

© 2023 г. А.К. ВОЛКОВИЦКИЙ, д-р техн. наук (avolkovitsky@yandex.ru),
Е.В. КАРШАКОВ, д-р техн. наук (karshakov@ipu.ru),
Б.В. ПАВЛОВ, д-р техн. наук (pavlov@ipu.ru),
Е.А. ТРЕТЬЯКОВА (ekaterina_tretikova@mail.ru)
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ МАГНИТОГРАДИЕНТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Работа посвящена решению актуальной задачи определения взаимного пространственного расположения объектов и их взаимной ориентации. Поставлена задача: на основе исследования особенностей дифференциальной пространственной структуры магнитного поля локального дипольного источника показать принципиальную возможность пространственного и углового относительного позиционирования при использовании в качестве измерительной информации параметров градиента индукции магнитного поля в тензорной форме и в форме вектора градиента абсолютной величины. Приведено решение задачи, рассмотрены особенности и ограничения для обеих форм представления. Кратко представлены принципы построения магнитоградиентных измерительных систем, рассмотрены ограничения технической реализации, показана целесообразность использования источника переменного магнитного поля. Приведены результаты демонстрационных экспериментов, доказывающих возможность применения предложенного метода позиционирования для различных инженерных задач.

Ключевые слова: относительное позиционирование, индукция магнитного поля, градиент магнитного поля, тензор градиента.

DOI: 10.31857/S0005231023100021, **EDN:** YEUIPM

1. Введение

Решение многих инженерных задач так или иначе связано с необходимостью определения относительного взаимного расположения объектов при их взаимодействии. Так, высокоточный контроль необходим для управления движением при дозаправке топливом в воздухе; швартовке судна к причалу, наливному терминалу или буровой платформе; посадке летательного аппарата на ограниченную площадку, стыковке космических и подводных аппаратов [1–3]. Решение задачи относительного позиционирования предполагает, что в системе координат, связанной с одним из объектов, требуется определить радиус-вектор точки расположения другого объекта, а также их взаимную угловую ориентацию. Сегодня для решения такого рода задач применяются гироинерциальные системы, многоантенные ГНСС-приемники, оптические системы и т.п., однако во многих случаях техническое решение существенно осложняется особенностями условий применения, становясь при этом

избыточно громоздким. Во многих случаях точность позиционирования оказывается недостаточной. Значительные перспективы в развитии методов относительного позиционирования открывает возможность использования магнитоградиентных измерений. Основу идеи составляет тот факт, что направление и абсолютная величина вектора индукции магнитного поля точечного дипольного излучателя в некой точке пространства в полной мере определяются величиной и направлением вектора дипольного магнитного момента источника и положением точки измерения. Характер зависимости напряженности поля позволяет по данным, полученным измерителем поля локального излучателя, определить одновременно их взаимное пространственное и угловое расположение.

2. Постановка задачи

Рассмотрим следующую схему. Пусть в начале системы координат располагается локальный дипольный излучатель магнитного поля с произвольным направлением вектора дипольного магнитного момента \mathbf{M} , а измерение поля осуществляется в произвольной точке пространства, определяемой радиус-вектором \mathbf{r} в этой системе координат (рис. 1).

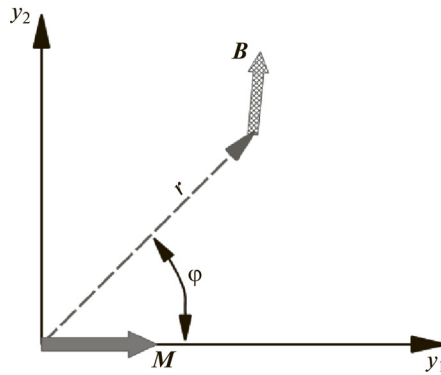


Рис. 1. Вектор дипольного магнитного момента и вектор индукции поля в системе координат, связанной с диполем-излучателем.

Для потенциала магнитного поля U^B локального дипольного излучателя в связанной с ним системе координат справедливо соотношение:

$$(1) \quad U^B = \frac{\mu\mu_0 \mathbf{r}^T \mathbf{M}}{4\pi (\mathbf{r}^T \mathbf{r})^{3/2}}.$$

Здесь μ и μ_0 — магнитная проницаемость среды и магнитная постоянная в международной системе единиц (СИ) соответственно.

