Автоматика и телемеханика, № 9, 2021

Линейные системы

© 2021 г. **В.С. ВЕРБА, член-корр. РАН, д-р техн. наук (vvs.msk@gmail.com)**
(АО "Концерн "Вега", Москва)

МЕТОДЫ НАВЕДЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ СО СМЕНОЙ ПРИОРИТЕТОВ УПРАВЛЕНИЯ [1]

Рассмотрены варианты реализации смены управленческих приоритетов в процессе наведения летательных аппаратов, основанные на использовании нестационарных моделей состояния, переменных коэффициентов штрафов функционалов качества и учете несоответствия динамических свойств перехватчика и цели. Для каждого варианта приведены конкретные примеры синтеза метода наведения и проведен их анализ.

Ключевые слова: смена управленческих приоритетов, локальная оптимизация систем наведения, нестационарные методы самонаведения.

DOI: 10.31857/S0005231021090026

1. Введение

Современное противоборство в воздушно-космической сфере характеризуется групповым применением как средств нападения, так и защиты с быстрой сменой обстановки и скоротечностью боестолкновений уже в процессе применения средств поражения [1, 2].

Изменение текущей обстановки, связанное с появлением более опасных или более благоприятных для поражения целей, при групповом противостоянии или выявлении либо защите приоритетных целей (авиационных комплексов радиолокационного дозора и наведения [3], самолетов-ретрансляторов, топливозаправщиков [4] и т.д.) предопределяет необходимость изменения приоритетов уже пущенных ракет.

Кроме того, весьма перспективным при групповых действиях является пуск ракет-перехватчиков в центр группы с выбором конкретной цели, в том числе и приоритетной в процессе приближения к группе [5].

При этом необходимо отметить все нарастающую сложность требований, предъявляемых к используемым методам наведения [6], обусловленную необходимостью одновременного удовлетворения нескольким, зачастую противоречащим друг другу, критериям. В частности, к таким задачам можно отнести индивидуальное наведение на отдельную цель (например, наиболее опасную, приоритетную и т.д.) в составе плотной неразрешаемой по угловым коор-

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-08-00060-а).

динатам классическими способами группы, когда вначале необходимо разрешить цели за счет траекторного управления наблюдением [5, 7], обеспечивая тем самым ее автоматическое сопровождение, а затем на конечном участке обеспечить минимизацию линейного промаха [8] по выбранной цели.

Еще одним примером необходимости решения двухкритериальных задач для летательных аппаратов (ЛА) является формирование сигналов совместного группового управления, которое должно обеспечить и полет по маршруту, и построение требуемой топологии (строя) участников.

Можно привести еще целый ряд новых многокритериальных задач управления.

В связи с этим весьма актуальной становится задача оптимизации законов управления ЛА со сменой приоритетов в процессе функционирования. Эта задача может решаться различными способами. Наиболее простой способ — принудительная смена закона управления через определенное время полета, в том числе и путем введения в него дополнительных слагаемых, либо принудительная смена в используемом законе требуемых координат состояния [9]. Однако такой способ приводит к появлению дополнительных, достаточно значительных переходных процессов, которые отрицательно сказываются как на стабильности траектории полета, так и на работе информационных систем, особенно систем сопровождения по угловым координатам.

Более рациональным является способ постепенной смены приоритетов управления на основе использования нестационарных методов наведения [6], не приводящий к появлению значительных переходных процессов при формировании траектории полета.

Частично вопросы такого управления летательными аппаратами в изменяющейся обстановке рассмотрены в [10–14].

Цель статьи — рассмотреть на конкретных примерах возможные наиболее эффективные варианты синтеза нестационарных законов наведения ЛА, обеспечивающих плавное перераспределение управленческих приоритетов в процессе полета.

В основу этих вариантов будут положены:

- использование нестационарных моделей состояния;
- использование переменных коэффициентов в матрице штрафов за величину управления;
- использование переменных коэффициентов в матрицах штрафов за точность функционирования;
- учет несоответствия динамических свойств цели и перехватчика.

В свою очередь, определение момента начала перераспределения управленческих функций может выполняться по различным признакам:

- по достижении координатами состояний тех или иных значений (дальности, скорости, углов и т.д.);
- по факту приближения к максимально допустимым ошибкам управления либо ошибкам автоматического сопровождения;
- по факту достижения определенных перегрузок и т.д.

В общем случае задача синтеза управления с перераспределением приоритетов в процессе траекторного управления может решаться различными способами [15]. Далее она будет решаться на основе наиболее простой разновидности локальной оптимизации статистической теории оптимального управления. Эта модификация позволяет для системы [8]

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \xi_x(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \tag{1}$$

включающей n-мерную модель требуемого движения цели

$$\dot{\mathbf{x}}_{\text{T}}(t) = \mathbf{F}_{\text{T}}(t)\mathbf{x}_{\text{T}}(t), \quad \mathbf{x}_{\text{T}}(0) = \mathbf{x}_{\text{T}0} \tag{2}$$

и n-мерную модель перехватчика

$$\dot{\mathbf{x}}_{\text{y}}(t) = \mathbf{F}_{\text{y}}(t)\mathbf{x}_{\text{y}}(t) + \mathbf{B}_{\text{y}}(t)\mathbf{u}(t) + \xi_y(t), \quad \mathbf{x}_{\text{y}}(0) = \mathbf{x}_{\text{y}0}, \tag{3}$$

