\hat{k}} + \overline{\beta}_{\hat{k}} \geqslant 1. \tag{30}$$

Ограничения (28)–(30) идентичны ограничениям (21)–(23).

Учитывая бинарность переменных $\delta^i_{k,l}$, $\hat{\delta}^{\hat{i}}_{\hat{k},\hat{p},l}$, $\tilde{\delta}^{\tilde{i}}_{\tilde{k},\tilde{p},l}$, $k=\overline{1,K_l}$, $i=\overline{1,I_{j_{k,l}}}$, $\hat{k}=\overline{1,\hat{K}_{\hat{p},l}}$, $\hat{i}=\overline{1,I_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}}$, $\tilde{k}=\overline{1,\tilde{K}_{\tilde{p},l}-1}$, $\tilde{i}=\overline{1,I_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}}$ по определению, введем ограничения:

$$\delta^i_{k,l} \in \{0,1\}, \quad k=\overline{1,K_l}, \quad i=\overline{1,I_{j_{k,l}}}, \tag{31}$$

$$\hat{\delta}^{\hat{i}}_{\hat{k},\hat{p},l} \in \{0,1\}, \quad \hat{k}=\overline{1,\hat{K}_{\hat{p},l}}, \quad \hat{i}=\overline{1,I_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}}, \tag{32}$$

$$\tilde{\delta}^{\tilde{i}}_{\tilde{k},\tilde{p},l} \in \{0,1\}, \quad \tilde{k}=\overline{1,\tilde{K}_{\tilde{p},l}-1}, \quad \tilde{i}=\overline{1,I_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}}. \tag{33}$$

Также по определению

$$\hat{\alpha}_{k'} \in \{0,1\}, \quad \hat{\beta}_{k'} \in \{0,1\}, \quad k' \in \hat{\mathcal{K}}, \tag{34}$$

$$\tilde{\alpha}_{k''} \in \{0,1\}, \quad \tilde{\beta}_{k''} \in \{0,1\}, \quad k'' \in \tilde{\mathcal{K}}, \tag{35}$$

$$\overline{\alpha}_{k'''} \in \{0,1\}, \quad \overline{\beta}_{k'''} \in \{0,1\}, \quad k''' \in \overline{\mathcal{K}}. \tag{36}$$

4. Постановка задачи

Для максимизации прибыли от перевозок людей/грузов следует увеличивать объемы перевозок, что можно осуществить, максимально эффективно используя станционные ресурсы. Для этой цели следует максимально быстро освобождать станционные пути, поэтому в качестве критерия оптимизации выберем минимизацию времени нахождения поезда на станции. Таким образом, задача оптимизации имеет вид

$$t_{K_l,l} \to \min, \tag{37}$$

в которой оптимизируемыми переменными выступают $\delta^{i}_{k,l}$, $\hat{\delta}^{\hat{i}}_{\hat{k},\hat{p},l}$, $\tilde{\delta}^{\tilde{i}}_{\tilde{k},\tilde{p},l}$, $t_{k,l}$, $\hat{t}_{\hat{k},\hat{p},l}$, $\tilde{t}_{0,\tilde{p},l}$, $\tilde{t}_{\tilde{k},\tilde{p},l}$, $\hat{\alpha}_{k'}$, $\tilde{\alpha}_{k''}$, $\overline{\alpha}_{k'''}$, $\hat{\beta}_{k'}$, $\tilde{\beta}_{k''}$, $\overline{\beta}_{k'''}$, $k=\overline{1,K_l}$, $i=\overline{1,I_{j_{k,l}}}$, $\hat{k}=\overline{1,\hat{K}_{\hat{p},l}}$, $\hat{i}=\overline{1,I_{j_{\hat{k},\hat{p},l}}}$, $\tilde{k}=\overline{1,\tilde{K}_{\tilde{p},l}-1}$, $\tilde{i}=\overline{1,I_{j_{\tilde{k},\tilde{p},l}}}$, $k'\in\hat{\mathcal{K}}$, $k''\in\tilde{\mathcal{K}}$, $k'''\in\overline{\mathcal{K}}$.

Заметим, что задача (37) с ограничениями (1)–(36) является задачей смешанного целочисленного линейного программирования и может быть решена, например, в пакете Matlab или CPLEX, а также VNS-методом [19], доказавшим свою эффективность на ряде практических примеров.