Дифференцируя (1), получим значения для вектора индукции поля:

$$(2) \quad \nabla U^B = \frac{\mu\mu_0 |\mathbf{M}|}{4\pi |\mathbf{r}|^5} \begin{pmatrix} 3y_1^2 - |\mathbf{r}|^2 \\ 3y_1 y_2 \\ 3y_1 y_3 \end{pmatrix},$$

а также тензора его градиента:

$$(3) \quad \mathbf{U} = \nabla \nabla^T U^B = \frac{3\mu\mu_0 |\mathbf{M}|}{4\pi |\mathbf{r}|^7} \times \begin{pmatrix} -2y_1^3 + 3y_1y_2^2 + 3y_1y_3^2 & -4y_1^2y_2 + y_2^3 + y_2y_3^2 & -4y_1^2y_3 + y_2^2y_3 + y_3^3 \\ -4y_1^2y_2 + y_2^3 + y_2y_3^2 & y_1^3 - 4y_1y_2^2 + y_1y_3^2 & -5y_1y_2y_3 \\ -4y_1^2y_3 + y_2^2y_3 + y_3^3 & -5y_1y_2y_3 & y_1^3 + y_1y_2^2 - 4y_1y_3^2 \end{pmatrix}.$$

Пусть параметры магнитного поля в точке наблюдения определяются тензорным градиентометрическим измерителем, система координат которого ориентирована относительно источника поля произвольно. Определение параметров тензора градиента заключается в измерении значений поля в нескольких точках пространства вблизи точки с радиус-вектором \mathbf{r} [5].

Поставим задачу: зная величину и направление вектора дипольного магнитного момента источника поля в связанной с ним системе координат, а также располагая результатами измерений параметров тензора градиента поля в области расположения точки наблюдения в системе координат измерителя, определить параметры радиус-вектора между источником и измерителем поля, а также направление вектора дипольного магнитного момента излучателя в системе координат измерителя.

3. Позиционирование по измерениям тензора градиента магнитного поля

Важные для решения задачи позиционирования параметры тензора (3) могут быть получены измерением поля в пространственно разнесенных, однако достаточно близких по отношению к расстоянию до источника, точках пространства (чтобы можно было ограничиться линейным приближением зависимости изменения поля от расстояния).

Потенциал магнитного поля — гармоническая функция. Поэтому тензор (3) симметричен, а его след равен нулю. Таким образом, он содержит не девять, а всего пять независимых компонент. Более того, ортогональными преобразованиями система координат измерителя может быть приведена к главным осям тензора. В этой системе отличны от нуля только его диагональные элементы.

Угловое расхождение α систем координат главных осей тензора y' и системы y определяется углом φ между вектором дипольного магнитного момента и радиус-вектором \mathbf{r} (рис. 2). При знании угла φ между радиус-вектором \mathbf{r} и направлением вектора \mathbf{M} из (3) следует, что значения углов α и φ связаны с соотношениями главных компонент тензора (рис. 3). Также из (3) следует, что при повороте системы координат измерителя вокруг оси y_3 на 180° значение тензора остается неизменным, только поменяются местами и сменят знак его главные компоненты. Рисунок 3 это наглядно показывает.

Тот факт, что значения углов α и φ определяются одними и теми же соотношениями значений главных компонент тензора (угол α при этом определяется с точностью до 180°), дает основания для определения по данным

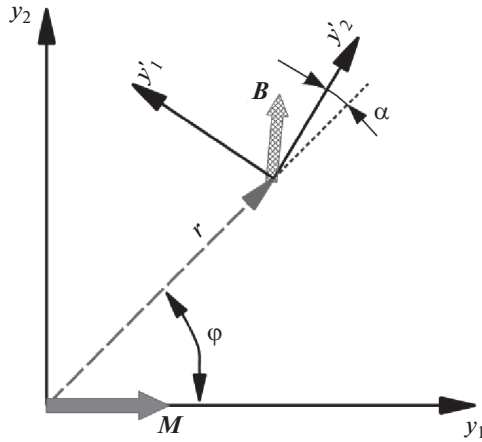


Рис. 2. К параметрам тензора градиента поля точечного диполя: главные оси тензора в точке измерения поля.