при наличии измерений

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{H}\mathbf{x}(t) + \xi_{\text{и}}(t) \tag{4}$$

сформировать управление

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}_y^{\text{T}}\mathbf{Q}\left(\hat{\mathbf{x}}_{\text{T}}(t) - \hat{\mathbf{x}}_{\text{y}}(t)\right), \tag{5}$$

минимизирующее функционал качества

$$I = M\left\{\int\limits_0^t \mathbf{u}^{\text{T}}(t)\mathbf{K}(t)\mathbf{u}(t)dt + (\mathbf{x}_{\text{T}}(t) - \mathbf{x}_{\text{y}}(t))^{\text{T}}\mathbf{Q}(t)(\mathbf{x}_{\text{T}}(t) - \mathbf{x}_{\text{y}}(t))\right\} \tag{6}$$

в каждый текущий момент времени t.

Здесь $\mathbf{u}$ — r-мерный ($r \leqslant n$) вектор управления; $\hat{\mathbf{x}}_{\text{T}}$ и $\hat{\mathbf{x}}_{\text{y}}$ — векторы оптимальных оценок процессов (2) и (3) формируемых по измерениям (4), $\xi_x(t)$, $\xi_{\text{y}}(t)$ и $\xi_{\text{и}}(t)$ — центрированные векторы гауссовских возмущений состояния и измерений с известными матрицами интенсивностей.

$\mathbf{F}_{\text{T}}(t)$, $\mathbf{F}_{\text{y}}(t)$ и $\mathbf{B}_{\text{y}}(t)$ — в общем случае нестационарные матрицы внутренних связей и эффективности управления; $\mathbf{Q}(t)$ и $\mathbf{K}(t)$ — неотрицательно и положительно определенные матрицы штрафов за неточность функционирования и величину сигналов управления; $\mathbf{z}$ — m-мерный ($m \leqslant 2n$) вектор измерений; $\mathbf{H}$ — матрица связи измерений и состояния; M – знак операции математического ожидания.

2. Перераспределение приоритетов управления при использовании нестационарных моделей состояния

В математическом плане задача синтеза закона управления в горизонтальной плоскости формулируется следующим образом.

Для объекта управления, угловое положение которого относительно подвижной цели определяется системой уравнений [8]:

$$\dot{\varphi}_{\Gamma} = \omega_{\Gamma} + \frac{j_{\Gamma} - j_{\text{Ц}\Gamma}}{\dot{\text{Д}}}, \tag{7}$$

$$\dot{\omega}_{\Gamma} = -\frac{2\dot{\text{Д}}}{\text{Д}}\omega_{\Gamma} - \frac{j_{\Gamma} - j_{\text{Ц}\Gamma}}{\text{Д}} + \xi_{\omega\Gamma}, \tag{8}$$

предназначенного для наведения в упрежденную точку встречи под углом $\varphi_{\Gamma\text{Т}}$, необходимо сформировать сигнал управления j_{Γ}, оптимальный по минимуму функционала

$$I = M_y \left\{ \begin{bmatrix} \varphi_{\Gamma\text{Т}} - \varphi_{\Gamma} \\ 0 - \omega_{\Gamma} \end{bmatrix}^{\text{Т}} \begin{bmatrix} q_{\varphi} & 0 \\ 0 & q_{\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{\Gamma\text{Т}} - \varphi_{\Gamma} \\ 0 - \omega_{\Gamma} \end{bmatrix} + \int\limits_0^t j_{\Gamma}^2 k_j dt \right\}, \tag{9}$$

который обеспечивает устранение угловых ошибок

$$\Delta\varphi = \varphi_{\Gamma\text{Т}} - \varphi_{\Gamma} \tag{10}$$

и линейных промахов [8]

$$h = \frac{\text{Д}^2\omega_{\Gamma}}{V_{\text{отн}}}. \tag{11}$$

Здесь $\varphi_{\Gamma\text{Т}}$ – требуемый и φ_{Γ} – текущий бортовые пеленги, ω_{Γ} – угловая скорость линии визирования, Д и $\dot{\text{Д}}$ – дальность до цели и скорость ее изменения, $j_{\text{Ц}\Gamma}$ – поперечное ускорение цели, q_{φ}, q_{ω} и k_j – коэффициенты штрафов за величину угловых ошибок $\varphi_{\Gamma\text{Т}} - \varphi_{\Gamma}$, линейного промаха (11) и величину сигнала управления. Геометрия взаимного расположения цели и перехватчика при использовании (7)–(10) показана на рис. 1, на котором $O_{\text{П}}$, $O_{\text{Ц}}$ и $O_{\text{УТВ}}$ – соответственно точки расположения перехватчика, цели и упрежденной точки встречи, а $V_{\text{Ц}}$ и $V_{\text{П}}$ – векторы скорости цели и перехватчика.

Выбор в качестве управляющего сигнала наводимого объекта (7), (8) поперечного ускорения j_{Γ}, а не углов отклонения аэродинамических рулей обусловлен необходимостью обеспечить его инвариантность к высоте полета, поскольку эффективность рулей зависит от плотности воздуха (высоты полета). При таком подходе с увеличением высоты (снижении плотности воздуха) автоматически будут увеличиваться углы отклонения рулей до величин, реализующих требуемые значения поперечной перегрузки.

