Робастное, адаптивное и сетевое управление

© 2021 г. О.П. КУЗНЕЦОВ, д-р техн. наук (olkuznes@ipu.ru) (Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

АСИНХРОННЫЕ МНОГОАГЕНТНЫЕ МНОГОСОРТНЫЕ СИСТЕМЫ¹

Асинхронная многоагентная многосортная система (AMMC) – это сеть из пороговых элементов (агентов), функционирующая в непрерывном времени. Агенты находятся либо в активном, либо в пассивном состоянии. В активном состоянии агент генерирует сигнал определенного сорта (цвета). Сигнал воспринимается всеми агентами, имеющими входы того же цвета. Агент обладает потенциалом, изменяющимся под возбуждающим или тормозящим действием сигналов; он активен, только если его потенциал превышает порог. Изменения активности агентов являются событиями, разбивающими временную шкалу на такты – временные интервалы, внутри которых состояние системы не меняется. Последовательность состояний системы называется ее поведением. Исследуется зависимость автономного поведения сети от значений ее параметров.

Ключевые слова: асинхронная система, пороговый элемент, многосортные сигналы, автономное поведение, события.

DOI: 10.31857/S0005231021020082

1. Введение

Модель, описываемая в данной статье, возникла по двум причинам. Вопервых, она обобщает модель химических взаимодействий между нейронами [1]. В предлагаемой модели опущены биологические сущности; в результате вместо сети нейронов, обменивающихся химическими сигналами (нейротрансмиттерами), появляется сеть из абстрактных агентов, которые обмениваются сигналами разных сортов, циркулирующими в едином пространстве сигналов и в едином асинхронном времени. Многосортность сигналов означает, что каждый агент воспринимает только сигналы определенных сортов и "не слышит" остальные сигналы.

Во-вторых, правомерно рассматривать эту модель как многоагентную систему (MAC), хотя, возможно, это не согласуется с существующей традицией теории MAC. Дело в том, что уже многие годы в этой теории доминирует парадигма BDI-архитектуры [2], в которой агенты обладают убеждениями, желаниями и намерениями. Однако, как отмечено в обзоре [3], этот

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 17-29-07029, 20-07-00190).

подход не оправдал ожиданий, поскольку потребовал привлечения сложных и вычислительно неэффективных логических средств. В резюме этого обзора отмечается, что "в новой парадигме формализации MAC рационально строить как множество простых агентов с богатой компонентой взаимодействия и широким использованием принципов самоорганизации и эволюции, присущих живым системам". Предлагаемая модель удовлетворяет, по крайней мере, требованиям простоты агентов и разнообразию типов взаимодействия.

Асинхронность – еще одна важная особенность предлагаемой модели. Асинхронные дискретные модели появились в 50-х гг. ХХ в. в логической схемотехнике [4]. Их главная особенность – зависимость поведения от временны́х параметров элементов логических схем. Одной из важных задач проектирования асинхронных схем всегда являлось преодоление этой зависимости с целью обеспечения детерминированного поведения схемы [5, 6]. В данной работе предлагается новый подход к асинхронным сетям, при котором их зависимость от временны́х параметров оказывается достоинством: она порождает репертуар возможных поведений и позволяет переключать поведение при изменении параметров. Сеть, в которой зафиксированы все основные параметры ее элементов, будет называться асинхронной системой.

Краткое изложение первых трех разделов настоящей статьи (без доказательств теорем 2 и 3) опубликовано в [7].

2. Формальная модель – основные определения

Асинхронная многоагентная многосортная система (AMMC) **S** определяется как $\mathbf{S} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{C}, \mathbf{H}, \mathbf{T} \rangle$, где $\mathbf{N} = \{N_1, \ldots, N_n\}$ – множество агентов, $\mathbf{C} = \{c_1, \ldots, c_m\}$ – множество абстрактных цветов (сортов), **H** – множество параметров системы, **T** – непрерывное время, в котором происходят *события*. Агенты могут находиться в одном из двух состояний – активном и пассивном. Событиями являются моменты изменения состояния любого агента. Переход агента из пассивного состояния в активное иногда будем называть включением, а переход из активного состояния в пассивное – выключением.

События разбивают непрерывную шкалу времени на отрезки – такты. Границы тактов (точки на этой шкале, т.е. моменты наступления событий) нумеруются натуральными числами и называются дискретными моментами времени. Такт t – это интервал между моментами t и t + 1, т.е. между двумя соседними событиями. Такты имеют разную длительность; длительность такта t обозначается $\tau(t)$. Текущее состояние активности агента N_i задается величиной $y_i(t) \in \{0,1\}; y_i(t) = 1$ означает, что на такте t агент активен; $y_i(t) = 0$ означает, что на такте t агент пассивен.

Выходы, входы и сигналы. В активном состоянии агент N_i генерирует сигнал, характеризуемый цветом c_j и мощностью d_{ij} . Мощность задается матрицей $\mathbf{D} = \|d_{ij}\|_{n \times m}$, в которой строки соответствуют агентам, а столбцы – цветам. Агент N_i обладает входами, каждый из которых имеет цвет из множества **C**. Разные входы имеют разные цвета; вход цвета c_j имеет вес $w_{ij} \in \mathbf{R}$. Вес $w_{ij} = 0$ означает, что у агента N_i нет входов цвета c_j ; $w_{ij} > 0$ означает, что сигнал, пришедший на вход цвета c_j , оказывает на агента возбуждаю-

щее воздействие, $w_{ij} < 0$ означает тормозное воздействие. Множество весов также удобно задавать матрицей $\mathbf{W} = \|w_{ij}\|_{n \times m}$.

По характеру активности агенты делятся на два типа: инициативный и реактивный. Инициативный агент переходит в пассивное состояние только при достаточно сильных тормозящих воздействиях; в остальное время он активен. Реактивный агент активизируется только при достаточно сильных возбуждающих воздействиях; в остальное время он пассивен.