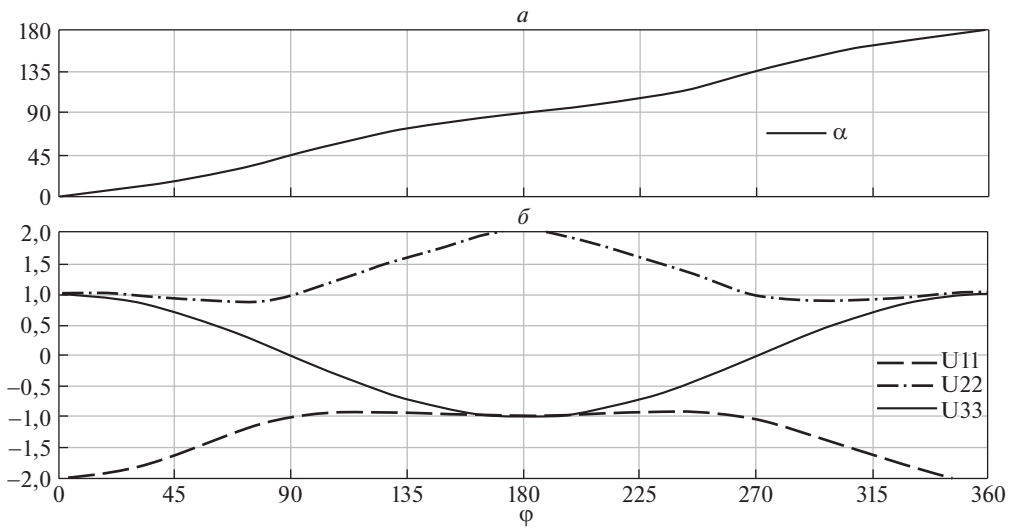


Рис. 3. Зависимость параметров тензора от значения угла φ : *a*) — углового расхождения систем координат (угол α), *б*) — значений главных компонент тензора \mathbf{U}' .

магнитоградиентных измерений направлений радиус-вектора \mathbf{r} и вектора дипольного момента \mathbf{M} . При известном значении абсолютной величины дипольного магнитного момента может быть определено и расстояние между излучателем и измерителем, что и составляет решение задачи относительного позиционирования.

К сожалению, решение задачи позиционирования неоднозначно. Располагая результатами измерений компонент тензора \mathbf{U}' в некой точке пространства, задачу позиционирования диполя-излучателя в системе главных осей тензора можно рассматривать следующим образом:

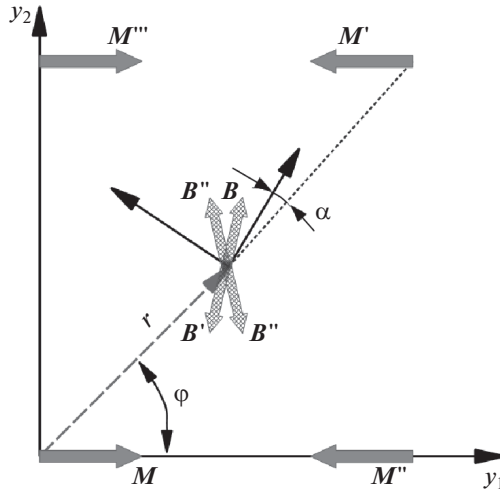


Рис. 4. Неопределенность при определении ДММ по измерениям тензора градиента магнитного поля.

В интервале от 0° до 90° по φ компонента U'_{11} , отвечающая значению второй производной по первой компоненте, максимальна по амплитуде и отрицательна. Задав соответствующим образом направление первой оси, необходимо так выбрать направление третьей, чтобы ей соответствовала минимальная амплитуда градиента. Вторая ось дополняет тройку до правой.

В интервале от 90° до 180° по φ компонента U'_{22} , отвечающая второй производной по второй компоненте, максимальна по амплитуде и положительна. Задав соответствующим образом направление второй оси, необходимо так выбрать направление третьей оси, чтобы ей соответствовала минимальная амплитуда градиента. Направление первой оси должно задавать правую тройку.

В интервале от 360° до 180° по φ компоненты тензора ведут себя так же, как и в интервале от 0° до 180° . Таким образом, угол φ можно определить лишь с точностью до знака. При этом если для φ от 0° до 180° определяется угол α , то для φ от 360° до 180° это угол $-\alpha$.

В силу нечувствительности к повороту на 180° компоненты тензора градиента определяют два возможных направления точки расположения диполей-излучателей, которые могли бы создать измеренный градиент — M и M' . Эти возможные излучатели расположены оппозитно относительно точки наблюдения, одинаковы по величине и противоположны по направлению. Кроме того, результатам измерений так же отвечают еще два диполя M'' и M''' в силу симметрии относительно оси диполя (рис. 4).

