

© 2022 г. А.И. ГЛУЩЕНКО, д-р техн. наук (strondutt@mail.ru),
К.А. ЛАСТОЧКИН (lastconst@yandex.ru)
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва),
В.А. ПЕТРОВ, канд. техн. наук (petrov.va@misis.ru)
(Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова (филиал)
ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский технологический
университет «МИСиС», Старый Оскол)

НОРМАЛИЗАЦИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ РЕГРЕССОРА В ПРОЦЕДУРЕ ДИНАМИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ И СМЕШИВАНИЯ¹

Предложен подход к нормализации возбуждения регрессора контура идентификации, построенного на основе процедуры динамического расширения и смешивания. Применение этого подхода позволяет при постоянном значении коэффициента усиления контура оценки иметь одинаковую верхнюю границу параметрической ошибки идентификации для скалярных регрессоров с различной степенью возбуждения, что является существенным преимуществом для практики. Выполнено сравнение разработанного подхода с известным методом амплитудной нормализации регрессора и показано, что классический метод нормализации не обладает указанным свойством. В качестве валидации полученных теоретических выводов приводятся результаты сравнительного математического моделирования классического градиентного контура оценки, контуров с амплитудной нормализацией регрессора и с предложенной нормализацией возбуждения регрессора.

Ключевые слова: идентификация, градиентный метод, параметрическая ошибка, коэффициент усиления контура оценки, степень возбуждения, нормализация.

DOI: 10.31857/S0005231022010020

1. Введение

Методы классической теории идентификации динамических объектов [1] получили широкое распространение в инженерной практике специалистов по автоматизации технологических процессов различных отраслей промышленности и, как правило, используются в процессе пусконаладочных работ для получения математической модели технологического агрегата. Полученная модель в дальнейшем обычно используется для расчета параметров промышленных ПИ и ПИД регуляторов. При этом точность модели является критически важным показателем, поскольку от нее напрямую зависит и точность

¹ Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-47-310003 р_а).

параметров регуляторов, а значит, и экономические показатели технологического агрегата, зависящие от качества управления.

Классические методы теории идентификации, к которым прежде всего относятся рекурсивный метод наименьших квадратов и метод градиентного спуска, обеспечивают точную идентификацию параметров модели только при выполнении условия незатухающего возбуждения регрессора [2]. На практике это требует инъекции высокочастотного тестового сигнала в управляющий вход технологического агрегата [3]. Использование метода инъекции не всегда возможно в условиях реального промышленного производства. Поэтому для ослабления условия незатухающего возбуждения за последние несколько лет в публикациях были предложены новые методы [4–9], позволяющие так или иначе улучшить точность идентификации параметров модели и, следовательно, степень ее соответствия реальному промышленному агрегату. Главным достижением этих методов можно считать новые контуры оценки со сходимостью за конечное время [4–6] и различные алгоритмы фильтрации и предобработки регрессора [7–10], позволяющие исключить инъекцию тестовых сигналов и точно идентифицировать параметры модели в режиме работы технологического агрегата, близком к нормальному. В целом с некоторыми оговорками можно считать, что проблема точной идентификации стационарных параметров динамических объектов является развитой с ясными направлениями дальнейших исследований и перспективными практическими приложениями [11, 12] в промышленности.

Среди актуальных направлений исследований необходимо отметить перенос полученных результатов на регрессионные уравнения с нелинейной параметризацией [13] и интервально заданными и нестационарными параметрами [6, 9, 14].

Другой, менее проработанной проблемой как классических, так и современных контуров идентификации является задача выбора коэффициента усиления γ закона оценки [15].

Для контуров оценки, обеспечивающих сходимость оценок параметров модели за конечное время [4–6], данная проблема состоит в необходимости выбора коэффициента γ исходя из удовлетворения специальных условий.

Для классического градиентного контура оценки, а также для контуров оценки градиентного типа, построенных с использованием процедур предобработки регрессора [7–10], данную проблему можно условно разделить на технический и теоретический уровни.

На техническом уровне проблема заключается в невозможности численного решения средствами современной промышленной микроконтроллерной техники “жесткого” дифференциального уравнения контура оценки, получаемого при большом значении коэффициента усиления [15].

На теоретическом уровне упомянутая проблема состоит в: а) прямой зависимости от коэффициента усиления скорости сходимости оценок параметров модели и обратной зависимости точности получаемых оценок при наличии возмущений, б) необходимости использования различных коэффициентов усиления в зависимости от степени возбуждения регрессора [1].

В данной статье остановимся подробнее на п. (б) теоретического уровня проблемы выбора коэффициента усиления законов оценки градиентного типа.

Основная трудность выбора коэффициента усиления как для базового градиентного контура оценки, так и для его усовершенствованных путем предобработки регрессора аналогов [7–10] заключается в зависимости между величиной верхней оценки ошибки идентификации и произведением коэффициента усиления контура оценки γ на степень возбуждения регрессора α . Здесь отметим, что для стандартного градиентного контура оценки зависимость ошибки идентификации от $\gamma\alpha$ получена при некоторых допущениях [16], а для большинства современных контуров оценки с предобработкой регрессора эта зависимость имеет место без допущений.

Степень возбуждения регрессора α в общем виде определяется длиной интервала возбуждения T и амплитудой регрессора A , поэтому упомянутая зависимость означает различную верхнюю оценку ошибки идентификации для регрессоров с различной степенью возбуждения. Другими словами, при выборе стационарного коэффициента усиления γ для одних регрессоров параметрическая ошибка может быть чрезвычайно большой, а для других напротив — чрезвычайно малой. С точки зрения практики применения современных методов теории идентификации в промышленности весьма желательным было бы иметь одинаковую верхнюю оценку параметрической ошибки для регрессоров с различной степенью возбуждения α .

Для этого в публикациях были предложены: 1) метод масштабирования [17], позволяющий, изменяя коэффициент усиления контура оценки γ в зависимости от косвенной оценки степени возбуждения регрессора α , поддерживать приблизительно одинаковую верхнюю оценку параметрической ошибки; 2) рекурсивный метод наименьших квадратов с экспоненциальным забыванием [14, 15, 17], который в пределе обеспечивает зависимость верхней оценки параметрической ошибки только от коэффициента экспоненциального забывания. Метод масштабирования требует ручного выбора целого ряда параметров масштабирования, а рекурсивный метод наименьших квадратов обеспечивает необходимое свойство пропорциональности верхней оценки параметрической ошибки и коэффициента забывания только в предельном случае и только в контурах оценки с регрессорами определенного вида.