Совокупность цветов, присвоенных входам и выходу агента N_i , а также знаки весов его входов будем называть разметкой агента. Разметки агентов однозначно определяют связи между агентами: ориентированная связь от агента N_k к агенту N_l существует, если N_l имеет вход, цвет которого совпадает с цветом выхода N_k . Будем считать, что эта связь имеет тот же цвет. Тем самым разметка всех агентов однозначно порождает раскрашенный ориентированный граф системы **S**, который будем называть размеченной сетью (или просто сетью) $\Sigma_{\mathbf{S}}$ системы **S**.

Из приведенных определений следует, что сигнал цвета c_j будет воспринят только теми агентами, которые имеют входы цвета c_j . Иначе говоря, сигналы в системе являются, с одной стороны, широковещательными, а с другой – избирательными. Заметим также, что в АММС возможны "скрытые" входы и выходы: это соответствует случаям, когда некоторый цвет имеют только входы или только выходы. В автономной (не имеющей внешних входов) системе такой цвет не будет влиять на ее функционирование.

Внешним (наблюдаемым) состоянием системы в момент t называется вектор состояний активности всех агентов системы, т.е. вектор $Y(t) = (y_1(t), \ldots, y_n(t)).$

Пространство сигналов описывается вектором $X(t) = (x_1(t), \ldots, x_m(t))$, где $x_j(t)$ – суммарная мощность сигналов цвета c_j , генерируемых на протяжении такта t и распространяемых по связям этого цвета. Она вычисляется по формуле

(1)
$$x_j(t) = \sum_{i=1}^n d_{ij} y_i(t).$$

В матричном виде эта формула принимает вид

(1a)
$$\mathbf{X}(t) = Y(t) \times \mathbf{D},$$

где $\mathbf{X}(t)$ – вектор-строка пространства сигналов, $\mathbf{Y}(t)$ – вектор-строка активности нейронов.

Потенциалы агентов. Агент N_i имеет потенциал $U_i(t)$ – непрерывную величину, которая может изменяться в интервале $U_{i0} \leq U_i(t) \leq U_{i \max}$. Агент активен, если величина $U_i(t)$ не меньше порогового значения P_i , которое также находится в интервале $U_{i0} < P_i < U_{i \max}$:

(2)
$$y_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{если} & U_i(t) \ge P_i; \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Значения $U_{i0}, U_{i\max}$ и P_i специфичны для каждого агента.

Потенциал агента N_i внутри такта меняется, но не создает событий; важны только его значения $U_i(t)$ и $U_i(t+1)$. Внутри такта потенциал изменяется линейно, т.е. с постоянной в пределах такта суммарной скоростью $v_i(t)$:

(3)
$$v_i(t) = s_i(t) + v_{ien}^{\alpha}(t),$$

где $s_i(t)$ – экзогенная скорость, пропорциональная силе внешних воздействий:

(4)
$$s_i(t) = h \sum_{j=1}^m w_{ij} x_j(t),$$

 v_{ien}^{α} – эндогенная скорость, т.е. собственная скорость агента, не зависящая от внешних воздействий; в дальнейшем полагаем h = 1. Перепишем (4) в матричном виде:

(4a)
$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{X}(t) \times \mathbf{W}^{\mathrm{T}},$$

где $\mathbf{S}(t)$ – вектор-строка экзогенных скоростей (сил внешних воздействий), $\mathbf{X}(t)$ – вектор-строка пространства сигналов, \mathbf{W}^{T} – транспонированная матрица весов.

Каждый агент имеет два значения эндогенной скорости:

(5)
$$v_{ien}^{\alpha}(t) = \begin{cases} v_{ien}^{0}, & \text{если} \quad U_{i}(t) < P_{i}, \\ v_{ien}^{1}, & \text{если} \quad U_{i}(t) \ge P_{i}, \end{cases}$$

причем для инициативного агента обе скорости положительны, для реактивного агента обе скорости отрицательны и для обоих типов агентов $v_{ien}^0 < v_{ien}^1$.

Параметры системы. Параметры, определяющие систему **S** (формулы (1)–(5)), разбиваются на два класса: статические (не меняющиеся в процессе функционирования) и динамические параметры. Статические параметры (количество входов, их веса, величина порога и др.) образуют множество **H**, описываемое табл. 1. Динамические параметры ($y_i(t), U_i(t), v_i(t)$ и др.) меняются со временем.

Будем считать, что асинхронная система $S = \langle N, C, H, T \rangle$ состоит из двух компонентов: размеченной сети Σ_S и ее параметров. Сеть Σ_S системы S определяется множествами N, C и разметками агентов; множество параметров H задается табл. 1.

	P_i	U_i^{\max}	U_i^0	$v_{i\mathrm{en}}^0$	$v_{i\mathrm{en}}^1$	d_{i1}	 d_{1m}	w_{i1}	 w_{im}
N_1	P_1	U_1^{\max}	U_1^0	$v_{1\mathrm{en}}^0$	$v_{1\mathrm{en}}^1$	d_{11}	 d_{1m}	w_{11}	 w_{1m}
N_i			U_i^0				 		
N_n	P_n	U_n^{\max}	U_n^0	$v_{n \mathrm{en}}^0$	$v_{n\mathrm{en}}^1$	d_{n1}	 d_{nm}	w_{n1}	 w_{nm}

Таблица 1. Статические параметры системы

Такое разделение позволяет говорить об изменениях параметров без изменения сети. Две AMMC, имеющие одну и ту же сеть Σ , но отличающиеся наборами значений параметров \mathbf{H}_k и \mathbf{H}_l , будем называть конфигурациями сети Σ и обозначать как $\Sigma(\mathbf{H}_k)$ и $\Sigma(\mathbf{H}_l)$.

3. Динамика системы и ее вычисление

3.1. Динамические параметры системы

Последовательность состояний $Y(0), Y(1), \ldots$, порождаемую системой, будем называть *поведением* системы. В дальнейшем рассматривается автономное поведение системы, т.е. поведение при отсутствии внешних воздействий. Алгоритм, вычисляющий ее поведение, должен по заданному состоянию системы в момент t вычислить ее состояние в момент t + 1. Однако в асинхронной системе вычислению состояния в момент t + 1 предшествует вычисление самого момента t + 1, т.е. длительности $\tau(t)$ такта [t, t + 1) и положения момента t + 1 на шкале непрерывного времени. Это вычисление связано с пересчетом на каждом такте динамических параметров системы.

