Автоматика и телемеханика, № 11, 2021

© 2021 г. Ю.А. ДОРОФЕЮК, канд. техн. наук (dorofeyuk_julia@mail.ru),
В.А. ЛАПТИН (straqker@bk.ru)
(МГУ им. М.В. Ломоносова),
А.С. МАНДЕЛЬ, д-р техн. наук (almandel@yandex.ru)
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ И СТРУКТУРЫ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ КАНАЛОВ

Рассматривается задача оценки структуры и параметров системы массового обслуживания при реализации системы оптимального переключения основных каналов обслуживания в моменты контроля, отстоящие друг от друга на фиксированный временной шаг. Для решения задачи оценки структуры и параметров модели предложены процедуры экспертно-классификационного анализа, структурного прогнозирования и экспертно-статистической обработки данных.

Ключевые слова: управляемые системы массового обслуживания, марковский входящий поток, оценивание структуры и параметров, экспертно-классификационный анализ, структурное прогнозирование, экспертно-статистическая обработка данных.

DOI: 10.31857/S0005231021110040

1. Введение

Рассматривается задача оценки структуры и параметров модели оптимального управления системой массового обслуживания (СМО), описанной в [1], где сделано предположение о скачкообразном марковском пошаговом изменении интенсивности простейшего входящего потока. В результате сделан вывод о том, что классические методы статистического оценивания не вполне пригодны для исследования структуры (числа элементов множества и значений различных интенсивностей входящего потока), а также вероятностей перехода из состояния в состояние. В качестве альтернативы предлагается набор процедур экспертно-классификационного анализа [2, 3], структурного прогнозирования [4] и экспертно-статистической обработки данных [5].

2. Модель системы массового обслуживания

Как отмечено в [1], в исследуемой СМО число рабочих каналов обслуживания может изменяться в моменты контроля, отстоящие друг от друга на фиксированное время — шаг контроля. При этом считается, что в СМО поступает простейший входящий поток, интенсивность которого $\lambda(t)$ на протяжении шага постоянна, а в моменты контроля претерпевает скачкообразные марковские изменения, принимая конечное число k значений λ_i из дискретного множества $\Lambda = \{\lambda_i, i \in \overline{1,k}\}$. Задача заключается в том, чтобы сформировать стратегию переключения рабочих каналов (отключения части работающих каналов или введение в действие дополнительных резервных каналов), которая минимизирует средние затраты СМО на заданном N-шаговом периоде планирования. Задана матрица вероятностей перехода соответствующей однородной марковской цепи $P = \|p_{ij}\|$, где p_{ij} – это вероятность перехода (в момент контроля) от интенсивности λ_i, $i \in \overline{1,k}$, на предыдущем шаге к интенсивности λ_j, $j \in \overline{1,k}$, на следующем шаге.

В [1] показано, что решение задачи о выборе оптимальной стратегии переключения каналов сводится к решению следующей системы уравнений дискретного динамического программирования:

$$C_1^*(\lambda_i, m) = \min_{u \geqslant \underline{u_i}} C^{(1)}(\lambda_i, m, u), \tag{1}$$

$$C_n^*(\lambda_i, m) = \min_{u \geqslant \underline{u_i}} \left\{ C^{(1)}(\lambda_i, m, u) + \alpha \sum_{j=1}^{l} p_{ij} C_{n-1}^*(\lambda_j, u) \right\}, \quad n \in \overline{2,N}, \tag{2}$$

где $C_n^*(\lambda_i, m)$ – минимальное возможное значение суммарных средних затрат на n последних шагах процесса управления, когда математическое ожидание берется по траектории изменения интенсивности входящего потока, интенсивность которого совершает марковские скачки. Переменная u в уравнениях (1)–(2) определяет текущее (за n шагов до конца процесса) значение управляющего решения о числе включаемых рабочих каналов.

3. Постановка задачи

Главное, что предстоит оценить в процессе практического использования модели (1), (2), – это точки множества значений интенсивностей входящего потока $\Lambda = \{\lambda_i\}$, $i \in \overline{1,k}$ (структура системы) и значения вероятностей перехода (параметры системы) соответствующей однородной марковской цепи $P = \|p_{ij}\|$, где p_{ij} – это вероятность перехода (в момент контроля) от интенсивности λ_i, $i \in \overline{1,k}$, на предыдущем шаге к интенсивности λ_j, $j \in \overline{1,k}$, на следующем шаге. При этом важно понимать, что модель (1)–(2) является лишь приближением к описанию реальной ситуации, в которой четких скачков не наблюдается (процесс, конечно, размыт во времени, да и сами значения λ_i из множества Λ могут "ползти", постепенно изменяясь от шага к шагу). Поэтому довольно сложно представить себе процедуру статистического оценивания указанных параметров и вероятностей перехода в рамках классической статистической теории.