Метод масштабирования и рекурсивный метод наименьших квадратов с экспоненциальным забыванием основаны на общей идее поддержания соотношения $\gamma\alpha$ постоянным путем динамической коррекции коэффициента усиления γ в зависимости от оценки степени возбуждения регрессора α . Однако, по мнению авторов настоящей статьи, такой подход, в конечном итоге, неизбежно приводит или к новому контуру настройки с новыми параметрами, требующими ручной настройки, или к различного рода эвристикам.

Поэтому в данной работе для получения одинаковой верхней оценки параметрической ошибки для регрессоров с различной степенью возбуждения предлагается не настраивать коэффициент усиления γ , а разработать процедуру нормирования возбуждения регрессора, позволяющую получить зави-

симось параметрической ошибки не от произведения $\gamma\alpha$, а от нового произведения $\gamma\Delta$, в котором Δ – величина, в отличие от α , не зависящая от амплитуды A регрессора.

Предлагаемый подход позволит использовать стационарный коэффициент усиления оценки γ и при этом иметь одинаковую верхнюю оценку параметрической ошибки для различных исходных регрессоров.

Построить контур идентификации, обладающий указанными свойствами, в статье предлагается, дополнив один из методов предобработки регрессора, а именно процедуру динамического расширения и смешивания [10].

2. Формальное описание проблемы и постановка задачи

Рассматривается задача идентификации параметров класса линейных объектов:

$$(2.1) \quad y(t) = \frac{b(p)}{a(p)}u(t),$$

где $p = d/dt$ – оператор дифференцирования, y – выходная переменная, u – управляющее воздействие, $b(p) = \sum_{i=0}^m b_i p^i$ и $a(p) = p^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i p^i$ – полиномы с квазистационарными ($\dot{b}_i \approx 0$, $\dot{a}_i \approx 0$) неизвестными параметрами.

Модель (2.1) известным методом [15] может быть представлена в виде линейной регрессии:

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \bar{z}(t) &= \theta^T \bar{w}(t) + \bar{\eta} = y(t) + \psi^T \bar{w}_2(t) + \bar{\eta}, \\ \theta &:= [b_m, b_{m-1}, \dots, b_0, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_0]^T, \quad \bar{\eta} := \bar{\rho} e^{\Psi_c t}, \\ \bar{w}(t) &:= \left[\frac{\alpha_m(p)}{\Psi(p)} u(t) \quad -\frac{\alpha_{n-1}(p)}{\Psi(p)} y(t) \right]^T = [\bar{w}_1^T(t) \quad \bar{w}_2^T(t)]^T, \end{aligned}$$

где $\bar{z} \in \mathbb{R}$ – измеримая функция, $\bar{w} \in \mathbb{R}^{m+n+1}$ – измеримый регрессор, θ – вектор неизвестных параметров, $\bar{\eta} \in \mathbb{R}$ – экспоненциально затухающее возмущение, вызванное несоответствием начальных условий в (2.1) и (2.2), $\alpha_i(p) := [p^i, p^{i-1}, \dots, 1]^T$ – оператор дифференцирования, $\Psi(p) = p^n + \psi^T \alpha_{n-1}(p)$ – устойчивый полином с $\psi = [\psi_{n-1}, \psi_{n-2}, \dots, \psi_0]^T$, Ψ_c – матрица, соответствующая полиному $\Psi(p)$.

Относительно возмущения $\bar{\eta}$ в статье принимается следующее предположение.

Предположение 1. Возмущение $\bar{\eta} = 0 \forall t \geq 0$ или существует известное $\bar{t}_0 \rightarrow 0$, такое что $\bar{\eta} = 0 \forall t \geq \bar{t}_0$.

Замечание 1. В предположении 1 предполагается или полное отсутствие в регрессии (2.2) возмущения $\bar{\eta}$, или обеспечение для $\bar{\eta}$ достаточно быстрой сходимости к нулю путем выбора характеристического полинома $\Psi(p)$.

В дальнейших рассуждениях также будем предполагать выполнение для регрессора \bar{w} условия конечного возбуждения на интервале $[\bar{t}_s; \bar{t}_s + \bar{T}]$.

Определение 1. Регрессор $\bar{\omega}$ возбуждается конечно ($\bar{\omega} \in \text{FE}$) на интервале $[\bar{t}_s; \bar{t}_s + \bar{T}]$, если существуют $\bar{t}_s \geq \bar{t}_0 \geq 0$, $\bar{T} > 0$ и $\bar{\alpha} > 0$ такие, что верно неравенство

$$(2.3) \quad \int_{\bar{t}_s}^{\bar{t}_s + \bar{T}} \bar{\omega}(\tau) \bar{\omega}^T(\tau) d\tau \geq \bar{\alpha} I,$$

где $\bar{\alpha}$ – степень возбуждения, I – единичная матрица.

Учитывая предположение 1, применим к регрессии (2.2) процедуру динамического расширения и смешивания [10]. Для этого $\forall t \geq \bar{t}_0$ введем операторы запаздывания в количестве $m + n$:

$$(2.4) \quad (\cdot)_{f_i(t)} := [H_i(\cdot)](t) = (\cdot)(t - d_i); \quad i \in \{1, 2, \dots, m + n\},$$

где d_i – параметр, определяющий временное запаздывание i -го оператора (2.4).

Пропуская через (2.4) функцию \bar{z} и регрессор $\bar{\omega}$, сформируем $\forall t \geq \bar{t}_0$ расширенное уравнение регрессии

$$(2.5) \quad \begin{aligned} \bar{z}_f(t) &= \bar{\omega}_f(t) \theta, \\ \bar{z}_f(t) &:= [\bar{z}(t) \ \bar{z}_{f_1}(t) \ \dots \ \bar{z}_{f_{n+m}}(t)]^T; \\ \bar{\omega}_f(t) &:= [\bar{\omega}(t) \ \bar{\omega}_{f_1}(t) \ \dots \ \bar{\omega}_{f_{n+m}}(t)]^T. \end{aligned}$$

Домножив уравнение (2.5) слева на присоединенную матрицу алгебраических дополнений $\text{adj}\{\bar{\omega}_f(t)\}$ матрицы расширенного регрессора $\bar{\omega}_f(t)$, а также пользуясь равенством $\text{adj}\{\bar{\omega}_f(t)\} \bar{\omega}_f(t) = \det\{\bar{\omega}_f(t)\} I$, получим $\forall t \geq \bar{t}_0$ уравнение:

$$(2.6) \quad \begin{aligned} z(t) &= \omega(t) \theta, \\ z(t) &:= \text{adj}\{\bar{\omega}_f(t)\} \bar{z}_f(t); \quad \omega(t) := \det\{\bar{\omega}_f(t)\}, \end{aligned}$$

где $z \in \mathbb{R}^{m+n+1}$, $\omega \in \mathbb{R}$.