К уже введенным ранее динамическим параметрам $y_i(t), x_j(t), U_i(t), s_i(t), v_i(t)$ добавим несколько новых динамических параметров.

Остаточным потенциалом $\Delta U_i(t)$ в момент t назовем величину, равную "расстоянию" до наступления ближайшего события, связанного с агентом N_i . Ближайшее событие для агента N_i определяется таблицей переходов, одинаковой для обоих типов агентов; ее вид приведен в табл. 2. Знак ∞ означает, что значение потенциала агента N_i в такте t не достигнет порога и ближайшее событие не связано с агентом N_i . Если $v_i(t) = 0$, то $\Delta U_i(t) = \Delta U_i(t-1)$, поэтому этого случая в таблице нет.

	$U_i(t)$	Знак $v_i(t)$	Ближайшее событие	$\Delta U_i(t)$
1	$U_i(t) \ge P_i$	+	Движение вверх, активность не меняется, события нет	∞
2	$U_i(t) \ge P_i$	_	$y_i = 0$	$U_i(t) - P_i$
3	$U_i(t) < P_i$	+	$y_i = 1$	$P_i - U_i(t)$
4	$U_i(t) < P_i$	_	Движение вниз, активность не меняется, события нет	∞

Таблица 2. Таблица переходов для агентов

Остаточное время $\tau_{ri}(t)$ агента N_i – это время до достижения ближайшего события при текущем потенциале $U_i(t)$ и скорости $v_i(t)$. Знак ∞ означает, что это время не влияет на вычисление следующего события.

(6)
$$\tau_{ri}(t) = \begin{cases} \frac{U_i(t)}{\lceil v_i(t) \rceil}, & \text{если } v_i \neq 0 \quad \text{и} \quad \Delta U_i(t) \neq \infty, \\ \infty \quad \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

3.2. Алгоритм функционирования автономной АММС и его вычислительная сложность

 $T \, e \, o \, p \, e \, m \, a \, 1.$ Поведение автономной AMMC однозначно определяется вектором $U(0) = (U_1(0), \ldots, U_n(0))$ и множеством ее статических параметров **H**.

Доказательством служит алгоритм, который по заданным U(t) и **H** вычисляет Y(t) и U(t+1) для любого t.

Этот алгоритм выглядит так:

- 1. Вектор Y(t) вычисляется по формуле (2).
- 2. Вектор X(t) вычисляется по формуле (1а).
- 3. Силы воздействия $s_1(t), \ldots, s_n(t)$ вычисляются по формуле (4a).
- 4. Суммарные скорости $v_1(t), \ldots, v_n(t)$ вычисляются по формулам (3), (5).
- 5. Остаточные потенциалы вычисляются по табл. 2.
- 6. Остаточные времена вычисляются по формуле (6).
- 7. Ищется минимальное остаточное время $\tau_{\min}(t)$. Если $\tau_{\min}(t) = \tau_i(t)$, то: – длина такта $t \tau(t) = \tau_i(t)$;
 - событием является изменение активности агента N_i ;
 - состояние Y(t+1) отличается от Y(t) значением $y_i(t+1)$.
- 8. Потенциалы для момента t+1 пересчитываются по формуле

(7)
$$U_{i}(t+1) = \begin{cases} U_{i\max}, & \text{если } U_{i}(t) + \tau(t)v_{i}(t) \ge U_{i\max}, \\ U_{i0}, & \text{если } U_{i}(t) + \tau(t)v_{i}(t) \le U_{i0}, \\ U_{i}(t) + \tau(t)v_{i}(t) & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

9. Перейти к п. 1 для *t* + 1.

Оценим вычислительную сложность шага этого алгоритма, воспользовавшись матричным представлением формул (1а) и (4а). Известно, что сложность произведения матриц $\mathbf{A}_{||l \times k||} \times \mathbf{B}_{||k \times p||}$ имеет порядок O(lkp). В формуле (1а) имеем l = 1, k = n, p = m. Поэтому сложность вычисления (1а) равна O(mn). Аналогично получаем, что сложность вычисления формулы (4а) также равна O(mn). Остальные шаги имеют сложность, не превосходящую O(n). Поэтому сложность вычисления одного такта имеет порядок O(mn). Важно отметить, что эта сложность линейна относительно числа агентов n, поскольку естественно считать, что число сортов сигналов m растет гораздо медленнее, чем число агентов.

Теорема 1 дает основание называть вектор U(t) внутренним состоянием АММС.

3.3. Примеры

Пример 1. На рисунке показана размеченная сеть Σ_1 , где N_1 и N_3 – инициативные агенты, N_2 – реактивный агент. Приведем расчет динамических параметров для конфигурации $\Sigma_1(\mathbf{H}_1)$ и начального состояния U(0) == (0,9;0;0,9). Набор статических параметров \mathbf{H}_1 задан табл. 3.



Сеть примера 1.

Момент t = 0:

Начальное состояние (текущие потенциалы): U(0) = (0,9;0;0,9).

- 1. Начальное внешнее состояние Y(0) = (1; 0, 1).
- 2. X(0) = (0,5;0,3).
- 3. Силы воздействия:

$$s_1(0) = w_{12}x_2(0) = -0,3;$$

$$s_2(0) = w_{21}x_1(0) = 1;$$

$$s_3(0) = w_{31}x_1(0) + w_{32}x_2(0) = -0,15 - 0,3 = -0,45$$

4. Суммарные скорости:

$$v_1(0) = s_1(0) + v_{1en}^1 = -0.3 + 0.8 = 0.5,$$

$$v_2(0) = s_2(0) + v_{2en}^0 = 1 - 0.8 = 0.2,$$

$$v_3(0) = s_3(0) + v_{3en}^1 = -0.45 + 0.8 = 0.35.$$

5. Остаточные потенциалы:

 $\Delta U_1(0) = \infty$ (строка 1 табл. 2), $\Delta U_2(0) = P_2 - U_2(0) = 0.6,$ $\Delta U_3(0) = \infty$ (строка 1 табл. 2).