В связи с этим для решения проблемы оценки структуры системы и ее параметров в работе была избрана концепция структурного прогнозирования в понимании публикации [4] с привлечением методов экспертно-классификационного анализа [2, 3] и элементов экспертно-статистической обработки данных [5].

Естественно, что результаты наблюдений сильно связаны с предметной областью, к которой относятся соответствующие СМО. При этом эти данные могут быть чрезвычайно разнородны, что представляет собой дополнительную проблему [6]. Как минимум, они представляют собой данные о средних интенсивностях входящих потоков на каждом шаге, сведения о конкретных СМО (бюджет, положение на рынке, приоритеты обслуживания различных требований, конъюнктура рынка и т.д.). Например, если СМО представляет собой кассовый зал кинотеатра, то привлекательность услуги по продаже билета может обусловливаться жанром фильма, его бюджетом, названием студии-производителя, именами режиссера и актеров и другими признаками. При этом в качестве разных объектов могут выступать отдельные отрезки времени с результатами наблюдений за одной и той же системой массового обслуживания. Каждый раз задача выбора набора наблюдений решается в зависимости от указанных обстоятельств.

Следует понимать, что последующие применения результатов обработки этих данных представляют собой предложение вариантов управляющих решений для некой системы поддержки принятия решений (СППР), что также порождает необходимость учитывать различные особенности СППР. Прежде всего приходится иметь в виду наличие объектов нечисловой природы [7], обязательность выполнения экспертных оценок [8], включая проведение в некоторых случаях многовариантной экспертизы [9], и, наконец, особенности инженерии информационно-управляющих систем [10].

В результате решения задачи выбора наблюдений образуется совокупность объектов. Каждый объект описывается набором параметров и представляется отрезком траектории в пространстве состояний. Соответствующий набор отрезков траекторий назовем обучающей выборкой. Изучается поведение этого множества объектов (отрезков траекторий) в дискретные моменты времени. Вводится в рассмотрение m-мерное (по числу параметров) пространство параметров X, в котором j-й объект в момент времени n представляется точкой $\mathbf{x_j}(n) = \{x_j^{(1)}(n), x_j^{(2)}(n), \ldots, x_j^{(m)}(n)\}$. Совокупность векторов $\{\mathbf{x_j}(1), \mathbf{x_j}(2), \ldots, \mathbf{x_j}(n)\}$ представляет отрезок траектории движения (динамики) j-го объекта.

3.2. Формирование начального приближения к структуре кластеров

Начальное приближение к структуре кластеров, в которую отображается рассматриваемая совокупность объектов, строится с использованием комплексного алгоритм автоматической классификации [4].

Критериальной функцией при построении начального кластерного разбиения является функционал вида

$$J_1 = \sum_{i=1}^{r} \frac{p_i}{p} K(A_i, A_j) \quad (r \ \text{– число классов}), \tag{3}$$

где через A_i обозначены кластеры точек, r – число этих кластеров, а

$$K(A_i, A_j) = \frac{2}{p_i(1-p_i)} \sum_{i=1}^{p_i} \sum_{j>i} K(x_i, x_j) \tag{4}$$

— мера близости между собой отдельных кластеров, которая рассчитывается с помощью классической потенциальной функции близости двух точек [11]:

$$K(x, y) = \frac{1}{1 + \alpha R^m(\mathbf{x}, \mathbf{y})}, \tag{5}$$

где $R^m(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ – некая метрика в пространстве X, а α и m – настраиваемые параметры алгоритма.

Определение начального числа кластеров r может быть в зависимости от контекста и степени формализации конкретной прикладной проблемы выполнено автоматически или с использованием процедур экспертно-классификационного анализа. Соответствующие процедуры могут включать в свой состав процедуры перекрестной экспертизы [9], рассчитанные на то, чтобы добиться согласования мнений задействованных в процедуру принятия окончательных решений экспертов. При этом среди экспертов почти всегда присутствует лицо, принимающее решения (ЛПР), которого в рамках лексики, что используется в экспертно-статистических процедурах принятия решений [5], называют главным экспертом.

4. Этапы решения задачи

4.1. Процедура оценки начального приближения к вероятностям перехода объектов

После того как в соответствии с рекомендациями подраздела 3.2 выделена начальная кластерная структура $\{A_i\}_{(i=1)}^{r}$, определяются “центры”[1] кластеров начального разбиения $\mathbf{a_i}(1)$ всех выделенных кластеров $R_{ji}^{(1)} = R(\mathbf{x_j}(1), \mathbf{a_i}(1)),\ i = 1, \ldots, k;\ j = 1, \ldots, p$. При этом, как отмечается в [12], в некоторых случаях для повышения степени корректности решений задачи выделения центра может понадобиться отказаться от классических евклидовых метрик в пользу метрик более экзотических.