Относительно параметров d_i принимается предположение 2.

Предположение 2. Параметры d_i выбраны так, что если $\bar{\omega} \in \text{FE}$ на интервале $[\bar{t}_s; \bar{t}_s + \bar{T}]$, то $\omega \in \text{FE}$ на интервале $[t_s; t_s + T]$, поэтому существуют $t_s \geq t_0 > \bar{t}_s$, $T > 0$ и $\alpha > 0$ такие, что для ω верно неравенство

$$(2.7) \quad \int_{t_s}^{t_s + T} \omega^2(\tau) d\tau \geq \alpha,$$

где α – степень возбуждения скалярного регрессора, t_0 – момент времени неравенства нулю выхода оператора (2.4) с максимальным значением параметра d_i .

Замечание 2. Предположение 2 необходимо, поскольку при неудачном выборе параметров d_i , матрица $\bar{\omega}_f(t)$ может являться вырожденной $\forall t$ [18]. Ослабить предположение 1 возможно, использовав вместо операторов запаздывания (2.4) устойчивые минимально-фазовые динамические фильтры или применив для генерации скаляризованной регрессии (2.6) вместо базовой процедуры DREM ее модифицированный аналог [19] или процедуру MREM [20].

В силу принятых предположений, уравнение стандартного градиентного контура оценки параметров регрессии (2.6) имеет вид

$$(2.8) \quad \dot{\hat{\theta}}_i(t) = \dot{\tilde{\theta}}_i(t) = -\gamma\omega \left(\hat{\theta}_i\omega - z \right) = -\gamma\omega^2\tilde{\theta}_i(t).$$

Получим решение скалярного дифференциального уравнения (2.8):

$$(2.9) \quad \tilde{\theta}_i(t) = e^{-\gamma \int_{t_0}^t \omega^2(\tau) d\tau} \tilde{\theta}_i(t_0).$$

С учетом предположения 1 из (2.9) получим выражение для ошибки $\tilde{\theta}_i(t_s + T)$ на интервале $[t_s; t_s + T]$:

$$(2.10) \quad \tilde{\theta}_i(t_s + T) = e^{-\gamma \int_{t_s}^{t_s+T} \omega^2 d\tau} \tilde{\theta}_i(t_s) \leq e^{-\gamma\alpha} \tilde{\theta}_i(t_s).$$

Как следует из (2.10), параметрическая ошибка $\tilde{\theta}_i(t_s + T)$ ограничена сверху выражением, зависящим от произведения $\gamma\alpha$. С точки зрения практики применения контура оценки (2.8) полезно поддерживать одинаковую точность идентификации, а значит, иметь для различных регрессоров одинаковую верхнюю границу (2.10) на параметрическую ошибку. Однако, как следует из (2.7), параметр α меняется от регрессора к регрессору и определяется длиной интервала возбуждения T и амплитудой регрессора A . Поэтому для поддержания одинакового соотношения $\gamma\alpha$ при изменении параметров A и T в контуре оценки (2.8) требуется коррекция коэффициента γ . В противном случае при постоянном γ для регрессоров с $\alpha \rightarrow 0$, но $\alpha > 0$ возможны значения параметрической ошибки, такие что $\tilde{\theta}_i(t_s + T) \rightarrow \tilde{\theta}_i(t_s)$, а для регрессоров с $\alpha \rightarrow \infty$, наоборот, $\tilde{\theta}_i(t_s + T) \rightarrow 0$.

В этой статье ограничимся решением задачи поддержания одинаковой верхней границы (2.10) параметрической ошибки (2.8) для класса регрессоров с различными амплитудами A , но возбуждаемыми конечно на интервалах одинаковой длины T .

Определение 2. Регрессоры ω_j возбуждены конечно на одинаковом интервале времени $[t_s; t_s + T]$, если существуют $t_s \geq t_0 > \bar{t}_s$, $T > 0$ и $\alpha_j > 0$ такие, что верны неравенства

$$(2.11) \quad \int_{t_s}^{t_s+T} \omega_j^2(\tau) d\tau \geq \alpha_j,$$

где α_j – степень возбуждения j -го регрессора.

Замечание 3. В частности, классу (2.11) принадлежат регрессоры, полученные процедурой (2.2)–(2.6) при управляющих воздействиях различной амплитуды (например, $u = 1$, $u = 10$, $u = 100$).

На частном численном примере продемонстрируем необходимость коррекции коэффициента усиления γ для регрессоров из класса (2.11).

Пример 1. Пусть $t_s = 0$ с, $T = 10$ с, тогда при $\omega = Ae^{-1t}$ в (2.10) соответственно имеем:

$$(2.12) \quad \tilde{\theta}_i(10) = e^{-\gamma A^2 \int_0^{10} e^{-2t} dt} \tilde{\theta}_i(0) \approx e^{-\gamma A^2 0,5} \tilde{\theta}_i(0).$$

Откуда, устремив A к нулю при зафиксированном γ , получаем $\tilde{\theta}_i(10) \rightarrow \tilde{\theta}_i(0)$, что означает: 1) разную верхнюю границу на параметрическую ошибку для регрессоров из класса (2.11); 2) необходимость перевыбора коэффициента γ при изменении амплитуды A регрессора для поддержания одинаковой верхней границы параметрической ошибки.

Обойти необходимость перевыбора коэффициента γ можно было бы, имея для регрессоров из класса (2.11) вместо регрессора ω в уравнениях контура оценки (2.8)–(2.10) некоторый нормированный регрессор $\varphi = \frac{\omega}{f(\omega)}$, такой что верно неравенство

$$(2.13) \quad \int_{t_s}^{t_s+T} \varphi^2(\tau) d\tau \geq \Delta > 0.$$

Тогда перевыбор коэффициента γ не требуется, а для всех регрессоров класса (2.11) обеспечивается одинаковая верхняя граница параметрической ошибки.