Решение задачи (37) при ограничениях (1)–(36) позволяет определить времена движения пассажирского/грузового поезда, старого и нового локомотивов по станции при некотором зафиксированном маршруте их движения. Выберем теперь наилучший маршрут следования пассажирского/грузового поезда, старого и нового локомотивов с целью наискорейшего выхода пассажирского/грузового поезда за пределы станции. Пусть решение в задаче (37) с ограничениями (1)–(36) существует и оптимальное значение критерия равно $t^*_{l,\hat{p},\tilde{p},q}$ С использованием этой переменной введем

$$\overline{T}_{l,\hat{p},\tilde{p},q} \overset{\text{def}}{=} \begin{cases} t^*_{l,\hat{p},\tilde{p},q}, & \text{решение в задаче (37) с ограничениями (1)–(36)} \\ & \text{существует,} \\ +\infty & \text{иначе.} \end{cases}$$

Для решения общей задачи поиска маршрута и времени движения поезда и поездных локомотивов по станции надо определить

$$\overline{T}^* = \min_{l=1,\dots,L}\ \min_{\hat{p}=1,\dots,K_l^{\text{отц}}}\ \min_{\tilde{p}=1,\dots,K_l^{\text{приц}}}\ \min_{q=1,\dots,T} \overline{T}_{l,\hat{p},\tilde{p},q}.$$

Если $\overline{T}^*$ конечно, то надо найти l, $\hat{p}$, $\tilde{p}$, q, при которых $\overline{T}_{l,\hat{p},\tilde{p},q}$ будет равно $\overline{T}^*$, и использовать полученные времена и маршруты движения поезда и локомотивов. В противном случае, когда $\overline{T}^*$ бесконечно, поезд пропустить по станции невозможно. Подобная процедура по "встраиванию" новых поездов в действующее расписание проводится для каждого поезда, который планируется пропустить через станцию в порядке приоритетности этих поездов.

Отметим, что если не требуется смена поездных локомотивов, то следует решать задачу

$$t_{K_l,l} \to \min_{\delta^i_{k,l},t_{k,l},k=\overline{1,K_l},i=\overline{1,I_{j_{k,l}}}}$$

при ограничениях (1)–(6), (31). Отметим, что полученная задача практически совпадает с задачей поиска маршрута и времени движения маневрового состава по станции из [14]. Отличием представленной постановки от постановки из [14] является то, что в [14] маневровый состав, по сути, представлялся материальной точкой, а в настоящей статье у поезда и локомотивов есть длина. Также в [14] не предполагалась остановка длительностью не меньше заданной маневрового состава на некотором пути.

Для учета влияния случайных задержек поездов на возможность пропуска дополнительных поездов через станцию возможны два способа. Первый способ заключается в непосредственном использовании апостериорных расписаний, получающихся по результату функционирования станции в день недели, в который предполагается "вставка" дополнительных поездов. Второй способ заключается в статистическом моделировании. Для второго пути необходимо исключить из базового расписания (т.е. из функции $F(j,t)$) задерживающиеся поезда, методом Монте-Карло получить их времена прибытия на станцию и далее по указанной в настоящей статье процедуре осуществить процедуру вставки в оставшееся от базового расписание задерживающихся поездов. После этого методами из [14] следует пересчитать расписание маневровых работ. Закон распределения задержек можно оценить, исходя из апостериорных расписаний из первого способа, либо экспертным путем. Для каждой реализации расписания, сформированного с учетом задержек, производится процедура "вставки" дополнительных поездов. Отметим, что предложенная схема позволяет не только оценить возможность (вероятность) пропуска некоторого поезда из перечня дополнительных поездов, но и проверить устойчивость базового расписания на возможность его исполнения с учетом задержек.

Заметим, что задача по поиску оптимального маршрута движения дополнительного поезда и поездных локомотивов через станцию может быть распараллелена. А именно для различных l, $\hat{p}$, $\tilde{p}$, q задача (37) с ограничениями (1)–(36) может быть решена на различных ядрах процессора/на различных компьютерах. При этом сами маршруты движения по станции могут быть определены заранее с использованием теории графов. Это позволяет сократить время поиска оптимального маршрута движения дополнительного поезда и поездных локомотивов через станцию.

5. Пример

Пусть через станцию, часть схемы которой приведена на рисунке, требуется пропустить поезд длиной $d_{\text{п}} = 250$ м со временем прибытия 7:30 (отсчитывая время от начала суток, получим, что $t_{\text{приб}} = 27000$ с), минимальным временем стоянки 30 мин ($\Delta_{\text{ост}} = 1800$ с), единственным промежутком выхода со станции 8:10–8:20 ($t_{1,1}^{\text{нач}} = 29400$ с, $t_{1,1}^{\text{кон}} = 30000$ с). Пусть средняя скорость движения по станции $v_{\text{ср}}$ составляет 5 м/с, а длина поездных локомотивов $d_{\text{л}}$ равна 30 м. Пусть зафиксировано некоторое базовое расписание движения, а $t_{\text{макс}} = 86400$ с. Приведем промежутки свободности для некоторых ребер станции с 7:00 до 9:00. Предварительно отметим, что схема рассматриваемой станции и промежутки свободности ребер практически повторяют схему