Поставив в соответствие (7)–(10) с (1)–(6), будем иметь совокупность векторно-матричных соотношений, в которых для упрощения записей будет опущена зависимость векторов и матриц от времени

$$\mathbf{x}_{\text{Т}} = \begin{bmatrix} \varphi_{\Gamma\text{Т}} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\text{у}} = \begin{bmatrix} \varphi_{\Gamma} \\ \omega_{\Gamma} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = j_{\Gamma} - j_{\text{Ц}\Gamma}, \quad \boldsymbol{\xi}_x = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_y \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{\text{у}} = \begin{bmatrix} 1/\dot{\text{Д}} \\ -1/\text{Д} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{\varphi} & 0 \\ 0 & q_{\omega} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = k_j. \tag{12}$$

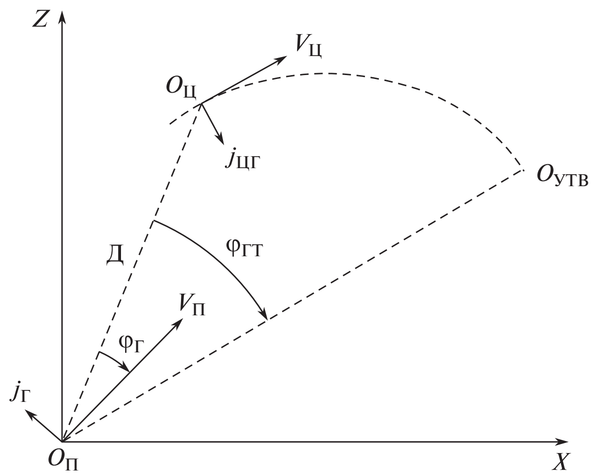

Рис. 1. Геометрия взаимного расположения цели и перехватчика при использовании представлений (7)–(10).

Используя (12) в (5), получим

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}_{\text{у}}^{\text{T}}\mathbf{Q}(\hat{\mathbf{x}}_{\text{Т}} - \hat{\mathbf{x}}_{\text{у}}) = \frac{1}{k_j}\begin{bmatrix} \dfrac{1}{\hat{\dot{\text{Д}}}} & -\dfrac{1}{\hat{\text{Д}}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_\varphi & 0 \\ 0 & q_\omega \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{\varphi}_{\text{ГТ}} - \hat{\varphi}_{\text{Г}} \\ 0 - \hat{\omega}_{\text{Г}} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{q_\varphi}{k_j\hat{\dot{\text{Д}}}} & -\dfrac{q_\omega}{k_j\hat{\text{Д}}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{\varphi}_{\text{ГТ}} - \hat{\varphi}_{\text{Г}} \\ 0 - \hat{\omega}_{\text{Г}} \end{bmatrix}.$$

Тогда:

$$j_{\text{Г}} = K_\varphi(\hat{\varphi}_{\text{ГТ}} - \hat{\varphi}_{\text{Г}}) + K_\omega\hat{\omega}_{\text{Г}} + \hat{j}_{\text{ЦГ}}; \tag{13}$$

$$K_\varphi = \frac{q_\varphi}{k_j\hat{\dot{\text{Д}}}}, \quad \hat{\dot{\text{Д}}} < 0; \qquad K_\omega = \frac{q_\omega}{k_j\hat{\text{Д}}}, \quad K_\omega \leqslant K_{\omega\max}. \tag{14}$$

Анализ (13), (14) позволяет сделать следующие выводы.

На больших расстояниях, когда $\omega_{\text{Г}} \to 0$, коэффициент передачи угловой скорости $q_\omega/k_j\text{Д}$ также мал. Основным приоритетом управления, определяемого первым слагаемым (13), становится устранение угловой ошибки $\varphi_{\text{ГТ}} - \varphi_{\text{Г}}$ (рис. 1), что обеспечивает полет по требуемому направлению $\varphi_{\text{ГТ}}$. По мере подлета к цели увеличиваются как значения $\omega_{\text{Г}}$, так и коэффициента ее передачи $q_\omega/k_j\text{Д}$. В итоге, начиная с некоторой дальности при малых значениях уже устраненной угловой ошибки $\varphi_{\text{ГТ}} - \varphi_{\text{Г}}$, превалирующим становится второе слагаемое, реализующее устранение линейного промаха (11).

Специфической особенностью (13), (14) является гиперболический характер изменения коэффициента передачи K_ω, нелинейно нарастающего по мере уменьшения дальности (рис. 2). С одной стороны, это усиливает тенденцию уменьшения линейных промахов (11), а с другой стороны, предопределяет введение ограничения на K_ω.

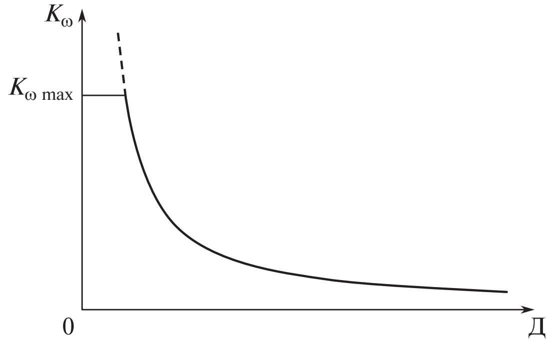

Рис. 2. Зависимость K_ω от дальности.