Таким образом, цель настоящей статьи — разработка функции нормализации $f(\omega)$, позволяющей для регрессоров из класса (2.11) получить одинаковую верхнюю границу параметрической ошибки без перевыбора коэффициента γ .

Замечание 4. В примере 1 экспоненциально затухающий регрессор был использован исключительно для наглядности, а продемонстрированная проблема характерна для всех регрессоров с различными амплитудами, но возбуждаемыми конечно на интервалах одинаковой длины T .

3. Основной результат

Определим нормирующую функцию для регрессора ω в виде

$$(3.1) \quad f(\omega) := \text{sat}(\omega),$$

где $\text{sat}(\omega)$ — функция насыщения:

$$(3.2) \quad \text{sat}(\omega) = \begin{cases} \text{sgn}(\omega) \omega_{\min}, & \text{если } |\omega| \leq \omega_{\min}, \\ \omega & \text{иначе.} \end{cases}$$

Разделим регрессию (2.6) на нормирующую функцию (3.1):

$$(3.3) \quad \Upsilon = \varphi\theta, \\ \Upsilon := \frac{z}{f(\omega)}; \quad \varphi := \frac{\omega}{f(\omega)} = \begin{cases} |\omega|\omega_{\min}^{-1}, & \text{если } |\omega| \leq \omega_{\min}, \\ 1 & \text{иначе,} \end{cases}$$

где φ – нормированный скалярный регрессор.

Замечание 5. На данном этапе работы необходимо кратко отметить возможность аналитического вычисления из регрессии (3.3) оценки неизвестных параметров за конечное время. На основании определения регрессора φ в (3.3) неизвестные параметры θ при отсутствии шумов измерения w могут быть найдены за конечное время t_k с помощью процедуры:

$$(3.4) \quad \theta = \Upsilon(t_k), \\ \text{если } \varphi(t) = 1, \quad \text{то } t_k = t.$$

Однако поскольку на практике в регрессии (3.3) неизбежно присутствуют шумовые составляющие $w(t_k)$, то $\varphi(t_k) = 1$ может означать равенство $\Upsilon(t_k) = \theta + w(t_k)$, в котором в конкретный момент времени t_k может случиться так, что $w(t_k) > \theta$. Тогда оценка (3.3), полученная за конечное время, является недостаточно точной. В то же время применение градиентного контура идентификации для регрессии $\Upsilon(t) = \varphi(t)\theta + w(t)$ позволяет получить оценку параметров не по одной точке $t = t_k$, а следовательно, уменьшить влияние на качество оценки возмущений в каждый конкретный момент времени t_k [15].

Утверждение 1. Нормированный регрессор $\varphi \in [0; 1]$.

Утверждение 2. Если для регрессора ω выполняется условие конечного возбуждения (2.7) на интервале $[t_s; t_s + T]$, то для нормированного регрессора φ на интервале $[t_s; t_s + T]$:

1) при $|\omega| \leq \omega_{\min}$ выполняется неравенство

$$(3.5) \quad \alpha\omega_{\min}^{-2} \leq \int_{t_s}^{t_s+T} \varphi^2(\tau) d\tau \leq T;$$

2) при $|\omega| > \omega_{\min}$ выполняется неравенство

$$(3.6) \quad 0 < \Delta \leq \int_{t_s}^{t_s+T} \varphi^2(\tau) d\tau = T,$$

где $\Delta \in (0; T]$ – одинаковая величина $\forall \omega_j$, для которых на интервале $[t_s; t_s + T]$ верно $|\omega_j| > \omega_{\min}$.

Доказательства утверждений 1 и 2 приведены в Приложении.

Градиентный контур оценки, построенный по нормированной регрессии (3.3), имеет вид:

$$(3.7) \quad \dot{\tilde{\theta}}_i(t) = -\gamma\varphi^2\tilde{\theta}_i(t).$$

Получим решение дифференциального уравнения (3.7) на интервале $[t_s; t_s + T]$:

$$(3.8) \quad \tilde{\theta}_i(t_s + T) = e^{-\gamma \int_{t_s}^{t_s+T} \varphi^2(\tau) d\tau} \tilde{\theta}_i(t_s).$$

Для решения (3.8), пользуясь утверждением 2, могут быть получены два важных следствия.

Следствие 1. Для всех ω_j , для которых на всем интервале $[t_s; t_s + T]$ верно $|\omega_j| \leq \omega_{\min}$, параметрическая ошибка $\tilde{\theta}_i(t_s + T)$ ограничена в соответствии с выражением:

$$(3.9) \quad e^{-\gamma T} \tilde{\theta}_i(t_s) \leq \tilde{\theta}_i(t_s + T) \leq e^{-\gamma \alpha_j \omega_{\min}^{-2}} \tilde{\theta}_i(t_s).$$

Следствие 2. Для всех ω_j , для которых на всем интервале $[t_s; t_s + T]$ верно $|\omega_j| > \omega_{\min}$, параметрическая ошибка $\tilde{\theta}_i(t_s + T)$ ограничена в соответствии с выражением:

$$(3.10) \quad \tilde{\theta}_i(t_s + T) = e^{-\gamma T} \tilde{\theta}_i(t_s) \leq e^{-\gamma \Delta} \tilde{\theta}_i(t_s).$$

В следствиях 1 и 2 рассмотрены ситуации, когда на всем интервале возбуждения $[t_s; t_s + T]$ выполняется либо условие $|\omega_j| > \omega_{\min}$, либо условие $|\omega_j| \leq \omega_{\min}$. На практике такие ситуации обычно периодически чередуются на интервале возбуждения $[t_s; t_s + T]$, поэтому рассмотрим ситуацию, когда для ω_j на интервале $[t_s; t_s + T]$ хотя бы раз было выполнено условие $|\omega_j| > \omega_{\min}$. Для этого введем утверждение 3.

Утверждение 3. Пусть $\omega_j \in \text{FE}$ на интервале $[t_s; t_s + T]$ и для ω_j существуют моменты времени $t_j \in (0; T)$ и $T_j \in (t_j; T)$ такие, что $\forall t \in [t_s + t_j; t_s + T_j]$ верно неравенство $|\omega_j| > \omega_{\min}$.