При этом значения интенсивностей входящего потока λ_i, которые соответствуют объектам $\mathbf{a_i}(1)$, формируют результирующее множество возможных состояний идентифицируемой конечной цепи Маркова $\Lambda = \{\lambda_i\}, i \in \overline{1, r}$.

Затем при движении объектов по их индивидуальным траекториям, т.е. в динамике, начинаются переходы объектов из кластера в кластер. В рамках идеологии структурного прогнозирования [4] можно рассчитать вероятности перехода каждого из объектов в каждый из выделенных кластеров.

[1] Центры кластеров иногда называют эталонами кластера.

Элементы матрицы вероятностей перехода объекта j в кластер i[2], значения $p_{ji}^{(1)} = p_{ji}(1)$, могут быть рассчитаны по формуле

$$p_{ji}^{(1)} = \frac{\alpha_j^{(1)}}{R_{ji}^{(1)}}, \tag{6}$$

где $R_{ji}^{(1)}$ – расстояние по выбранной метрике от точки (объекта) j до центра i-го кластера $\mathbf{a_i}(1)$ в начальный момент времени, а нормирующий множитель $\alpha_j^{(1)}$ определяется выражением

$$\alpha_j^{(1)} = \frac{\prod_{i=1}^{r} R_{ji}^{(1)}}{\sum_{j=1}^{p} \frac{1}{R_{ji}^{(1)}} \prod_{i=1}^{r} R_{ji}^{(1)}}. \tag{7}$$

4.2. Процедура оценки последующих приближений

После выделения начальной структуры и оценки начального приближения к вероятностям перехода объектов на следующих шагах элементы матрицы вероятностей перехода объекта j в кластер i модифицируются при помощи процедуры соотнесения между собой расстояний между точкой (объектом) j и центром кластера i в два соседних момента времени, т.е. в начале и конце каждого шага. Обозначим соответствующее изменение расстояний через $\Delta R_{ji}^{(n)} = R_{ji}^{(n)} - R_{ji}^{(n-1)}$.

Если окажется, что j-я точка (объект) в момент n совпадала с центром какого-либо кластера (под номером i_0), т.е., что $R_{ji_0}^{(n)} = 0$, то принимается соглашение, что вероятность для данного объекта остаться в этом кластере равна 1, а стало быть, вероятность перехода в другой кластер равна 0:

$$p_{ji}^{(n)} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = i_0, \\ 0, & \text{если } i = 1, \ldots, k, \quad i \neq i_0. \end{cases}$$

Для случая, когда $R_{ji_0}^{(n)} \neq 0$, происходит модификация всех переходных вероятностей по формуле, которая несколько отличается от ее аналога в [4]:

$$p_{ji}^{(n)} = \gamma \left\{ p_{ji}^{(n-1)} + \left[\frac{1 + \operatorname{sign}(\Delta R_{ji}^{(n)})}{2} - p_{ji}^{(n-1)} \operatorname{sign}(\Delta R_{ji}^{(n)}) \right] R_{ji}^{(n)} \right\}, \tag{8}$$

где, как обычно, $\operatorname{sign}(z) = \begin{cases} 1, & \text{если } z \geqslant 0, \\ 0, & \text{если } z < 0, \end{cases}$ а γ – нормирующий множитель, определяемый условием нормировки $\sum_{i=1}^{k} p_{ji}^{(n)} = 1$:

$$\gamma = \frac{1}{1 + \left[\frac{1 + \operatorname{sign}(\Delta R_{ji}^{(n)})}{2} - p_{ji}^{(n-1)} \operatorname{sign}(\Delta R_{ji}^{(n)}) \right] \Delta R_{ji}^{(n)}}. \tag{9}$$

[2] Заметим, что эти вероятности не совпадают с искомыми вероятностями из алгоритма (2) (см. ниже подраздел 4.3).

4.3. Способы оценки искомых вероятностей перехода p_{ij} из формулы (2)

Поскольку в (2) используются вероятности перехода p_{ij} рассматриваемой СМО из кластера i в кластер j, а в двух предыдущих пунктах приводятся прогнозные оценки вероятностей перехода конкретного объекта в конкретный кластер, то в зависимости от характера обучающей выборки можно поступать следующими двумя способами.

Способ 1. Если рассматриваемая СМО – только один из объектов обучающей выборки с номером s, тогда для оценки вероятностей p_{ij} разумно использовать соотношение

$$p_{ij} = p_{sj}^{(L)}, \quad \text{объект с номером } s \text{ принадлежит кластеру } A_i, \tag{10}$$

где L – длина отрезка временного ряда в обучающей выборке, A_i – кластер объектов с номером i, а оценки p_{sj}^{L} рассчитываются по формулам (8)–(9).