Таким образом, задача определения положения дипольного излучателя по измерениям тензора градиента однозначно решается только в случае, если априори известен квадрант его расположения. Из рис. 4 также видно, что дополнительная информация о направляющих косинусах вектора поля B позволит сразу же отбросить неверные гипотезы, а если считать известной абсолютную величину дипольного магнитного момента излучателя, то со-

гласно (2) и (3) можно определить и расстояние до диполя, т.е. получить необходимую информацию для решения задачи относительного позиционирования.

Заметим, однако, что результат измерений параметров тензора градиента поля точечного излучателя инвариантен к повороту системы координат, связанной с источником поля, вокруг оси, направление которой совпадает с направлением вектора дипольного магнитного момента. Это означает, что для определения взаимной угловой ориентации объектов проведенных измерений недостаточно.

Для решения этой задачи может быть привлечена дополнительная информация, для некоторых условий вполне органичная. Так, при сближении судна с причалом, направления вертикальных осей в системах, связанных с источником поля и измерителем, можно считать совпадающими. Если источник поля размещен на конусе заправочного шланга, а вектор дипольного момента направлен вдоль него, то влияние поворота системы координат вокруг вектора момента ничего не меняет с точки зрения процесса стыковки при дозаправке в воздухе.

Полное же решение задачи позиционирования может быть получено, если расположить на одном из взаимодействующих объектов не один, а несколько дипольных излучателей. Техническая возможность выполнения корректных измерений в этом варианте рассмотрена ниже.

4. Позиционирование с использованием векторного магнитоградиентометра

Важно заметить, что на аппаратном уровне измерение компонент тензора (3) предполагает использование трех пространственно разнесенных векторных датчиков — измерителей индукции поля. Сегодня такого рода приборы характеризуются невысокими показателями точности.

Некоторым образом большей точностью обладают скалярные магниточувствительные датчики, непосредственно измеряющие абсолютное значение индукции поля. Их функционирование основано на квантовых эффектах прецессии атомов в поляризованном свете (квантовый магнитометр с оптической накачкой) или протонов (протонный и оверхаузеровский магнитометры) [6]. В связи с этим интересно рассмотреть возможность определения пространственного расположения и ориентации источника поля по результатам определения вектора градиента абсолютной величины вектора индукции магнитного поля. Компоненты этого вектора могут быть измерены системой, составленной из четырех пространственно разнесенных скалярных датчиков. Значение вектора градиента абсолютной величины индукции поля и тензора градиента связаны соотношением

$$(4) \quad \nabla |\mathbf{B}| = (\nabla \mathbf{B}^T) (\mathbf{B} / |\mathbf{B}|).$$

Это соотношение получается при дифференцировании $|\mathbf{B}| = \sqrt{\mathbf{B}^T \mathbf{B}}$. Получается, что для решения задачи позиционирования по данным векторной градиентометрии при измерениях необходимо определить не только скалярные

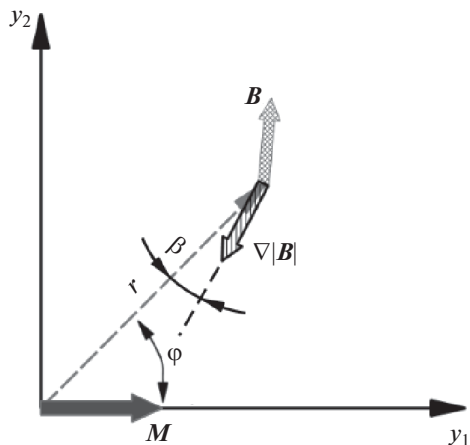


Рис. 5. Измерение поля и вектора градиента абсолютной величины вектора магнитной индукции.

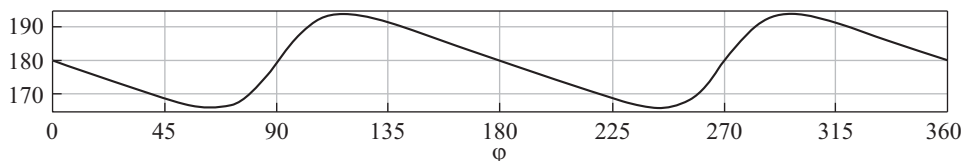


Рис. 6. Расхождение направлений радиус-вектора и вектора градиента.