Тогда:

1. Для нормированного регрессора φ верно

$$(3.11) \quad 0 < \Delta_{\min} \leq \int_{t_s}^{t_s+T} \varphi^2(\tau) d\tau \leq T,$$

где Δ_{\min} – одинаковая величина $\forall \omega_j$, соответствующая постановке утверждения 3.

2. Для всех ω_j , соответствующих постановке утверждения 3, параметрическая ошибка $\tilde{\theta}_i(t_s + T)$ ограничена сверху в соответствии с выражением

$$(3.12) \quad \tilde{\theta}_i(t_s + T) \leq e^{-\gamma \Delta_{\min}} \tilde{\theta}_i(t_s).$$

Доказательство утверждения 3 и определение величины Δ_{\min} приводятся в Приложении.

Таким образом, из утверждения 3 следует, что выбор параметра ω_{\min} из условия выполнения неравенства $|\omega_j| > \omega_{\min}$ хотя бы раз на интервале $[t_s; t_s + T]$ является необходимым и достаточным для ограниченности параметрической ошибки $\tilde{\theta}_i(t_s + T)$ сверху одинаковой величиной для различных регрессоров ω_j , что позволяет в контуре оценки (3.7) использовать одинаковое значение коэффициента усиления γ .

Замечание 6. Выбор величины ω_{\min} из класса (2.11) позволяет выделить некоторый подкласс регрессоров, для которых хотя бы раз на интервале возбуждения $[t_s; t_s + T]$ выполняется $|\omega_j| > \omega_{\min}$, и поэтому существует одинаковая верхняя оценка параметрической ошибки. Для регрессоров ω_j , не входящих в этот подкласс, т.е. таких, для которых на всем интервале возбуждения $[t_s; t_s + T]$ $|\omega_j| \leq \omega_{\min}$ будет осуществлена нормализация регрессора, но не нормализация его возбуждения (3.5). Поэтому на практике величину ω_{\min} необходимо выбирать, исходя из априорных данных о минимально возможном регрессоре ω_j и максимальной амплитуде шумов измерения. При неудачном выборе параметра ω_{\min} , так что $|\omega_j| \leq \omega_{\min} \forall t \in [t_s; t_s + T]$, предложенная нормализация при $\omega_{\min} < 1$ позволяет (3.9) увеличить в ω_{\min}^{-2} раз исходную степень возбуждения регрессора, что свидетельствует о преимуществе выбора значений параметра ω_{\min} из условия $\omega_{\min} < 1$.

Продемонстрируем описанные свойства нормированного контура оценки (3.7) на примере 2.

Пример 2. Пусть $t_s = t_j = 0$ с, $T = 10$ с, $\omega_{\min} = 10^{-2}$. Рассмотрим для примера регрессоры: $\omega_1 = e^{-1t}$ и $\omega_2 = 10e^{-1t}$. Чтобы воспользоваться выводами утверждения 3, сначала определим моменты времени T_j для каждого регрессора:

$$(3.13) \quad T_1 = \frac{\ln(0,01)}{-1} \approx 4,61; \quad T_2 = \frac{\ln\left(\frac{0,01}{10}\right)}{-1} \approx 6,91.$$

Откуда, учитывая $\omega_{\min} = 10^{-2}$, можем получить функциональное описание регрессоров φ_1 и φ_2 на соответствующих интервалах (см. таблицу).

Таблица

t	φ_1	t	φ_2
$[0; 4,61]$	1	$[0; 6,91]$	1
$[4,61; 10]$	$ \omega \omega_{\min}^{-1} = e^{-1(t-4,61)}$	$[6,91; 10]$	$ \omega \omega_{\min}^{-1} = e^{-1(t-6,91)}$

Пользуясь полученным описанием регрессоров φ_1 и φ_2 , вычислим значение интеграла в (3.8):

$$(3.14) \quad \int_0^{10} \varphi_1^2(\tau) d\tau \approx \int_0^{4,61} 1^2 d\tau + \int_{4,61}^{10} e^{-2(t-4,61)} d\tau \approx 5,11 \geq \Delta_{\min},$$

$$\int_0^{10} \varphi_2^2(\tau) d\tau \approx \int_0^{6,91} 1^2 d\tau + \int_{6,91}^{10} e^{-2(t-6,91)} d\tau \approx 7,409 \geq \Delta_{\min}.$$

Зная моменты времени T_j , в соответствии с (П.7) для φ_1 и φ_2 можем выбрать общую Δ_{\min} из интервала $(0; 4,61]$. Тогда параметрическая ошибка на интервале $[0; 10]$ для регрессоров φ_1 и φ_2 имеет вид:

$$(3.15) \quad \begin{aligned} \tilde{\theta}_i^{\varphi_1}(10) &\approx e^{-\gamma 5,11} \tilde{\theta}_i(t_s) \leq e^{-\gamma \Delta_{\min}} \tilde{\theta}_i(0), \\ \tilde{\theta}_i^{\varphi_2}(10) &\approx e^{-\gamma 7,409} \tilde{\theta}_i(t_s) \leq e^{-\gamma \Delta_{\min}} \tilde{\theta}_i(0). \end{aligned}$$

Как следует из (3.14) и (3.15), для параметрических ошибок, полученных контуром (3.7) с различными регрессорами, существует одинаковая оценка сверху, значение которой может быть отрегулировано с помощью выбора единого коэффициента усиления γ .

4. Сравнение с нормализованным градиентным законом оценки

Сравним разработанный контур оценки с уже известным градиентным контуром с классической нормализацией регрессора [15]. Уравнение градиентного контура оценки с классической нормализацией имеет вид

$$(4.1) \quad \dot{\tilde{\theta}}_i = -\gamma \frac{\omega^2}{1 + \omega^2} \tilde{\theta}_i.$$

При выполнении условия (2.7) для нормированного регрессора будет верным неравенство

$$(4.2) \quad 0 < \alpha_n \leq \int_{t_s}^{t_s+T} \frac{\omega^2(\tau)}{1 + \omega^2(\tau)} d\tau < T,$$

где $\alpha_n < \alpha$ – степень возбуждения нормированного регрессора.

Как следует из (4.2), степень возбуждения α_n нормированного регрессора в законе оценки (4.1) строго меньше степени возбуждения исходного α и строго ограничена сверху величиной T для любого регрессора.