6. Остаточные времена:

$$\tau_{r1}(0) = \infty;$$

$$\tau_{r2}(0) = \Delta U_2(0) / | v_2(0) | = 0.6/0.2 = 3;$$

$$\tau_{r3}(0) = \infty.$$

- 7. Минимальное остаточное время $\tau_{\min}(0) = \tau_2(0) = 3$. Соответственно, *длина такта* [0, 1] будет $\tau(0) = 3$. Событие, произошедшее в момент 1, – включение нейрона N_2 .
- 8. Потенциалы для момента t = 1:

U(1) = (0,9;0,6;0,9).

Таким образом, к моменту t = 1 получаем внешнее состояние Y(1) = (1, 1, 1), внутреннее состояние U(1) = (0,9; 0,6; 0,9) и начальный отрезок поведения 101, 111. Это дает возможность начать расчет для момента t = 1.

Таблица 3

	P_i	$U_{i\max}$	U_{i0}	$v_{i\mathrm{en}}^0$	$v_{i\mathrm{en}}^1$	d_{i1}	d_{i2}	w_{i1}	w_{i2}
N_1	0,6	0,9	0	0,5	0,8	0,5	—	0	-1
N_2	$0,\!6$	0,9	0	-0,8	$^{-0,5}$	-	1,0	2	0
N_3	0,6	0,9	0	0,5	0,8	_	0,3	-0,5	-1

Таблица 4

$\mathbb{N}^{\underline{o}} t$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y(t)	101	111	110	010	000	100	101	111			
$U_1(t)$	0,9	0,9	0,7	0,6	$0,\!3$	0,6	0,9	0,9			
$U_2(t)$	0	0,6	0,8	0,9	0,6	$0,\!12$	0,36	0,6			
$U_3(t)$	0,9	0,9	0,6	0,225	0	0,3	0,6	0,9			
x_1	0,5	0,5	0,5	0	0	$0,\!5$	0,5	0,5			
x_2	0,3	1,3	1	1	0	0	0,3	1,3			
$\tau(t)$	3	0,4	0,5	0,6	0,6	1,2	1,2	0,4			
v_1	0,5	-0,5	-0,2	$^{-0,5}$	0,5	0,8	0,5	-0,5			
v_2	0,2	0,5	0,5	-0,5	-0,8	0,2	0,2	$0,\!5$			
v_3	0,25	-0,75	-0,75	$^{-0,5}$	0,5	0,25	0,25	-0,75			

Полный протокол вычисления поведения (вместе с изменениями динамических параметров) конфигурации $\Sigma_1(\mathbf{H}_1)$ приведен в табл. 4.

Видно, что внутренние состояния в тактах 1 и 7 повторяются. Из теоремы 1 следует, что в дальнейшем отрезок протокола, образованный столбцами 1–6, будет повторяться в дальнейшем.

 $\Pi p \, u \, w \, e \, p \, 2$. Рассмотрим теперь поведение конфигурации $\Sigma_1(\mathbf{H}_2)$, в которой набор параметров \mathbf{H}_2 получен из \mathbf{H}_1 заменой значения $d_{11} = 0,5$ на $d_{11} = 0,3$. Для этого достаточно изменить некоторые величины в приведенном выше расчете. Получим: $X(0) = (0,3;0,3); \, s_2(0) = w_{21} \cdot x_1(0) = 0,6;$ отсюда $v_2(0) = s_2(0) + v_{2en}^0 = 0,6 - 0,8 = -0,2$, т.е. суммарная скорость роста потенциала N_2 становится отрицательной и потенциал N_2 не растет. Формально это означает, что для $\Delta U_2(0)$ выполняются условия строки 4 таблицы 2, т.е. $\Delta U_2(0) = \infty$. В результате все остаточные потенциалы получают значение ∞ , а это означает, что процесс остановился в самом начале, и поведение конфигурации $\Sigma_1(\mathbf{H}_2)$ состоит из одного начального внешнего состояния 101.

Эти два примера показывают, что одна и та же сеть при разных параметрах может генерировать различное поведение. Множество всех ее возможных поведений будем называть репертуаром поведений сети. Ниже будут рассмотрены некоторые задачи анализа репертуара поведений автономной сети.

4. Анализ репертуара поведений автономной пороговой сети

Напомним ряд известных понятий. Бесконечная последовательность $a_0, a_1, \ldots, a_{k-1}, a_k, \ldots, a_{l-1}, \ldots$ называется периодической, если некоторый ее отрезок a_k, \ldots, a_{l-1} повторяется бесконечное число раз. Этот отрезок называется периодом, а отрезок $a_0, a_1, \ldots, a_{k-1}$ – предпериодом. Такая последо-

вательность записывается как $a_0, a_1, \ldots, a_{k-1}, (a_k, \ldots, a_{l-1})$. Длиной предпериода является целое число $k \ge 0$, а длиной периода – целое число $l - k \ge 1$.

В поведении АММС два вектора Y(t), Y(t + 1) всегда отличаются хотя бы в одном разряде, потому что в момент t + 1 изменилось состояние, по крайней мере, одного агента. Поэтому для АММС случай l - k = 1 соответствует тому, что начиная с момента k, событий не происходит: потенциалы всех агентов соответствуют строкам 1 или 4 табл. 2 и последовательность $Y(0), \ldots, Y(k - 1), Y(k)$ становится конечной. Такое поведение будем называть стационарным; его заключительное состояние Y(k) также стационарно. Поведение конфигурации $\Sigma_1(\mathbf{H}_2)$ (пример 2) – это пример стационарного поведения длины 1; его начальное состояние является одновременно заключительным и, следовательно, стационарным.

При l - k > 1 бесконечное поведение $Y(0), \ldots, Y(k - 1), (Y(k), \ldots, Y(l - 1))$ будем называть периодическим поведением. Поведение конфигурации $\Sigma_1(\mathbf{H}_1)$ (пример 1) – это пример периодического поведения, в котором длина периода равна 6, а длина предпериода равна 1.