В состав системы наведения, реализующей (13), (14), должны входить устройства формирования оценок дальности Д, скорости $\dot{\text{Д}}$, требуемого бортового пеленга $\varphi_{\text{ГТ}}$, текущего пеленга $\varphi_{\text{Г}}$, угловой скорости $\omega_{\text{Г}}$ и поперечного ускорения цели $j_{\text{ЦГ}}$.

Сигнал управления зависит не от абсолютных значений штрафов, а от их соотношения q_φ/k_j и q_ω/k_j, что существенно облегчает их выбор. Правила выбора рациональных соотношений коэффициентов штрафов рассмотрены в [8, 16].

В заключение необходимо отметить, что метод (13), (14), обеспечивая перехват маневрирующих целей за счет учета $j_{\text{ЦГ}}$, также является всеракурсным и всевысотным [8] и при наведении в упрежденную точку встречи обеспечивает полет по более прямолинейной траектории с соответствующим уменьшением затрат на управление.

3. Перераспределение управляющих функций при использовании нестационарной матрицы штрафов за величину сигнала управления

Задача синтеза управления летательным аппаратом в горизонтальной плоскости формулируется следующим образом.

Для объекта управления (7), (8) необходимо сформировать сигнал управления $j_{\text{Г}}$, оптимальный по минимуму функционала

$$I = M_y\left\{\begin{bmatrix}\varphi_{\text{ГТ}}-\varphi_{\text{Г}}\\ 0-\omega_{\text{Г}}\end{bmatrix}^{\text{Т}}\begin{bmatrix}q_\varphi & 0\\ 0 & q_\omega\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varphi_{\text{ГТ}}-\varphi_{\text{Г}}\\ 0-\omega_{\text{Г}}\end{bmatrix}+\int\limits_0^t j_{\text{Г}}^2\left(\frac{-k_j}{\dot{\text{Д}}}\right)dt\right\}. \quad (15)$$

Сравнивая (7), (8) и (15) с (2), (3), (6), получим

$$\mathbf{x}_{\text{Т}}=\begin{bmatrix}\varphi_{\text{ГТ}}\\ 0\end{bmatrix},\quad \mathbf{x}_{\text{у}}=\begin{bmatrix}\varphi_{\text{Г}}\\ \omega_{\text{Г}}\end{bmatrix},\quad \mathbf{u}=j_{\text{Г}}-j_{\text{ЦГ}},\quad \boldsymbol{\xi}_x=\begin{bmatrix}0\\ \xi_y\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{\text{у}}=\begin{bmatrix}1/\dot{\text{Д}}\\ -1/\text{Д}\end{bmatrix},\quad \mathbf{Q}=\begin{bmatrix}q_\varphi & 0\\ 0 & q_\omega\end{bmatrix},\quad \mathbf{K}=-\frac{k_j}{\dot{\text{Д}}}. \quad (16)$$

Отличием (15) и (16) от (9) и (12) является зависимость матрицы штрафа **K** от скорости сближения.

Подставляя (16) в (5), получим:

$$\mathbf{u} = -\frac{\hat{\dot{Д}}}{k_j}\begin{bmatrix}\frac{1}{\hat{\dot{Д}}} & -\frac{1}{\hat{Д}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_\varphi & 0\\ 0 & q_\omega\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{\varphi}_{ГТ} - \hat{\varphi}_{Г}\\ 0 - \hat{\omega}_{Г}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\frac{q_\varphi}{k_j} & \frac{q_\omega \hat{\dot{Д}}}{k_j \hat{Д}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{\varphi}_{ГТ} - \hat{\varphi}_{Г}\\ 0 - \hat{\omega}_{Г}\end{bmatrix};$$

$$j_{Гk} = K_{\varphi k}(\hat{\varphi}_{ГТ} - \hat{\varphi}_{Г}) - K_{\omega k}\hat{\omega}_{Г} + \hat{j}_{ЦГ}; \tag{17}$$

$$K_{\varphi k} = -\frac{q_\varphi}{k_j}; \quad K_{\omega k} = \frac{q_\omega \hat{\dot{Д}}}{k_j \hat{Д}}, \quad K_{\omega k} \leqslant K_{\omega \max}. \tag{18}$$

Алгоритм траекторного управления (17), (18) качественно повторяет закон (13), (14), поэтому для него справедливы выводы, сделанные при анализе в разделе 2. Отличия состоят в утрате зависимости $K_{\varphi k}$ от скорости сближения, что упрощает выбор значений коэффициентов штрафов q_φ и q_ω, при которых начинается превалирование управления, минимизирующего линейный промах (11). При этом усложняется зависимость коэффициента $K_{\omega k}$ от условий применения, поскольку он учитывает еще и зависимость от скорости сближения.

4. Перераспределение приоритетов управления при использовании нестационарных матриц штрафов за точность функционирования

В основе любого способа перераспределения управленческих функций в процессе функционирования лежат нестационарные методы управления [6], которые могут быть получены не только за счет использования нестационарных моделей состояния, но и за счет использования переменных матриц штрафов за неточность функционирования, связанных с законами изменения тех или иных координат состояния.

Далее в качестве примера будет рассмотрен один из простейших приемов синтеза такого управления в рамках представлений (1)–(6).