Однако в сравнении с предложенной в этой статье нормализацией возбуждения регрессора, во-первых, верхняя оценка возбуждения в (4.2) только строгая, во-вторых, в предложенном контуре оценки (3.7) в самом плохом

случае (3.5) возможно не уменьшить, а увеличить степень возбуждения путем выбора $\omega_{\min} < 1$.

С учетом (4.2) верхняя оценка на решение дифференциального уравнения (4.1) на интервале $[t_s; t_s + T]$ имеет вид

$$(4.3) \quad \tilde{\theta}_i(t_s + T) \leq e^{-\gamma \alpha_n} \tilde{\theta}_i(t_s).$$

Из (4.3) по аналогии с (2.10) следует, что для контура оценки с классической нормализацией (4.1) также требуется перевыбор коэффициента усиления γ с целью поддержания соотношения $\gamma \alpha_n$ постоянным для регрессоров с различной степенью возбуждения α_n , в то время как в разработанном контуре оценки (3.7) этого не требуется.

5. Численный пример

В среде Matlab/Simulink сравним разработанный контур оценки (3.7) с нормализацией возбуждения регрессора с градиентным контуром (2.8) и градиентным контуром с нормализованным регрессором (4.1). Моделирование будем проводить, используя численное интегрирование методом Эйлера с постоянным шагом дискретизации $\tau_s = 10^{-2}$ с.

В качестве объекта, параметры которого необходимо идентифицировать, выберем следующее звено:

$$(5.1) \quad y(t) = \frac{b_1 p + b_0}{p^2 + a_1 p + a_0} u(t) = \frac{2p + 1}{p^2 + 1p + 2} u(t).$$

Параметры фильтров (2.2), величины задержек (2.4), а также параметр ω_{\min} зададим следующим образом:

$$(5.2) \quad \psi_1 = 20; \quad \psi_0 = 100; \quad d_1 = 0,2; \quad d_2 = 0,4; \quad d_3 = 0,6; \quad \omega_{\min} = 10^{-12}.$$

Значения задержек были определены в соответствии с рекомендациями, данными в [18], а величина параметра ω_{\min} была выбрана в соответствии с замечанием 6.

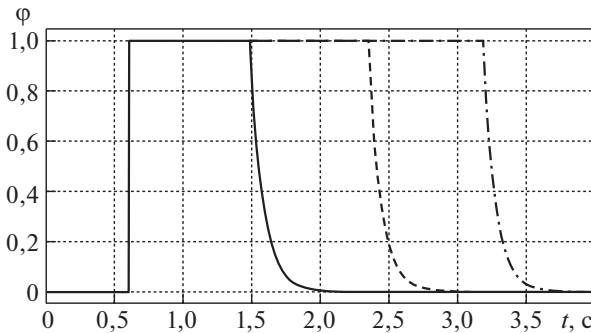


Рис. 1. Сравнение нормализованных регрессоров φ при различных u (сплошная линия — $u = 1$, штриховая линия — $u = 10$, штрихпунктирная линия — $u = 100$).

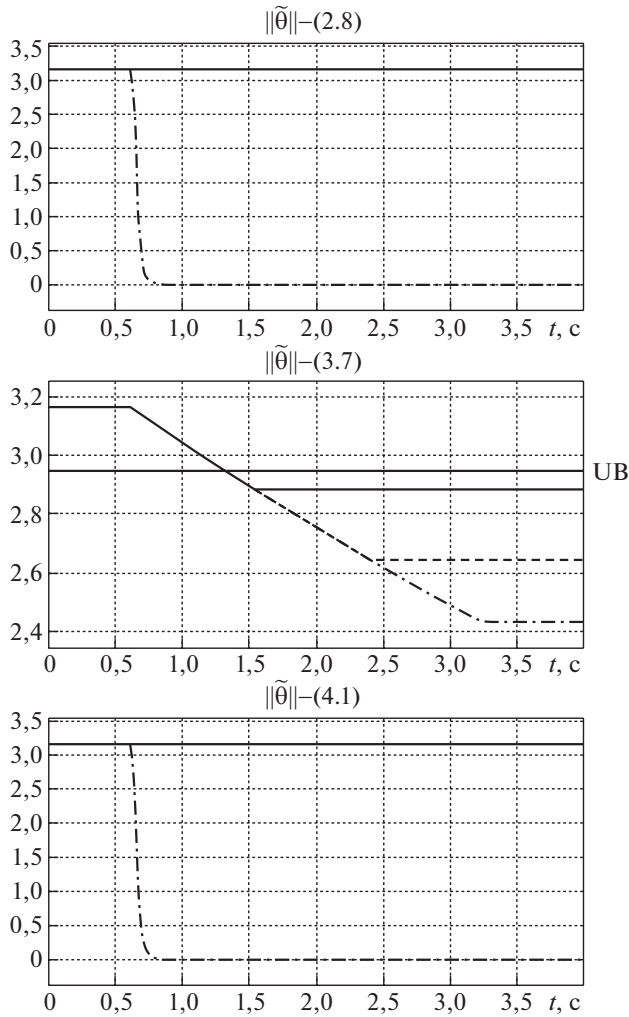


Рис. 2. Нормы параметрических ошибок контуров оценки (2.8), (3.7) и (4.1) (сплошная линия — $u = 1$, штриховая линия — $u = 10$, штрихпунктирная линия — $u = 100$, UB — Ultimate Bound (верхняя граница)).

В качестве сигнала управления u на вход объекта (2.1) в соответствии с замечанием 1 будем подавать постоянные сигналы различной амплитуды:

$$(5.3) \quad u = 1; \quad u = 10; \quad u = 100.$$

Начальную параметрическую ошибку примем $\tilde{\theta}(0) = -\theta$, а коэффициенты усиления моделируемых контуров оценки выберем следующим образом:

$$(5.4) \quad \gamma = 10^4; \quad \gamma_{NE} = 0,1; \quad \gamma_{NR} = 10^4,$$

где $\gamma, \gamma_{NE}, \gamma_{NR}$ — коэффициенты усиления контуров оценки (2.8), (3.7) и (4.1) соответственно.

На рис. 1 приведено сравнение нормализованных регрессоров φ , полученных из регрессора ω при сигналах управления различной амплитуды (5.3).