Теорема 1 показывает, что автономную AMMC можно интерпретировать как автономный автомат, в котором состояниями являются векторы U(t). Из теории конечных автоматов [8] известно, что автономный конечный автомат генерирует периодическую последовательность состояний, причем длина как периода, так и предпериода не превосходит число M состояний. Это объясняется тем, что благодаря конечности числа состояний не позднее, чем через Mтактов, появится состояние $Y(t), t \leq M$, которое совпадет с одним из предыдущих состояний Y(t'), t' < t и возникнет периодическая последовательность с периодом $(Y(t'), \ldots, Y(t-1))$, длина которого меньше M. Однако в автономной AMMC это рассуждение не проходит, поскольку множество возможных значений потенциалов бесконечно, и вопрос о том, всегда ли автономная AC генерирует периодическую последовательность состояний, остается открытым. Здесь ограничимся некоторыми простыми утверждениями.

Начальное состояние сети U(0) будем называть естественным, если для любого инициативного агента N_i выполняется $U_i(0) > P_i$, а для любого реактивного агента N_j выполняется $U_j(0) < P_j$.

 $T \, eopema 2.$ Для любой автономной асинхронной сети Σ и любого ее естественного состояния U(0) существует такой набор параметров **H**, при котором в конфигурации $\Sigma(\mathbf{H})U(0)$ является стационарным.

Доказательство. Пусть U(0) – естественное начальное состояние. Из табл. 2 видно, что оно будет стационарным, если суммарные скорости для всех инициативных агентов положительны, а для всех реактивных агентов отрицательны. Поэтому из (3), (4) получаем, что искомый набор параметров должен удовлетворять следующим условиям:

(8)
$$\sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_j (0) + v_{ien}^1 > 0, \quad \text{если } N_i - \text{инициативный агент};$$
$$\sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_j (0) + v_{ien}^0 < 0, \quad \text{если } N_i - \text{реактивный агент}.$$

Конкретный набор значений, удовлетворяющий условиям (8), можно получить следующим образом. Назначаем произвольные значения параметров w_{ij} и d_{ij} ; при этом для всех агентов сформируются суммы $\sum_{j=1}^{m} w_{ij}x_j(t)$. Найдем среди них максимальную и минимальную суммы. Затем назначаем эндогенные скорости $v_{ien}^{\alpha}(t)$, удовлетворяющие (8):

1) для инициативных агентов:

если
$$\max_{i} \sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_{j}(t) > 0$$
, то v_{ien}^{1} – любое положительное число
если $\max_{i} \sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_{j}(t) \le 0$, то $v_{ien}^{1} > \left| \max_{i} \sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_{j}(t) \right|;$

2) для реактивных агентов:

если
$$\min_{i} \sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_{j}(t) < 0$$
, то v_{ien}^{0} – любое отрицательное число;
если $\min_{i} \sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_{j}(t) \ge 0$, то $v_{ien}^{0} < -\left| \min_{i} \sum_{j=1}^{m} w_{ij} x_{j}(t) \right|.$

Теорема доказана.

Если U(0) не является естественным, теорема может стать неверной: когда инициативный агент пассивен и входное торможение мало, его суммарная скорость положительна и через некоторое время он станет активным. Аналогично, если реактивный агент активен и входное возбуждение мало, то его суммарная скорость отрицательна и через некоторое время он станет пассивным.

Теорема 3. Существуют сети, все поведения которых стационарны.

Покажем, что такими сетями являются все ациклические сети. Пусть Σ – ациклическая сеть. Тогда 1) у нее есть агенты-источники, у которых нет входных связей, и агенты-стоки, у которых нет выходных связей; 2) для любого агента N_i остальные агенты делятся на три группы: а) предки N_i – агенты, из которых есть пути к N_i ; б) потомки N_i – агенты, к которым есть пути из N_i ; в) остальные агенты.

Ацикличность сети позволяет провести ранжирование всех агентов по самому длинному пути из источника: агент N_i получает ранг j, если самый длинный путь из источников в N_i имеет длину j. Заметим, что при такой ранжировке а) агент ранга j обязательно имеет входящее ребро от некоторого агента ранга j - 1; б) все предки агента ранга j имеют строго меньшие ранги; в) между агентами одного ранга связей нет.

Рассмотрим множество агентов-источников, т.е. агентов ранга 0. Так как они не имеют воздействий от других агентов сети, то наступит момент t_0 , когда все они перейдут в стационарное естественное состояние: инициативные агенты станут стационарно активными, а реактивные агенты – стационарно пассивными. С этого момента все сигналы, идущие к агентам ранга 1, становятся стационарными и, следовательно, суммарные скорости агентов ранга 1 перестанут изменяться. Поэтому наступит момент t_1 , когда все агенты ранга 1 перейдут в стационарное состояние. Рассуждая индуктивно, допустим, что существует момент t_j , в котором все агенты ранга j перешли в стационарное состояние. С этого момента все сигналы, идущие к агентам ранга j + 1, становятся стационарными и, следовательно, суммарные скорости агентов ранга j + 1 перестанут изменяться. Поэтому наступит момент t_{j+1} , когда все агенты ранга j + 1 перейдут в стационарное состояние. Отсюда следует, что наступит момент t_{max} , когда агенты с максимальным рангом перейдут в стационарное состояние, что и доказывает теорему.

5. Анализ устойчивости поведения автономной сети к изменениям ее параметров

5.1. Постановка задачи и пример

Важным аспектом исследования репертуара поведений асинхронной сети является вопрос об устойчивости конкретного поведения сети к изменениям параметров ее элементов. Точная постановка задачи такова. Задана сеть Σ , конкретная конфигурация $\Sigma(\mathbf{H})$ и ее начальное состояние. Каковы области изменения параметров сети, при которых это поведение не изменяется?

Здесь ограничимся случаем, когда изменяется один параметр. Для этого случая точная постановка задачи выглядит так. Будем рассматривать поведение сети Σ на множестве конфигураций $\Sigma(H_p)$ таких, что в любых двух конфигурациях $\Sigma(H_{pi})$ и $\Sigma(H_{pj})$ из этого множества наборы H_{pi} и H_{pj} отличаются только значениями параметра p. Задача заключается в том, чтобы для любого начального состояния Y(0) найти множество положительных чисел h_1, h_2, \ldots , разбивающих полуось значений параметра p на такие интервалы $[0, h_1), [h_1, h_2), \ldots, [h_{k-1}, h_k), \ldots$, что поведения конфигураций $\Sigma(H_{pi})$ и $\Sigma(H_{pj})$ одинаковы, если p_i и p_j находятся внутри одного интервалы назовем интервалами устойчивости поведения сети относительно параметра p.