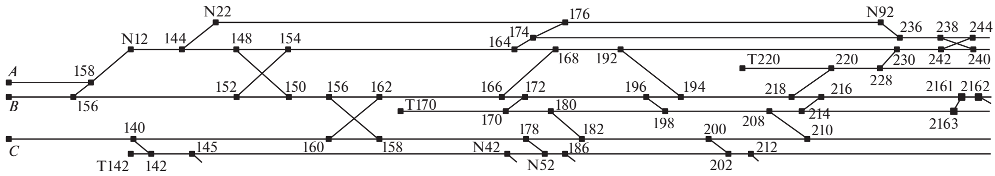

Схема станции.

и промежутки свободности ребер пассажирского парка станции Челябинск-Главный.

Пусть поезд возможно пропустить только по одному маршруту, т.е. $L = 1$ и $J = \{j_1\}$, причем

$$j_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 11, 12, 13, 14, 15\},$$

а ребром остановки выступает ребро с номером 10, которое по порядку десятое, т.е. $S_1 = 10$, а $K_1 = 21$. Также предположим, что множества возможных маршрутов старого $J_1^{\text{отц}}$ и нового $J_1^{\text{приц}}$ локомотивов для маршрута j_1 состоят из одного элемента, т.е. $K_1^{\text{отц}} = 1$, $K_1^{\text{приц}} = 1$, $J_1^{\text{отц}} = \{j_{1,1}^{\text{отц}}\}$, $J_1^{\text{приц}} = \{j_{1,1}^{\text{приц}}\}$. Пусть также

$$j_{1,1}^{\text{отц}} = \{10, 21, 20, 16, 17, 18, 19, 6, 5, 4, 3, 2, 1\},$$

$$j_{1,1}^{\text{приц}} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\},$$

т.е. $\hat{K}_{1,1} = 13$, $\tilde{K}_{1,1} = 10$.

Для краткости изложения не приведены остальные промежутки свободности (до 7:00 и после 9:00), участвующие в расчете, которых насчитывается 535. Однако и по промежуткам, представленным в таблице, заметно, что за короткий промежуток времени вручную крайне затруднительно отыскать времена движения по станции поезда, а также старого и нового локомотивов.

Решая задачу (37) с ограничениями (1)–(36) в пакете CPLEX, получим расписание движения поезда

$$1[27000 - 27067] \to 2[27017 - 27101{,}2] \to 3[27051{,}2 - 27116{,}8] \to$$

$$\to 4[27066{,}8 - 27141] \to 5[27091 - 27152{,}4] \to 6[27102{,}4 - 27160{,}6] \to$$

$$\to 7[27110{,}6 - 27172{,}6] \to 8[27122{,}6 - 27196] \to 9[27146 - 27213{,}4] \to$$

$$\to 10[27163{,}4 - 29271] \to 9[29221 - 29288{,}4] \to 8[29238{,}4 - 29311{,}8] \to$$

$$\to 7[29261{,}8 - 29323{,}8] \to 6[29273{,}8 - 29332] \to 5[29282 - 29343{,}4] \to$$

$$\to 4[29293{,}4 - 29367{,}6] \to 11[29317{,}6 - 29383{,}2] \to 12[29333{,}2 - 29387{,}6] \to$$

$$\to 13[29337{,}6 - 29403{,}2] \to 14[29353{,}2 - 29442{,}6] \to 15[29392{,}6 - 29450],$$

где слева от квадратных скобок записан номер пересекаемого поездом ребра, а справа – соответствующий промежуток занятости. Отметим, что для получения времени пересечения головой поезда k-го по порядку ребра в маршруте, нужно взять левую границу промежутка занятости для $k+1$ по порядку ребра, $k = \overline{1, 20}$.