значения поля в четырех точках, но и направление вектора поля (отношение $\mathbf{B}/|\mathbf{B}|$ в (4)).

Расчеты показывают, что вектор градиента направлен преимущественно в сторону источника (рис. 5). Величина углового расхождения β между вектором градиента и направлением на излучатель зависит от угла φ между направлениями радиус-вектора \mathbf{r} и вектора дипольного момента \mathbf{M} . Максимальное значение расхождения составляет порядка 15° .

Зависимость углового расхождения β радиус-вектора и вектора градиента от направления на диполь показана на рис. 6. Хорошо видно, что даже при непосредственных измерениях вектора градиента задача определения направления на диполь-излучатель решается хотя и грубо, однако без неоднозначности, присущей тензорным измерениям.

По данным измерений вектора при известном значении дипольного магнитного момента может быть вычислено расстояние до источника, но для определения радиус-вектора необходима дополнительная информация. Эта дополнительная информация может быть получена по серии измерений при движении объектов друг относительно друга. Также можно использовать показания нескольких разнесенных градиентометров. Поскольку осями симметрии эквивалентных решений являются линии, проведенные через точку измерений параллельно и перпендикулярно оси диполя, то уже для трех не лежащих на одной прямой градиентометров результатом определения положения

источника будет единственная точка. Заметим, что такая схема, хотя и сложна технически, не требует задания величины дипольного момента источника, т.е. позволяет не только избавиться от неоднозначности, но и локализовать источник, определив при этом величину его дипольного момента.

5. Ограничения технической реализации

Выбор формы представления магнитоградиентной информации, а значит, и способа измерений, и структуры магнитоизмерительной установки для решения задачи относительного позиционирования во многом определяется особенностями условий применения. Немалую роль играют особенности функционирования датчиков, динамика движения объектов, наличие помех в зоне применения и многое другое. Однако важно, что кроме поля, обусловленного работой искусственного диполя-излучателя, измеритель неизбежно регистрирует естественное магнитное поле земли, очень большое по величине, обычно имеющее существенный градиент, а также непредсказуемо изменчивое во времени под действием естественных геомагнитных возмущений.

Этот факт, тем не менее, не следует считать существенным препятствием для приведения в действие рассмотренных выше методов и алгоритмов, поскольку в качестве источника поля можно использовать катушку индуктивности (петлевой диполь), питаемую переменным током определенной формы. Такой подход позволяет использовать двух- и трехдипольный излучатель, преодолев тем самым неоднозначность в определении направления на источник в случае применения тензорного измерителя. Задача выделения на приеме вектора поля каждого из излучателей в отдельности существенной сложности не представляет.

Другого рода сложности в применении рассмотренных алгоритмов оказываются связанными с особенностями функционирования магниточувствительных датчиков и, в первую очередь, влиянием магнитных помех в процессе измерений. Использование переменного магнитного поля позволяет применить алгоритмы узкополосной фильтрации, что существенно уменьшает это негативное влияние. Более того, указанный подход позволяет в качестве измерителей использовать индукционные магнитометры, не способные измерить постоянную составляющую поля, однако обладающие существенно более высокой чувствительностью по отношению к датчикам других типов.

Важно также отметить, что рассмотренные алгоритмы являются базовыми и не учитывают принципиально важных аспектов возможной технической реализации. Так, источник поля предполагается локальным, а точнее, точечным дипольным излучателем. Однако технически реализуемый излучатель неизбежно имеет ненулевой размер, а потому его поле отличается от поля идеального диполя. Степень отличия по мере удаления уменьшается, однако при значительном удалении существенно снижается амплитуда измеряемого поля, в полной мере проявляются ограничения чувствительности и точности датчиков, негативное влияние различных внешних помех.

Аналогичные сложности технической реализации характерны и для градиентных измерителей поля. Само определение градиента как второй производ-

ной потенциала предполагает, что приращения вектора индукции поля вдоль выделенных направлений измерены в точке на бесконечно малых приращениях расстояния. В технической реализации даже при небольших расстояниях между точками измерений поля расхождение значений, скажем, производной $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x}$ и отношения $\frac{\Delta \mathbf{B}}{\Delta x}$ присутствует непременно и вследствие существенно нелинейной зависимости величины поля от расстояния ($|\mathbf{B}| \sim 1/|\mathbf{r}|^3$) неизбежно растет по мере приближения к источнику поля. В этом же контексте отдельного внимания заслуживает рассмотрение возможности использования скалярных датчиков для построения векторного градиентометра. Высокоточные и высокочувствительные скалярные квантовые магнитометры с оптической накачкой могли бы использоваться при малом расстоянии между ними в структуре установки, однако их устройство таково, что приближение датчиков друг к другу ближе 1,5 м радикально искажает показания. Не менее важными факторами, способными разрушить стройную схему базовых алгоритмов, являются и другие несовершенства различных магниточувствительных датчиков и измерительной системы в целом: ориентационные ошибки, различного рода нелинейности, температурный дрейф нулей и масштабных коэффициентов и т.п.