Пример 3. Сначала в качестве примера проведем поиск начального интервала устойчивости $[0, h_1)$ поведения сети на рисунке относительно параметра d_{11} . Как и в предыдущих примерах, начальным внутренним состоянием является U(0) = (0,9;0;0,9).

Как видно из примера 2, при $d_{11} = 0,3$ поведение является стационарным. Заметим, что при этом все три агента находятся в естественных состояниях. Область устойчивости этого поведения, как следует из табл. 2 (строка 1 для N_1 и N_3 , строка 4 для N_2), определяется следующими неравенствами:

(9)
$$v_1(0) \ge 0, \quad v_2(0) \le 0, \quad v_3(0) \ge 0.$$

Раскрывая суммарные скорости, получим:

(10)
$$s_{1}(0) + v_{1en}^{1} \ge 0, \quad \text{r.e. } s_{1}(0) \ge -0.8,$$
$$s_{2}(0) + v_{2en}^{0} < 0, \quad \text{r.e. } s_{2}(0) < 0.8,$$
$$s_{3}(0) + v_{3en}^{1} \ge 0, \quad \text{r.e. } s_{3}(0) \ge -0.8.$$

142

Подставим вместо $s_i(0)$ их выражения из шага 3 алгоритма:

(11)
$$w_{12}x_2(0) \ge -0.8$$
, или $w_{12}d_{32} \ge -0.8$,

(12)
$$0,8 \ge w_{21}x_1(0),$$
 или $0,8 \ge w_{21}d_{11},$

(13)
$$w_{31}x_1(0) + w_{32}x_2(0) \ge -0.8$$
, или $w_{31}d_{11} + w_{32}d_{32} \ge -0.8$

Если в эти формулы подставить значения весов w_{ij} из табл. 4, то получим:

(14)
$$-d_{32} \ge -0.8$$
 T.e. $d_{32} \le 0.8$,

(15)
$$0.8 \ge 2d_{11}, \quad \text{t.e. } d_{11} \le 0.4,$$

(16) $-0.5d_{11} - d_{32} \ge -0.8$, r.e. $0.5d_{11} + d_{32} \le 0.8$,

причем неравенство (16) слабее, чем (15), и является лишним.

Видно, что при значениях $d_{11} \leq 0,4$ поведение сети не изменится, поскольку суммарная скорость $v_2(0)$ останется отрицательной. Поэтому 1) стационарное поведение сети рисунке, описанное в примере 2, остается неизменным, если d_{11} находится в интервале (0, 0, 4], а остальные параметры сети не меняются; 2) при $d_{11} > 0,4$ поведение сети должно измениться.

Для поиска верхней границы этого поведения воспользуемся описываемым ниже методом.

Пусть для заданного начального состояния Y(0) вычислены границы полуинтервала $[h_{k-1}, h_k)$ устойчивости относительно p. Будем искать верхнюю границу интервала $[h_k, h_{k+1})$, а также вычислять поведение сети в этом интервале.

5.2. Метод определения границ областей устойчивости для одного параметра р

Идея метода заключается в том, чтобы провести вычисления алгоритма п. 3.2 со значением параметра $p = h_k + \varepsilon$, где ε – неизвестное положительное число. В ходе этих вычислений будут возникать выражения, содержащие ε . Формируя неравенства из этих выражений (подобно тому, как это делалось выше при получении неравенств (9)–(16)), будем их решать относительно ε и среди решений вида $\varepsilon < q$, где q > 0, выбирать решение с наименьшим q. Решения вида $\varepsilon > q$ выбираться не будут, поскольку они не относятся к окрестности h_k . Если поведение периодично или стационарно, получим конечное число решений вида $\varepsilon < q$. Тогда h_{k+1} – это наименьшее из всех полученных значений q.

Шаги базового алгоритма п. 3.2, которые будут использоваться в описании метода, будем обозначать как A1, A2, ..., а шаги самого метода – как M1, M2,

Обозначим набор параметров, в котором $p = h_k$, через \mathbf{H}_{pk} , а набор, в котором $p = h_k + \varepsilon$, через $\mathbf{H}_{pk\varepsilon}$. Метод определим индуктивно: считаем, что для первых t-1 тактов уже вычислено поведение конфигурации $\Sigma(\mathbf{H}_{pk\varepsilon})$ и найдена минимальная оценка $\varepsilon < q(t-1)$. Опишем шаги метода для текущего такта t.

М1. Вычисляются первые 4 шага алгоритма п. 3.2 для начального состояния Y(t) и конфигурации $\Sigma(\mathbf{H}_{pk\varepsilon})$. При этом выражения для некоторых вычисляемых параметров будут содержать не только числа, но и символ ε .

М2. Для всех i = 1, ..., n проверяются условия переключения агента N_i :

(17) если
$$y_i = 0$$
, то $v_i > 0$,

(18) если
$$y_i = 1$$
, то $v_i < 0$.

Для любого агента N_i , у которого ни одно из неравенств (17), (18) не выполняется, $\Delta U_i(t) = \infty$. Эти агенты в дальнейших вычислениях не участвуют. Если $\Delta U_i(t) = \infty$ для всех *i*, то процесс вычисления останавливается; состояние Y(t) стационарно.

МЗ. Для остальных агентов возникнут неравенства, некоторые из которых содержат ε . После решения этих неравенств из решений вида $\varepsilon < q, q > 0$, выбирается решение $q_0(t)$, минимальное среди всех q. Текущей оценкой для ε полагается $q_1(t) = \min(q_0(t), q(t-1))$.

М4. Вычисляются шаги А5 и А6. На шаге А6 получаются равенства вида $\tau_{ri}(t) = \alpha_{ri}$, где α_{ri} – либо положительные числа, либо выражения, содержащие ε .

М5. – Если все остаточные времена равны ∞ , то процесс вычисления останавливается; состояние Y(t) стационарно; $h_{k+1} = q_1(t)$;

– если только для одного $i \tau_{ri}(t) \neq \infty$, то в такте t переключается агент N_i и состояние Y(t+1) отличается от Y(t) состоянием агента N_i ; длина такта $\tau(t) = \tau_{ri}(t); q(t) = q_1(t);$

– в противном случае формируется множество $A = \{\alpha_r^*\}$, в которое включаются все α_{ri} , содержащие ε , а также наименьшее из α_{ri} , являющихся числами.