Таблица. Свободность некоторых ребер железнодорожной станции с 7:00 до 9:00

Ребро на схеме станции	№ ребра	Свободность ребра с–до	Длина ребра, м
1	2	3	4
$C \leftrightarrow 140$	1	25191–25380	85
		25416–30900	
		30944–31398	
		31455–32227	
		32284-32926	
$140 \leftrightarrow 160$	2	25134–25416	171
		25490–30944	
		31033–31341	
		31398–31455	
		31512–32170	
		32227–32284	
		32341–32869	
$160 \leftrightarrow 162$	3	22805–31512	78
		31538–33811	
$162 \leftrightarrow 166$	4	24391–28219	121
		28278–29894	
		29951–31538	
		31578–33025	
$166 \leftrightarrow 172$	5	22864–28278	57
		28305–29951	
		29978–31578	
		31597–33752	
$172 \leftrightarrow 196$	6	17984–28305	41
		28325-29978	
		29997–33738	
$196 \leftrightarrow 194$	7	23563–33718	60
$194 \leftrightarrow 218$	8	21581–25547	117
		25606–26861	
		26921–30300	
		30339–33679	
$218 \leftrightarrow 216$	9	19787–25503	87
		25547–30339	
		30778–33360	
$216 \leftrightarrow 2161$	10	25503–30127	500
$198 \leftrightarrow 196$	19	23585–28325	66
		28357–29997	
		30028–34745	
$156 \leftrightarrow 162$	11	24302–28181	78
		28219–29857	
		29894–33088	

Таблица (окончание)

1	2	3	4
$156 \leftrightarrow 150$	12	24245–28171 28181-29847 29857–29887 29894–33128	22
$150 \leftrightarrow 152$	13	24229–28133 28171–29810 29847–29894 29920–33139	78
$152 \leftrightarrow 136$	14	24780–26908 27060–27448 27602–28037 28133–29116 29203–29717 29810–29920 29986–33179	197
$136 \leftrightarrow B$	15	24628–26880 26908–27420 27448–28020 28037–29100 29116–29700 29717–33280	37
$214 \leftrightarrow 2163$	16	23317–31786 32050–32313	500
$214 \leftrightarrow 208$	17	23053–30087 30088–31049 31049–31786 31786–32577	2
$208 \leftrightarrow 198$	18	23627–28357 28418–30028 30087–31049 31091–31744 31786–32577	125
$2162 \leftrightarrow 2161$	20	25503–30127	50
$2161 \leftrightarrow 2163$	21	0–86400	50

Расписание движения старого локомотива имеет вид

$$10[? - 27669{,}4] \to 21[27663{,}4 - 27679{,}4] \to 20[27673{,}4 - 27689{,}4] \to$$
$$\to 16[27683{,}4 - 27789{,}4] \to 17[27783{,}4 - 27789{,}8] \to 18[27783{,}8 - 27814{,}8] \to$$
$$\to 19[27808{,}8 - 27828] \to 6[27822 - 27836{,}2] \to 5[27830{,}2 - 27847{,}6] \to$$
$$\to 4[27841{,}6 - 27871{,}8] \to 3[27865{,}8 - 27887{,}4] \to 2[27881{,}4 - 27921{,}6] \to$$
$$\to 1[27915{,}6 - 27938{,}6],$$

где указание знака вопроса в промежутке занятности ребра № 10 вызвано тем, что априори неизвестно, где именно на ребре остановки поезд осуществит стоянку.

Расписание движения нового локомотива имеет вид

$$1[28857{,}6 - 28880{,}6] \to 2[28874{,}6 - 28914{,}8] \to 3[28908{,}8 - 28930{,}4] \to$$
$$\to 4[28924{,}4 - 28954{,}6] \to 5[28948{,}6 - 28966] \to 6[28960 - 28974{,}2] \to$$
$$\to 7[28968{,}2 - 28986{,}2] \to 8[28980{,}2 - 29009{,}6] \to$$
$$\to 9[29003{,}6 - 29027] \to 10[29021 - ?],$$

где указание знака вопроса в промежутке занятности ребра № 10 вызвано тем, что априори неизвестно, где именно на ребре остановки поезд осуществит стоянку.

Результаты численного эксперимента были получены с помощью математического пакета ILOG CPLEX на персональном компьютере (Intel Core i5 4690, 3.5 GHz, 8 GB DDR3 RAM). Расчеты заняли менее 1 секунды, что позволяет сделать вывод о применимости предлагаемого подхода на практике, когда имеется несколько маршрутов движения поезда и несколько маршрутов старого и нового локомотивов.

6. Заключение

В настоящей статье рассмотрена задача по увеличению пропускной способности станции. Для этой цели в виде задачи смешанного целочисленного линейного программирования сформулирована задача по вставке в действующее базовое расписание некоторого дополнительного поезда, у которого возможна смена поездных локомотивов. Предложена схема по учету влияния случайных задержек в движении поездов на возможность их пропуска через железнодорожную станцию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cordeau J.-F., Toth P., Vigo D.* A Survey of Optimization Models for Train Routing and Scheduling // Transp. Sci. 1998. V. 32. No. 4. P. 380–404.
2. *Kroon L., Maroti G., et al.* Stochastic Improvement of Cyclic Railway Timetables // Transp. Res. Part B: Method. 2008. V. 42. No. 6 P. 553–570.
3. *Лазарев А.А., Мусатова Е.Г.* Целочисленные постановки задачи формирования железнодорожных составов и расписания их движения // Управление большими системами. 2012. № 38. С. 161–169.
4. *Зиндер Я.А., Лазарев А.А. и др.* Построение расписаний двухстороннего движения на однопутной железной дороге с разъездом // АиТ. 2018. № 3. С. 144–166.