В простейшем случае постановка задачи синтеза нестационарного управления может быть сформулирована следующим образом.

Для системы

$$\dot{\varphi}_{Г} = \omega_{Г}, \quad \varphi_{Г}(0) = \varphi_{Г0};$$
$$\dot{\omega}_{Г} = -\frac{2\dot{Д}}{Д}\omega_{Г} - \frac{1}{Д}j_{Г} + \xi_\omega, \quad \omega_{Г}(0) = \omega_{Г0}, \tag{19}$$

предназначенной для отработки требуемых значений направления полета $\varphi_{ГТ}$ и угловой скорости $\omega_{ГТ}$, необходимо сформировать сигнал управления $j_{Г}$, оптимальный по минимуму функционала

$$I = M_y\left\{\begin{bmatrix}\varphi_{ГТ} - \varphi_{Г}\\ \omega_{ГТ} - \omega_{Г}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}q_{11} & \frac{q_{12}Д}{\dot{Д}}\\ \frac{q_{21}Д}{\dot{Д}} & q_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varphi_{ГТ} - \varphi_{Г}\\ \omega_{ГТ} - \omega_{Г}\end{bmatrix} + \int_0^t j_{Г}^2 k_j\,dt\right\}. \tag{20}$$

Поставив в соответствие (19) с (2), (3), а (20) с (6), будем иметь:

$$\mathbf{x}_\text{Т} = \begin{bmatrix} \varphi_\text{ГТ} \\ \omega_\text{ГТ} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_\text{у} = \begin{bmatrix} \varphi_\text{Г} \\ \omega_\text{Г} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_\text{у} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1/\text{Д} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & \dfrac{q_{12}\text{Д}}{\dot{\text{Д}}} \\ \dfrac{q_{21}\text{Д}}{\dot{\text{Д}}} & q_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = k_j, \quad \mathbf{u} = j_\text{Г}. \tag{21}$$

Используя (21) в (5), получим:

$$j_\text{Г} = \frac{1}{k_j} \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{1}{\hat{\text{Д}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{11} & \dfrac{q_{12}\text{Д}}{\dot{\text{Д}}} \\ \dfrac{q_{21}\text{Д}}{\dot{\text{Д}}} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_\text{ГТ} - \hat{\varphi}_\text{Г} \\ \hat{\omega}_\text{ГТ} - \hat{\omega}_\text{Г} \end{bmatrix};$$

$$j_\text{Г} = K_{\varphi q}(\hat{\varphi}_\text{ГТ} - \hat{\varphi}_\text{Г}) - K_{\omega q}(\hat{\omega}_\text{ГТ} - \hat{\omega}_\text{Г}); \tag{22}$$

$$K_{\varphi q} = \frac{q_{21}}{\hat{\dot{\text{Д}}} k_j}, \quad \hat{\dot{\text{Д}}} < 0; \quad K_{\omega q} = \frac{q_{22}}{k_j \hat{\text{Д}}}, \quad K_{\omega q} \leqslant K_{\omega \max}. \tag{23}$$

Анализ полученного соотношения позволяет сделать следующие заключения:

— сигнал управления характеризует нестационарную систему с обратными связями по углу и угловой скорости;

— сигнал управления определяется взвешенными ошибками управления, которые обусловлены несоответствием текущих значений $\varphi_\text{Г}$ и $\omega_\text{Г}$ требуемым $\varphi_\text{ГТ}$ и $\omega_\text{ГТ}$.

При этом на больших расстояниях, когда $\omega_\text{Г} \approx 0$ и $\frac{q_{22}}{k_j \text{Д}} \approx 0$, основной вклад в управление вносит первое слагаемое, обеспечивая устранение ошибок по угловым координатам. По мере уменьшения дальности возрастает вклад второго слагаемого, обеспечивая плавный переход к превалирующему управлению по угловой скорости, реализующему те или иные режимы (минимизацию линейного промаха (11), обеспечение требуемого линейного разрешения по угловым координатам [5, 17] и т.д.);

– веса ошибок управления зависят от соотношения коэффициентов штрафов q_{21}/k_j и q_{22}/k_j и условий применения (Д и $\dot{\text{Д}}$). При этом манипулируя их величинами, можно изменять моменты перехода от управления по углу к управлению по угловой скорости, переходя к другим режимам работы системы управления либо ее информационных систем;

– в зависимости от требуемых законов изменения $\varphi_\text{ГТ}$ и $\omega_\text{ГТ}$ могут быть получены системы самого различного назначения, реализующие самые разнообразные траектории полета: от высокоточных систем наведения при $\varphi_\text{ГТ} = \frac{\text{Д}\omega_\text{Г}}{K_{\text{Д}V}}$ и $\omega_\text{ГТ} = 0$ [8] до траекторий полета, реализующих синтезирование апертуры антенны [5, 7] при

$$\omega_\text{ГТ} = \frac{\Delta F \lambda}{2 \Delta l_T}, \tag{24}$$

где $K_{ДV}$ – коэффициент, зависящий от скорости сближения, ΔF – полоса пропускания доплеровского фильтра, λ – длина волны, Δl_T – требуемое линейное разрешение по азимуту;

— требования неотрицательно определенной матрицы $\mathbf{Q}$ [8] накладывают определенные ограничения на выбор коэффициентов q_{11}, q_{22} и $q_{12} = q_{21}$, обеспечивающих функционирование системы в заданном диапазоне изменения дальности и скорости сближения;

— для реализации (22), (23) бортовая радиолокационная система должна формировать типовой набор оценок дальности, скорости сближения, углов и угловой скорости линии визирования.