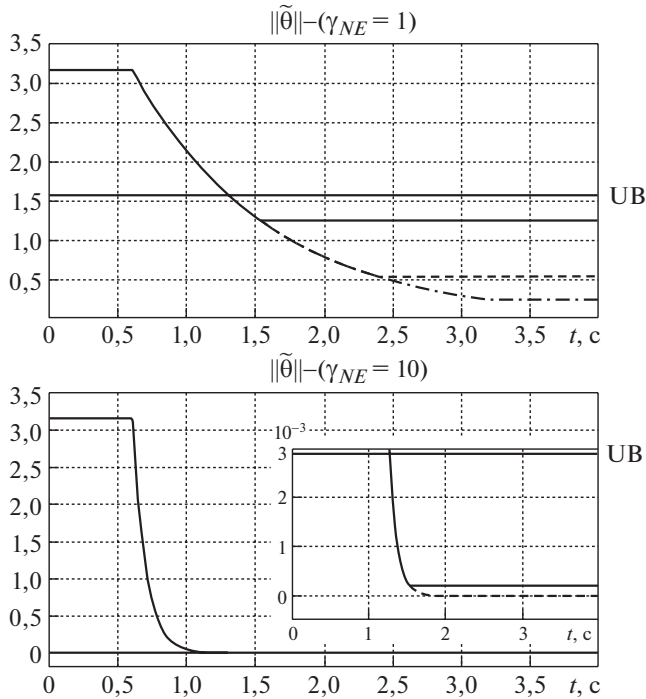


Рис. 3. Нормы параметрической ошибки контура (3.7) при различных γ (сплошная линия — $u = 1$, штриховая линия — $u = 10$, штрихпунктирная линия — $u = 100$, UB — Ultimate Bound (верхняя граница)).

Приведенные на рис. 1 переходные процессы подтверждают выводы, сделанные в утверждениях, и в терминах утверждения 3 позволяют определить величину $\Delta_{\min} \in (0; 0,88]$.

На рис. 2 приведено сравнение переходных процессов по $\|\tilde{\theta}\|$, полученных при применении контуров оценки (2.8), (3.7) и (4.1). На графике нормы параметрической ошибки разработанного контура оценки (3.7) также приводится верхняя оценка (UB), рассчитанная по формуле (3.12) при $\Delta_{\min} = 0,7$ и $t_s = 0$ с.

Как следует из рис. 2, разработанный контур оценки, в отличие от (2.8) и (4.1), позволяет не допускать ситуаций, когда для одних регрессоров $\|\tilde{\theta}(t \rightarrow \infty)\| \rightarrow \|\tilde{\theta}(t_0)\|$, а для других — $\|\tilde{\theta}(t \rightarrow \infty)\| \rightarrow 0$, что и является основным результатом статьи.

Далее промоделируем разработанный контур оценки (3.7) при различных управляющих воздействиях (5.3) и различных значениях коэффициента усиления γ .

Результаты данного эксперимента показывают, что выбор коэффициента γ в (3.7) позволяет корректировать верхнюю оценку параметрической ошибки и при этом не допускать ситуаций, когда для одних регрессоров $\|\tilde{\theta}(t \rightarrow \infty)\| \rightarrow \|\tilde{\theta}(t_0)\|$, а для других $\|\tilde{\theta}(t \rightarrow \infty)\| \rightarrow 0$.

6. Заключение

Для идентификации параметров линейных динамических объектов в различных режимах работы без переыбора коэффициента усиления контура оценки в исследовании была разработана процедура нормализации возбуждения регрессора. Предложенная процедура может оказаться полезной при оффлайн идентификации интервальных моделей промышленных объектов управления, функционирующих по технологическим ступеням уставок.

Так как в данной статье влияние шумов измерения на полученные результаты было отмечено кратко (см. замечание 3 и 4), то в дальнейших работах планируется более подробно исследовать свойства разработанной нормализации в условиях их наличия. Также в следующих работах планируется использование предложенного подхода для нормализации возбуждения интегрально-растущего регрессора в процедуре [21].

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство утверждения 1. При $|\omega| > \omega_{\min}$ регрессор $\varphi = 1$ по определению в (3.3). В противном случае $|\omega| \omega_{\min}^{-1} \leq 1$, откуда следует принадлежность φ отрезку $[0; 1]$, что и требовалось доказать.

Доказательство утверждения 2. Для доказательства утверждения выпишем из (3.3) выражение для регрессора φ :

$$(П.1) \quad \varphi = \frac{\omega}{f(\omega)}.$$

Выражая из (П.1) ω^2 и подставляя полученное выражение в определение (2.11), имеем:

$$(П.2) \quad \int_{t_s}^{t_s+T} \omega^2(\tau) d\tau = \int_{t_s}^{t_s+T} f^2(\omega(\tau)) \varphi^2(\tau) d\tau \geq \alpha.$$

Откуда при $|\omega| \leq \omega_{\min}$ с учетом (3.1) и (3.2) непосредственно следует нижняя оценка в (3.5). Также, пользуясь теоремой об оценке определенного интеграла и учитывая $\varphi \in [0; 1]$, из (П.2) имеем верхнюю оценку в (3.5).

В случае $|\omega| > \omega_{\min}$ из (П.1) можем получить:

$$(П.3) \quad \int_{t_s}^{t_s+T} \frac{\omega^2(\tau)}{f^2(\omega(\tau))} d\tau = \int_{t_s}^{t_s+T} \varphi^2(\tau) d\tau.$$

Пользуясь формулой Лейбница и учитывая $\varphi = 1$ при $|\omega| > \omega_{\min}$, из (П.3) нетрудно получить равенство:

$$(П.4) \quad \int_{t_s}^{t_s+T} \frac{\omega^2(\tau)}{f^2(\omega(\tau))} d\tau = \int_{t_s}^{t_s+T} \varphi^2(\tau) d\tau = T.$$

Так как $T > 0$ по условию конечного возбуждения, то в (П.4) всегда существует некоторое $0 < \Delta \leq T$ такое, что верно неравенство (3.6). Поскольку T одинакова для всех регрессоров класса (2.11), то величина Δ также может быть принята одинаковой $\forall \omega_j$, для которых верно $|\omega_j| > \omega_{\min}$, что завершает доказательство утверждения 2.