Мб. Для каждой пары $(\alpha_{ri}^*, \alpha_{rj}^*)$ формируются два неравенства $\alpha_{ri}^* < \alpha_{rj}^*$, $\alpha_{ri}^* > \alpha_{rj}^*$ и решаются относительно ε . Верными считаются неравенство, которое дает решение вида $\varepsilon < q$, и соответствующее неравенство $\tau_{ri} < \tau_{rj}$ или $\tau_{ri} > \tau_{rj}$.

М7. Из верных неравенств, полученных на предыдущем шаге, находим $\tau_{\min}(t)$ и выполняем шаг А7, т.е. определяем следующее состояние и длину такта.

М8. Среди правых частей неравенств вида $\varepsilon < q$, полученных на шаге М6, находится минимальное q. Обозначим его как $q_2(t)$. Полагаем $q(t) = \min(q_2(t), q(t-1))$. Таким образом, поведение сети на первых t + 1 шагах сохраняется в интервале $h_k .$

М
9. Выполняется шаг A8 базового алгоритма – пересчет потенциалов. В выражениях, полученных на этом шаге, по-прежнему возможно появление $\varepsilon.$

М10. Перейти к М1 для t + 1.

Пример 4. Приведем пример, поясняющий шаги М4-М7.

Пусть для сети из 3 агентов на шаге М4 получены равенства $\tau_{r1} = 2\varepsilon$, $\tau_{r2} = 0.5 - 0.3\varepsilon$, $\tau_{r3} = 0.4$.

Множество А (шаг М5) состоит из правых частей этих равенств.

Мб. Для каждой пары из А составляем два неравенства: для α_{r1}, α_{r2}: 2ε < 0,5 - 0,3ε, откуда ε < 5/23 ≈ 0,21; противоположное неравенство неверно; поэтому τ_{r1} < τ_{r2}; для α_{r1}, α_{r3}: 2ε < 0,4 и ε < 0,2; поэтому τ_{r1} < τ_{r3}; для α_{r2}, α_{r3}: 0,4 < 0,5 - 0,3ε и ε < 1/3; поэтому τ_{r3} < τ_{r2}.
М7. Из полученных неравенств заключаем, что τ_{min}(t) = τ_{r1}.
M8. q(t) = 0,2, т.е. ε < 0,2.

 Πp имер 5. В примере 3 было показано, что верхняя граница для интервала $[0, h_1)$ поведения сети на рисунке относительно параметра d_{11} равна 0,4. Применим теперь описанный выше метод для поиска верхней границы следующего интервала устойчивости $[0,4,h_2)$. Вычисления приводятся в сокращенном виде: показаны только те их места, где возникают новые оценки ε .

Момент t = 0:

Начальное состояние (текущие потенциалы): U(0) = (0,9;0;0,9).

- 1. Начальное внешнее состояние Y(0) = (1; 0, 1).
- 2. $X(0) = (0, 4 + \varepsilon; 0, 3).$
- 3. Силы воздействия:

$$s_1(0) = w_{12}x_2(0) = -0,3;$$

$$s_2(0) = w_{21}x_1(0) = 0,8 + 2\varepsilon;$$

$$s_3(0) = w_{31}x_1(0) + w_{32}x_2(0) = -0,2 - 0,3 - 0,5\varepsilon = -0,5 - 0,5\varepsilon.$$

4. Суммарные скорости:

$$v_1(0) = s_1(0) + v_{1en}^1 = -0.3 + 0.8 = 0.5,$$

$$v_2(0) = s_2(0) + v_{2en}^0 = 0.8 + 2\varepsilon - 0.8 = 2\varepsilon,$$

$$v_3(0) = s_3(0) + v_{3en}^1 = -0.5 - 0.5\varepsilon + 0.8 = 0.3 - 0.5\varepsilon.$$

5. Остаточные потенциалы:

$$\Delta U_1(0) = \infty,$$

 $\Delta U_2(0) = P_2 - U_2(0) = 0.6,$
 $\Delta U_3(0) = \infty.$

Последнее равенство верно при условии, что $v_3(0) = 0, 3 - 0, 5\varepsilon \ge 0$, откуда $\varepsilon \le 0, 6$ (Шаг М2).

6. Остаточные времена:

$$\tau_{r1}(0) = \infty, \tau_{r2}(0) = \Delta U_2(0) / | v_2(0) |= 0.6/2\varepsilon, \tau_{r3}(0) = \infty.$$

7. Минимальное остаточное время $\tau_{\min}(0) = \tau_2(0) = 0.6/2\varepsilon$. Соответственно, *длина такта* [0, 1) $\tau(0) = 0.6/2\varepsilon$. Событие, произошедшее в момент 1, – включение агента N_2 .

8. Потенциалы для момента t = 1:

U(1) = (0,9;0,6;0,9).

Таким образом, как и следовало ожидать, при $d_{11} > 0,4$ начальное состояние Y(0) уже не стационарно и сеть генерирует новое поведение. Обозначим его через $B_{04\varepsilon}$.

• • •

Вычисления для тактов 1, 2, 3 ничего не добавляют к оценке ε . На 4-м такте ε исчезает из значений параметров, потому что выключился его носитель N_1 . На 5-м такте ε снова появляется. К этому моменту

$$U_1(5) = 0.6,$$

$$U_2(5) = U_2(4) + \tau(4)v_2(4) = 0.6 - 0.6 \cdot 0.8 = 0.12,$$

$$U_3(5) = 0 + 0.6 \cdot 0.5 = 0.3.$$

Вычисления на такте 5 дают следующие результаты. Момен
т $t=5{\rm :}$

1. Внешнее состояние Y(5) = (1, 0, 0).

Вычисленное поведение: 101, 111, 110, 010, 000, 100.