Анализ законов, рассмотренных в разделах 2–4, показывает, что, несмотря на различные приемы обеспечения нестационарности, они приводят к одинаковым алгоритмам траекторного управления, в которых в качестве переключателя приоритетов используется дальность. В то же время возможны и другие варианты законов управления со сменой приоритетов управления.

В заключение необходимо отметить, что, используя более сложные модели состояния и функционалы качества с нестационарными коэффициентами матриц штрафов не только за неточность функционирования, но и за величину сигналов управления, можно получить более сложные законы управления с неоднократной сменой управленческих приоритетов, что особенно актуально при решении многокритериальных задач управления [18–20].

5. Перераспределение приоритетов управления при учете несоответствия динамических свойств цели и перехватчика

Несоответствие динамических свойств перехватчика и цели является типовым проявлением боестолкновений. При этом под динамическими свойствами понимаются не только инерционность систем управления и летательных аппаратов, но и динамика изменения координат состояния, определяемая условиями боя [21]. В связи с этим весьма востребованными являются методы наведения, в которых это несоответствие учитывается автоматически. Следует подчеркнуть, что задача учета этого несоответствия может быть решена различными способами [22, 23].

Далее будет рассмотрен один из самых простых способов учета несоответствия динамических свойств цели и перехватчика при использовании локальной оптимизации на основе представлений (1)–(6) [23].

В общем случае несоответствие динамических свойств системы (3), предназначенной для отработки процесса (2), определяется величиной детерминированной ошибки.

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{T}} - \dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{y}} = \mathbf{F}_{\mathrm{T}}\mathbf{x}_{\mathrm{T}} - \mathbf{F}_{\mathrm{y}}\mathbf{x}_{\mathrm{y}} - \mathbf{B}_{\mathrm{y}}\mathbf{u} + \mathbf{F}_{\mathrm{y}}\mathbf{x}_{\mathrm{T}} - \mathbf{F}_{\mathrm{y}}\mathbf{x}_{\mathrm{T}};$$

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_{\mathrm{y}}[\mathbf{x}_{\mathrm{T}} - \mathbf{x}_{\mathrm{y}}] - \mathbf{B}_{\mathrm{y}}\mathbf{u} + [\mathbf{F}_{\mathrm{T}} - \mathbf{F}_{\mathrm{y}}]\mathbf{x}_{\mathrm{T}}; \quad \mathbf{x}_{\mathrm{T}}(0) = \mathbf{x}_{\mathrm{T}0}, \quad \mathbf{x}_{\mathrm{y}}(0) = \mathbf{x}_{\mathrm{y}0}. \tag{25}$$

Анализ (25) дает возможность сделать следующие заключения.

Если динамические свойства системы (3) адекватны аналогичным свойствам (2), т.е. $\mathbf{F}_\text{у} = \mathbf{F}_\text{Т}$, то при $\mathbf{u} = 0$ система (25) самостоятельно отрабатывает первоначальные ошибки $\Delta\mathbf{x}_0$.

Если $\mathbf{F}_\text{у} \neq \mathbf{F}_\text{Т}$, то в (25) появляются вынужденные составляющие ошибки, которые могут быть компенсированы соответствующим выбором управления.

В [23] получено правило, которое позволяет для системы (2), (3), (25) сформировать сигнал управления

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}_\text{у}^\text{T}\Big\{\mathbf{Q}(\hat{\mathbf{x}}_\text{Т} - \hat{\mathbf{x}}_\text{у}) - \mathbf{G}(\mathbf{F}_\text{Т} - \mathbf{F}_\text{у})\hat{\mathbf{x}}_\text{Т}\Big\}, \tag{26}$$

оптимальный по минимуму функционала

$$I = M\left\{[\hat{\mathbf{x}}_\text{Т} - \hat{\mathbf{x}}_\text{у}]^\text{T}\mathbf{Q}[\hat{\mathbf{x}}_\text{Т} - \hat{\mathbf{x}}_\text{у}] + 2[\hat{\mathbf{x}}_\text{Т} - \hat{\mathbf{x}}_\text{у}]^\text{T}\mathbf{G}[\mathbf{F}_\text{Т} - \mathbf{F}_\text{у}]\hat{\mathbf{x}}_\text{Т} + \right.$$
$$\left. + \{[\mathbf{F}_\text{Т} - \mathbf{F}_\text{у}]\hat{\mathbf{x}}_\text{Т}\}^\text{T}\mathbf{Q}[\mathbf{F}_\text{Т} - \mathbf{F}_\text{у}]\hat{\mathbf{x}}_\text{Т} + \int\limits_0^t \mathbf{u}^\text{T}\mathbf{K}\mathbf{u}dt\right\}, \tag{27}$$

в котором $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{K}$ – матрицы штрафов за неточность функционирования и величины сигналов управления, $\mathbf{G}$ – матрица, учитывающая влияние несоответствия динамических свойств цели и перехватчика, а $\hat{\mathbf{x}}_\text{Т}$ и $\hat{\mathbf{x}}_\text{у}$ – оптимальные оценки процессов (2) и (3).