Доказательство утверждения 3. Условие конечного возбуждения для регрессора φ может быть записано в эквивалентном виде:

$$(П.5) \quad \int_{t_s}^{t_s+T} \varphi^2(\tau) d\tau = \int_{t_s}^{t_s+t_j} \varphi^2(\tau) d\tau + \int_{t_s+t_j}^{t_s+T_j} \varphi^2(\tau) d\tau + \int_{t_s+T_j}^{t_s+T} \varphi^2(\tau) d\tau \geq \int_{t_s+t_j}^{t_s+T_j} \varphi^2(\tau) d\tau.$$

В силу $|\omega_j| > \omega_{\min}$ на интервале $[t_s+t_j; t_s+T_j]$, по доказанному в утверждении 2, для нижней оценки в (П.5) имеем:

$$(П.6) \quad \int_{t_s+t_j}^{t_s+T_j} \varphi^2(\tau) d\tau = T_j - t_j.$$

Поскольку по условию утверждения $t_j \in (0; T)$, а $T_j \in (t_j; T)$, то существует момент времени Δ_{\min} , такой, что:

$$(П.7) \quad 0 < \Delta_{\min} \leq \min_{j \geq 0} \{T_j - t_j\} \leq T_j - t_j < T.$$

Учитывая неравенства (П.5), (П.6) и (П.7), имеем нижнюю оценку в (3.11). Для получения верхней оценки в (3.11) запишем с учетом утверждения 2 оценку сверху на первое и третье слагаемое в равенстве (П.5):

$$(П.8) \quad \int_{t_s}^{t_s+t_j} \varphi^2(\tau) d\tau \leq t_j; \quad \int_{t_s+T_j}^{t_s+T} \varphi^2(\tau) d\tau \leq T - T_j.$$

Складывая верхние оценки (П.6) и (П.8), имеем верхнюю оценку в (3.11), что вместе с полученной нижней оценкой в (П.5) позволяет записать неравенство (3.11) в полном виде. С помощью оценки (3.11) нетрудно получить оценку (3.12) на решение (3.8), что завершает доказательство утверждения 3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991.
2. *Narendra K.S., Annaswamy A.M.* Persistent Excitation in Adaptive Systems // *Int. J. Control.* 1987. V. 45. No. 1. P. 127–160.
3. *Holtz J.* Sensorless Control of Induction Machines – With or without Signal Injection? // *IEEE Trans. Industr. Electronics.* 2006. V. 53. No. 1. P. 7–30.
4. *Wang J., Efimov D., Aranovskiy S., Bobtsov A.* Fixed-time Estimation of Parameters for Non-persistent Excitation // *Eur. J. Control.* 2020. V. 55. P. 24–32.
5. *Wang J., Efimov D., Bobtsov A.* On Robust Parameter Estimation in Finite-time without Persistence of Excitation // *IEEE Trans. Automat. Control.* 2019. V. 65. No. 4. P. 1731–1738.
6. *Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N.* Parameter Identification with Finite-Convergence Time Alertness Preservation // *IEEE Control Syst. Lett.* 2021. P. 1–6.
7. *Chowdhary G., Mühlegg M., Johnson E.* Exponential Parameter and Tracking Error Convergence Guarantees for Adaptive Controllers without Persistency of Excitation // *Int. J. Control.* 2014. V. 87. No. 8. P. 1583–1603.
8. *Cho N., Shin H., Kim Y., Tsourdos A.* Composite Model Reference Adaptive Control with Parameter Convergence under Finite Excitation // *IEEE Trans. Automat. Control.* 2017. V. 63. No. 3. P. 811–818.
9. *Lee H.I., Shin H.S., Tsourdos A.* Concurrent Learning Adaptive Control with Directional Forgetting // *IEEE Trans. Automat. Control.* 2019. V. 64. No. 12. P. 5164–5170.
10. *Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A.* Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing // *IEEE Trans. Automat. Control.* 2016. V. 62. No. 7. P. 3546–3550.
11. *Bobtsov A., Pyrkin A., Ortega R., Vedyakov A.* A State Observer for Sensorless Control of Magnetic Levitation Systems // *Automatica.* 2018. V. 97. P. 263–270.
12. *Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D.* Generalized Parameter Estimation-based Observers: Application to Power Systems and Chemical-biological Reactors // *arXiv preprint arXiv:2003.10952.* 2020. P. 1–13.
13. *Ortega R., Gromov V., Nuno E., Pyrkin A., Romero J.* Parameter Estimation of Nonlinearly Parameterized Regressions without Overparameterization: Application to Adaptive Control // *Automatica.* 2021. V. 127. P. 109544.
14. *Glushchenko A., Petrov V., Lastochkin K.* Regression Filtration with Resetting to Provide Exponential Convergence of MRAC for Plants with Jump Change of Unknown Parameters // *arXiv preprint arXiv:2102.10359.* 2021. P. 1–12.
15. *Ioannou P., Sun J.* Robust Adaptive Control. N.Y.: Dover, 2013.
16. *Sastry S., Bodson M.* Adaptive Control – Stability, Convergence, and Robustness. N.J.: Prentice Hall, 1989.
17. *Schatz S.P., Yucelen T., Gruenwal B., Holzapfe F.* Application of a Novel Scalability Notion in Adaptive Control to Various Adaptive Control Frameworks // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf.* 2015. P. 1–17.
18. *Aranovskiy S., Belov A., Ortega R., Barabanov N., Bobtsov A.* Parameter Identification of Linear Time-invariant Systems Using Dynamic Regressor Extension and Mixing // *Int. J. Adaptive Control Signal Process.* 2019. V. 33. No. 6. P. 1016–1030.

19. *Yi B., Ortega R.* Conditions for Convergence of Dynamic Regressor Extension and Mixing Parameter Estimator Using LTI Filters // arXiv preprint arXiv:2007.15224. 2020. P. 1–6.
20. *Aranovskiy S., Ushirobira R., Korotina M., Vedyakov A.* On Preserving-Excitation Properties of a Dynamic Regressor Extension Scheme // INRIA Int. Report. 2019. P. 1–6.
21. *Глушченко А.И., Петров В.А., Ласточкин К.А.* I-DREM: ослабление условия квадратичной интегрируемости // АиТ. 2021. № 7. С. 147–165.
Glushchenko A.I., Petrov V.A., Lastochkin K.A. I-DREM: Relaxing the Square Integrability Condition // Autom. Remote Control. 2021. V. 82. P. 1233–1247.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Бобцовым.

Поступила в редакцию 19.04.2021

После доработки 21.06.2021

Принята к публикации 29.08.2021