   Zinder Y., Lazarev A.A., et al. Scheduling the Two-Way Traffic on a Single-Track Railway with a Siding // Autom. Remote Control. 2018. V. 79. No. 3. P. 506–523.
5. *Ziarati K., Soumis F., et al.* Locomotive Assignment with Heterogeneous Consists at CN North America // Eur. J. Oper. Res. 1997. No. 97. P. 281–292.
6. *Ahuja R.K., Liu J., et al.* Solving Real-Life Locomotive-Scheduling Problems // Transp. Sci. 2005. V. 39. No. 4. P. 503–517.

7. *Буянов М.В., Иванов С.В. и др.* Развитие математической модели управления грузоперевозками на участке железнодорожной сети с учетом случайных факторов // Информатика и ее применения. 2017. Т. 11. № 4. С. 85–93.
8. *Буянов М.В., Наумов А.В.* Оптимизация функционирования подвижного состава при организации грузовых перевозок на участке железнодорожной сети // АиТ. 2018. № 9. С. 143–158.

   Buyanov M.V., Naumov A.V. Optimizing the Operation of Rolling Stock in Organizing Cargo Transportation at a Railway Network Segment // Autom. Remote Control. 2018. V. 79. No. 9. P. 1661–1672.
9. *Powell W.B., Simao H.P., Bouzaiene-Ayari B.* Approximate Dynamic Programming in Transportation and Logistics: a Unified Framework // Eur. J. Transp. Logist. 2012. No. 1. P. 237–284.
10. *Albrecht A.R., Panton D.M., Lee D.H.* Rescheduling Rail Networks with Maintenance Disruptions Using Problem Space Search // Comput. Oper. Res. 2013. V. 40. No. 3. P. 703–712.
11. *Forsgren M., Aronsson M., Gestrelius S.* Maintaining Tracks and Traffic Flow at the Same Time // J. Rail Transp. Plan. & Management. 2013. V. 3. No. 3. P. 111–123.
12. *Liden T., Joborn M.* An Optimization Model for Integrated Planning of Railway Traffic and Network Maintenance // Transp. Res. Part C: Emerging Tech. 2017. No. 74. P. 327–347.
13. *Гайнанов Д.Н., Игнатов А.Н. и др.* О задаче назначения “технологического окна” на участках железнодорожной сети // АиТ. 2020. № 6. С. 3–16.

    Gainanov D.N., Ignatov A.N., et al. On Track Procession Assignment Problem at the Railway Network Sections // Autom. Remote Control. 2020. V. 81. No. 6. P. 967–977.
14. *Босов А.В., Игнатов А.Н., Наумов А.В.* Модель передвижения поездов и маневровых локомотивов на железнодорожной станции в приложении к оценке и анализу вероятности бокового столкновения // Информатика и ее применения. 2018. Т. 12. № 3. С. 107–114.
15. *Ignatov A.N., Naumov A.V.* On time selection for track possession assignment at the railway station // Bull. of the South Ural State University. Ser. Math. Model. Progr. Comp. Soft. 2019. V. 12. No. 3. P. 5–16.
16. *Abril M., Barber F., et al.* An Assessment of Railway Capacity // Transp. Res. Part E: Logistics and Transp. Rev. 2008. V. 44. No. 5. P. 774–806.
17. *Petering M.E.H., Heydar M., Bergmann D.R.* Mixed-Integer Programming for Railway Capacity Analysis and Cyclic, Combined Train Timetabling and Platforming // Transp. Sci. 2016. V. 50. No. 3. P. 892–909.
18. *Sels P., Vansteenwegen P., et al.* The Train Platforming Problem: The Infrastructure Management Company Perspective // Transp. Res. Part B: Methodological. 2014. V. 61. P. 55–72.
19. *Hansen P., Mladenovic N., et al.* Variable Neighborhood Search in Handbook of Metaheuristics. Eds., by Gendreau M., Potvin J.-Y. 2010. P. 61–86.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.И. Кибзуном.

Поступила в редакцию 23.02.2020

После доработки 10.06.2020

Принята к публикации 09.07.2020