В математическом плане задачу можно сформулировать следующим образом. Для перехватчика, моделируемого системой уравнений

$$\begin{aligned} &\dot{\varphi}_\text{П} = \omega_\text{П}, && \varphi_\text{П}(0) = \varphi_{\text{П}0};\\ &\dot{\omega}_\text{П} = -\frac{1}{T}\omega_\text{П} + \frac{b}{T}j_\text{П} + \xi_\text{П}, && \omega_\text{П}(0) = \omega_{\text{П}0}, \end{aligned} \tag{28}$$

предназначенного для перехвата в горизонтальной плоскости цели, моделируемой системой

$$\begin{aligned} &\dot{\varphi}_\text{Ц} = \omega_\text{Ц}, && \varphi_\text{Ц}(0) = \varphi_{\text{Ц}0};\\ &\dot{\omega}_\text{Ц} = -\frac{2\dot{\text{Д}}}{\text{Д}}\omega_\text{Ц} + \frac{1}{\text{Д}}(j_\text{Ц} - j_\text{П}) + \xi_\text{Ц}, && \omega_\text{Ц}(0) = \omega_{\text{Ц}0}, \end{aligned} \tag{29}$$

необходимо при наличии соответствующих измерений сформировать управляющий сигнал поперечного ускорения $j_\text{П}$, оптимальный по минимуму функционала (27).

Здесь: $\varphi_\text{П}$ – угол направления полета перехватчика; $\omega_\text{П}$ – угловая скорость его изменения; T – постоянная времени маневра; b – коэффициент передачи сигнала управления; $\varphi_\text{Ц}$, $\omega_\text{Ц}$ и $j_\text{Ц}$ – соответственно угол линии визирования цели, ее угловая скорость и поперечное ускорение цели; Д и $\dot{\text{Д}}$ – дальность

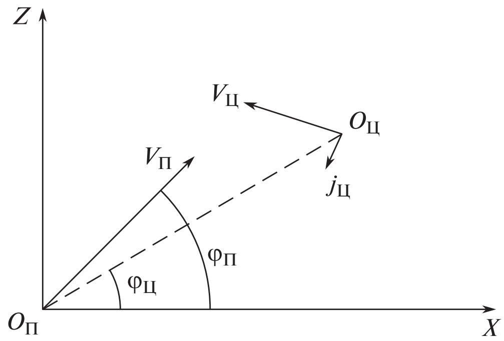

Рис. 3. Геометрия взаимного расположения цели и перехватчика.

до цели и скорость ее изменения; $\xi_П$ и $\xi_Ц$ – центрированные гауссовские возмущения с известными интенсивностями.

Геометрические соотношения перехватчика и цели показаны на рис. 3, на котором $O_Ц$ и $O_П$ – точки расположения цели и перехватчика, а $V_Ц$ и $V_П$ – векторы их скорости.

Поставив в соответствие (28), (29) с (3), (2), получим

$$\mathbf{x}_Т = \begin{bmatrix} \varphi_Ц \\ \omega_Ц \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_Т = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\dfrac{2\dot{Д}}{Д} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_у = \begin{bmatrix} \varphi_П \\ \omega_П \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}_у = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\dfrac{1}{T} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_у = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{b}{T} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = j_П, \quad \boldsymbol{\xi}_x = \begin{bmatrix} \xi_Ц \\ \xi_П \end{bmatrix}. \tag{30}$$

Рассматривая матрицы **Q**, **G** и **K** в (27) в приложении к (28), (29), будем иметь:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K} = k_j. \tag{31}$$

Используя (30)–(31) в (26), получим:

$$j_П = \frac{1}{k_j}\begin{bmatrix} 0 & \dfrac{b}{T} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_Ц - \hat{\varphi}_П \\ \hat{\omega}_Ц - \hat{\omega}_П \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \left(\dfrac{1}{T} - \dfrac{2\hat{\dot{Д}}}{\hat{Д}}\right)\hat{\omega}_Ц \end{bmatrix} \right\};$$

$$j_П = K_{\varphi s}(\hat{\varphi}_Ц - \hat{\varphi}_П) + K_{\omega s}(\hat{\omega}_Ц - \hat{\omega}_П) + K_{sу}\hat{\omega}_Ц; \tag{32}$$

$$K_{\varphi s} = \frac{bq_{21}}{k_j T}, \quad K_{\omega s} = \frac{bq_{22}}{k_j T}, \quad K_{sу} = \frac{bg_{22}}{k_j T}\left(\frac{1}{T} - \frac{2\hat{\dot{Д}}}{\hat{Д}}\right). \tag{33}$$

Анализ (32), (33) позволяет сделать следующие выводы.

На больших расстояниях, когда $\omega_{\text{Ц}} \to 0$, метод вырождается в стационарную разновидность пропорционально-дифференциального метода со всеми особенностями его применения [8]. При этом перераспределение управления от устранения угловых ошибок к линейным промахам определяется соотношением штрафов q_{21} к q_{22}.

Добиться постоянного согласования динамических свойств перехватчика и цели в течение всего процесса наведения не удается, поскольку $T \approx \text{const}$, а Д и $\dot{\text{Д}}$ изменяются в процессе наведения. В связи с этим всегда будет иметь место текущая вынужденная составляющая ошибок $\Delta\varphi$ и $\Delta\omega$.