Способ 2. Если рассматриваемая СМО — единственный объект обучающей выборки, иначе говоря обучающая выборка построена по предыстории движения этой СМО в различных ее отрезках, тогда для оценки вероятностей p_{ij} можно использовать соотношение

$$p_{ij} = \frac{1}{p_i} \sum_{s \in A_i} p_{sj}^{(L)}, \tag{11}$$

где L – длина отрезка временного ряда в обучающей выборке, A_i – кластер объектов с номером i, оценки p_{sj}^{L} рассчитываются по формулам (8)–(9), а p_i – это число объектов в кластере A_i.

Можно предложить и другие способы оценки искомых вероятностей p_{ij} из алгоритма (2) с возможным привлечением экспертов для осуществления экспертно-статистической обработки результатов оценивания [5].

5. Применения

Предложенная методика была применена для расчета параметров модели многоканальной системы массового обслуживания, которой описывалось функционирование операционного отделения Института нейрохирургии им. Н.А. Бурденко.

6. Заключение

Для решения задачи оценки структуры и параметров модели выбора оптимальной стратегии переключения каналов в управляемой системе массового обслуживания (СМО) предложены процедуры экспертно-классификационного анализа, структурного прогнозирования и экспертно-статистической обработки данных.

Предстоит сравнить различные способы представления оценок вероятностных параметров задачи управления СМО через оценки, полученные методом структурного прогнозирования.

При дальнейшем развитии предложенной модели и методов обработки и анализа данных придется, по-видимому, использовать новые возможности, связанные с применениями теории нейронных сетей [13].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mandel A., Laptin V.* Channel Switching Threshold Strategies for Multichannel Controllable Queuing Systems // Communicat. Comput. Inform. Sci. 2020. V. 1337. P. 259–270. link.springer.com/chapter.

   https://doi.org/10.1007/978-3-030-66242-4_21
2. *Бауман Е.В., Дорофеюк А.А.* Классификационный анализ данных // Труды Междунар. конф. по проблемам управления. Том 1. М.: СИНТЕГ, 1999. С. 62–77.
3. *Дорофеюк А.А.* Методология экспертно-классификационного анализа в задачах управления и обработки сложноорганизованных данных (история и перспективы развития) // Проблемы управления. 2009. № 3.1. С. 19–28.
4. *Дорофеюк Ю.А., Чернявский А.Л* Интеллектуальные методы динамического структурного анализа данных // Датчики и системы. 2019. № 10. С. 3–8.
5. *Мандель А.С., Дорофеюк Ю.А.* Экспертно-классификационная и экспертно-статистическая обработка информации и принятие решений. М.: Макс Пресс, 2010. С. 165–168.
6. *Воронцов К.В.* Десять открытых проблем вероятностного тематического моделирования // Интеллектуализация обработки информации: Пленарный доклад на 13-й Междунар. конф. ИОИ-2020.
7. *Дорофеюк А.А., Покровская И.В., Чернявский А.Л.* Структуризация объектов нечисловой природы // Информационные технологии и вычислительные системы. 2018. № 1. С. 16–21.
8. *Дорофеюк А.А., Покровская И.В., Чернявский А.Л.* Экспертные методы анализа и совершенствования систем управления // АиТ. 2004. № 10. С. 172–188.

   Dorofeyuk A.A., Pokrovskaya I.V., Chernyavsky A.L. Expert Methods to Analyze and Perfect Management Systems // Autom. Remote Control. 2004. V. 65. No. 10. P. 1675–1688.
9. *Дорофеюк А.А., Гольдовская М.Д., Киселева Н.Е. и др.* Процедуры коллективной многовариантной экспертизы в задачах анализа и совершенствования социально-экономических систем // Информационные технологии и вычислительные системы. 2016. № 4. С. 53–68.
10. *Трояновский В.М.* Программная инженерия информационно-управляющих систем в свете прикладной теории случайных процессов. М.: Издательский дом Форум. 2019.
11. *Айзерман М.А., Браверман Э.М., Розоноэр Л.И.* Метод потенциальных функций в теории обучения машин. М.: Наука, 1970.
12. *Шибзухов З.М.* Об одном робастном подходе к поиску центров кластеров // Интеллектуализация обработки информации: Тезисы докладов 13-й Междунар. конф. ИОИ-2020. М.: РАН, 2020. С. 121–122.
13. *Хайкин С.* Нейронные сети. Полный курс. М.-СПб.: Диалектика, 2020.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Лазаревым.

Поступила в редакцию 20.01.2021

После доработки 16.05.2021

Принята к публикации 30.06.2021