- 2. $X(5) = (0, 4 + \varepsilon; 0).$
- 3. Силы воздействия:

$$s_1(5) = w_{12} \cdot x_2(5) = 0;$$

$$s_2(5) = w_{21} \cdot x_1(5) = 2 \cdot (0, 4 + \varepsilon) = 0, 8 + 2\varepsilon;$$

$$s_3(5) = w_{31} \cdot x_1(5) + w_{32} \cdot x_2(5) = -0, 5(0, 4 + \varepsilon) = -0, 2 - 0, 5\varepsilon.$$

4. Суммарные скорости:

$$v_1(5) = s_1(5) + v_{1en}^1 = 0.8,$$

$$v_2(5) = s_2(5) + v_{2en}^0 = 0.8 + 2\varepsilon - 0.8 = 2\varepsilon,$$

$$v_3(5) = s_3(5) + v_{3en}^0 = -0.2 - 0.5\varepsilon + 0.5 = 0.3 - 0.5\varepsilon.$$

5. Остаточные потенциалы:

 $\Delta U_1(5) = \infty,$ $\Delta U_2(5) = P_2 - U_2(5) = 0.6 - 0.12 = 0.48,$ $\Delta_3(5) = 0.6 - 0.3 = 0.3.$

6. Остаточные времена:

$$\begin{aligned} \tau_{r1}(5) &= \infty, \\ \tau_{r2}(5) &= \Delta U_2(5) / | v_2(5) = 0.48/2\varepsilon = 0.24/\varepsilon, \\ \tau_{r3}(5) &= 0.3/(0.3 - 0.5\varepsilon) = 0.6/(0.6 - \varepsilon). \end{aligned}$$

Рассмотрим неравенство $0.6/(0.6 - \varepsilon) < 0.24/\varepsilon$. После преобразований получаем $\varepsilon < 0.4(0.6 - \varepsilon)$, откуда $\varepsilon < 0.1714$ и $0.4 + \varepsilon < 0.5714$. Поэтому $\tau_{r3}(5) < \tau_{r2}(5)$. В результате событием, произошедшим в момент 6, является включение нейрона N_3 , а верхняя граница поведения $B_{04\varepsilon}$ до 5-го такта равна 0.5714.

Вычисления до такта 7 ничего не добавляют к оценке ε . К моменту 7 получаем значения потенциалов, совпадающие с их значениями на такте 1: U(7) = U(1) = (0.9; 0.6; 0.9). Таким образом, на этом такте система входит в цикл: $B_{04} = 101, (111, 110, 010, 000, 100, 101)$. Поэтому новых оценок ε уже не будет, оценка $\varepsilon < 0.1714$ – окончательная, верхняя граница интервала значений d_{11} , в котором сеть генерирует поведение B_{04} , равна 0.5714.

Вычисления показывают, что при $d_{11} = 0.58$ поведение сети действительно отличается от B₀₄. Протокол B₀₄ для $d_{11} = 0.5$ приведен в табл. 4.

6. Заключение

Как уже было отмечено, предложенная модель интерпретируется как биологическая нейронная сеть с химическими взаимодействиями [1]. Кроме того, ее можно интерпретировать как социальную сеть с разными типами информационных обменов. Заметим, что социальные сети с разными типами активности уже рассматривались в [9, 10]. В нейробиологической интерпретации цветные сигналы – это трансмиттеры, пространство сигналов – это внеклеточное пространство, потенциал – это мембранный потенциал нейрона. В социальной сети цветные сигналы – это специальные каналы связи, доступные только определенному виду агентов, пространство сигналов – это общая доска объявлений, на которой каждый агент видит только сообщения определенного цвета; потенциал вместе с эндогенной скоростью – это характеристика инертности агента, уровня его готовности к переключению.

Предложенный метод структурирования поведения формально пригоден для любых статических параметров, однако наибольший интерес представляет структурирование по параметрам d_{ij} . Дело в том, что эти параметры (цветные сигналы) могут изменять пространство сигналов в результате внешних воздействий, тогда как остальные параметры (веса, пороги, эндогенные скорости) являются внутренними характеристиками агентов, изменение которых гораздо более затруднено. В частности, метод структурирования поведения нейробиологических сетей может быть использован для планирования биологических экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Кузнецов О.П., Базенков Н.И., Болдышев Б.А. и др. Асинхронная дискретная модель химических взаимодействий в простых нейронных системах // Искусственный интеллект и принятие решений. 2018. № 2. С. 3–20.
- Rao A.S., Georgeff M.P. BDI-agents: From Theory to Practice // Proc. First Int. Conf. Multiagent Syst. (ICMAS'95) (ed. V. Lesser). AAAI Press / The MIT Press. 1995. P. 312–319.
- Городецкий В.И., Бухвалов О.Л., Скобелев П.О., Майоров И.В. Современное состояние и перспективы индустриальных применений многоагентных систем // Управление большими системами. 2017. Вып. 66. С. 93–157.
- Muller D.E., Bartky W.S. A theory of asynchronous circuits // Int. Sympos. Switching Theory in Harvard University. 1959. P. 204–243.

- 5. Варшавский В.И., Кишиневский М.А, Мараховский В.Б. и др. Автоматное управление асинхронными процессами в ЭВМ и дискретных системах. М.: Наука, 1986.
- 6. Brzozowski J.A. Topics in asynchronous circuit theory //Recent Advances Formal Languages Appl. 2006. V. 25. P. 11–42.
- 7. *Кузнецов О.П.* Асинхронные сети с многосортными сигналами // ДАН. 2019. Т. 487. № 1. С. 10–13.
- 8. Минский М. Вычисления и автоматы. М.: Мир, 1971.
- Zhilyakova L.Yu., Gubanov D.A. Double-threshold Model of the Activity Spreading in a Social Network. The Case of Two Types of Opposite Activities // Proc. 11th IEEE Int. Conf. Application of Information and Communication Technologies AICT2017. 2017. V. 2. P. 267–270.
- Zhilyakova L. Yu. Modeling the Structure of MIMO-Agents and Their Interactions / Kuznetsov S., Panov A. (eds.) Artificial Intelligence. RCAI 2019. Communications in Computer and Information Science, vol. 1093. Cham: Springer, 2019. P. 3–16.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.И. Васильевым.

Поступила в редакцию 02.03.2020 После доработки 11.06.20 Принята к публикации 09.07.2020