Специфической особенностью метода является резкое нарастание роли третьего слагаемого на малых дальностях, что позволяет существенно повысить конечную точность наведения [23].

6. Заключение

В обзоре на качественном уровне рассмотрены варианты методов наведения на воздушные объекты различных типов, позволяющие автоматически изменять управленческие приоритеты в процессе самонаведения, обеспечивая его более высокую адекватность современным условиям воздушного противоборства.

Использование рассмотренных вариантов позволяет оптимизировать системы наведения в классе широко распространенных двухкритериальных задач, когда система должна быть одновременно наилучшей по различным, зачастую противоречащим друг другу критериям. Кроме того, комбинированное использование всех четырех подходов позволяет оптимизировать системы и для трехкритериальных задач. При этом в зависимости от используемых моделей и функционалов качества можно получить большой набор методов наведения, адаптированных под решение различных задач.

В целом можно утверждать, что использование рассмотренных выше приемов изменения приоритетов управления позволит расширить области применения летательных аппаратов различного назначения, не требуя усложнения информационного обеспечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Попов И.М., Хамзатов М.И.* Война будущего. Концептуальные основы и практические выводы. М.: Кучково поле, 2017, 832 с.
2. *Федосов Е.А.* Реализация сетецентрической технологии ведения боевых действий потребует создания БРЛС нового поколения // Фазатрон. 2007. № 1,2. С. 11–44.
3. *Верба В.С.* Авиационные комплексы радиолокационного дозора и наведения. Принципы построения, проблемы разработки и особенности функционирования. М.: Радиотехника, 2014, 528 с.
4. Авиация ВВС России и научно-технический прогресс. Боевые комплексы и системы вчера, сегодня, завтра / под. ред. Е.А. Федосова. М.: Дрофа, 2005, 734 с.
5. *Верба В.С., Загребельный И.Р., Меркулов В.И.* Метод наведения на воздушную цель в составе плотной группы // Радиотехника и электроника. 2020. № 11. С. 1091–1100.

6. *Меркулов В.И.* Нестационарные методы самонаведения // Вестник воздушно-космической обороны. 2020. № 1. С. 25–39.
7. *Меркулов В.И., Забелин Н.В.* Разработка алгоритмов траекторного управления носителем, обеспечивающих разрешение воздушных целей в плотной группе // Радиотехника. 2012. № 10. С. 107–111.
8. Авиационные системы радиоуправления: учебник для военных и гражданских ВУЗов / Под ред. В.И. Меркулова. М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2008, 423 с.
9. *Меркулов В.И.* Адаптация алгоритмов траекторного управления самолетом к режимам работы бортовой РЛС // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2010. № 9. С. 23–26.
10. *Paul Zarchan.* Tactical and Strategic Missile Guidance. Sixth Edition, 2012.
11. *John H. Blakelock.* Automatic Control of Aircraft and Missiles. Second Edition, 1991.
12. *Shneydor N.A.* Missile Guidance And Pursuit Kinematics, Dynamics and Control, 1998.
13. *George M. Siouris.* Missile Guidance and Control Systems, New York: Springer, 2004.
14. *Rafael Yanushevsky.* Modern Missile Guidance, CRC Press, 2008.
15. *Верба В.С., Капустян С.Г., Меркулов В.И., Харьков В.И.* Оптимизация радиоэлектронных систем управления ч. 2. Прикладные методы и алгоритмы теории оптимального управления // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2013. № 3. С. 3–21.
16. *Крутько П.Д., Максимов А.И., Скворцов Л.М.* Алгоритмы и программы проектирования автоматических систем. М.: Радио и связь, 1988.
17. *Верба В.С., Меркулов В.И., Садовский П.А.* Алгоритм индивидуального наведения на воздушную цель в составе плотной группы // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2009. Т. 7. № 9. С. 3–7.
18. *Kaissa M. Miettinen.* Nonlinear Multiobjective Optimization. 1999, 298 p.
19. *Matthias Ehrgott.* Multicriteria Optimization, Second Edition, Springer, 2005, 323 p.
20. *Oscar Brito Augusto, Fouad Bennis, Stephane Caro.* Multiobjective Optimization Involving Quadratic Functions // J. Optim. Vol. 2014, Article ID 406092, 11 p.
21. *Меркулов В.И.* Учет динамичности летательных аппаратов при синтезе алгоритмов, сопровождения бортовыми РЛС // Успехи современной радиоэлектроники. 2012. № 8. С. 68–74.
22. *Меркулов В.И., Соколов Д.А.* Учет несоответствия динамических свойств подсистем при их совместном функционировании // АиТ. 2017. № 5. С. 3–15.

    Merkulov V.I., Sokolov D.A. Account Of The Mismatch Between The Dynamic Properties Of Jointly Operating Systems // Autom. Remote Control. 2017. No. 5. P. 771–781.
23. Информационно-измерительные и управляющие радиоэлектронные системы и комплексы / Под ред. В.С. Вербы. М.: Радиотехника. 2020, 490 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Р.А. Мунасыповым.

Поступила в редакцию 08.12.2020

После доработки 22.04.2021

Принята к публикации 29.04.2021