6. Эксперименты по оценке точности определения взаимного положения

Приведенные особенности технической реализации делают не вполне очевидной саму возможность приведения базовых алгоритмов в действие и объясняют стремление к проведению экспериментов, способных пролить свет на реально достижимые возможности в части: требуемых характеристик датчиков и измерительной системы в целом, доступного диапазона расстояний между источником и измерителем поля, степени влияния различного рода помех, потенциально достижимой точности определения геометрических параметров, быстродействия. Для оценки технической реализуемости и подтверждения эффективности рассмотренных алгоритмов была проведена серия экспериментов, задачей которых являлась оценка точности определения расстояний и направлений в реальных условиях с учетом естественных магнитных помех и ограниченной точности магниточувствительных датчиков, а также ограниченной точности контроля дипольного магнитного момента излучателя.

В качестве источника поля использовался петлевой излучатель — плоская катушка индуктивности диаметром 500 мм, 100 витков, питаемая током в форме меандра частотой 4 Гц. Амплитуда дипольного магнитного момента составляла порядка 35 Ам^2 , для упрощения контроля направление вектора было установлено горизонтальным. Магнитоградиентный измеритель тензорного типа был составлен из трех векторных феррозондовых магнитометров НВ0302 [7], обладающих чувствительностью на уровне 1,0–5,0 нТл. Датчики устанавливались на вращающейся платформе в горизонтальной плоскости по вершинам равностороннего треугольника с длиной ребра 1,0 м. Выполнению экспериментов предшествовала серия калибровочных процедур, освещение

теоретических основ и технологии которых выходят за рамки темы данной статьи. Последовательность же измерительных процедур в финальной схеме эксперимента была представлена следующими сериями.

При известном расстоянии от центра треугольника магнитоградиентной системы до источника поля (это расстояние составляло от 5 м) выполнялась серия измерений, в которых магнитоградиентная измерительная установка оставалась неподвижной, а петлевой излучатель, сохраняя свое расположение в пространстве, последовательно изменял направление дипольного момента в азимуте. Затем измерительная установка, оставаясь на месте, изменяла свое положение в азимуте. Эта серия позволяла оценить точность определения направления на источник и направления вектора его дипольного момента. Измерения в этой последовательности были выполнены дважды. Первая часть служила основанием для проведения процедур калибровки, а по данным другой осуществлялся контроль точности.

Вторая серия экспериментов заключалась в контроле точности определения расстояния до источника поля при различных направлениях вектора дипольного магнитного момента. Магнитоизмерительная установка оставалась неподвижной, а петлевой излучатель с шагом 2,0 м отдалялся от измерителя на расстояние от 5 до 13 м. В каждом положении выполнялось четыре измерения при разных направлениях вектора дипольного магнитного момента. В данной серии оценивалась точность определения расстояния до источника на различных дистанциях и при различных направлениях вектора дипольного момента.

В ходе экспериментов получены следующие результаты.

На рис. 7 показаны результаты эксперимента по определению расстояния до источника по данным измерения градиента. По горизонтали отложены заданные значения расстояния между диполем-излучателем и измерительной установкой, по вертикали — численные. Кривой показано численное значение, горизонтальными отрезками — осредненное для каждого из интервалов времени, соответствующих удалению диполя от точки к точке с шагом 1,0 м.

Из рисунка видно, что расстояние до источника в представленной схеме эксперимента вычисляется в целом достоверно. Небольшое расхождение объясняется несовершенством условий эксперимента: существенным влиянием магнитных помех в зоне измерений, а также погрешностью размещения диполя-излучателя относительно измерительной системы. Результирующая точность в данном эксперименте составила 4–9% в зависимости от величины определяемого расстояния.

На рис. 8 приведены два графика, показывающие возможность определения по данным магнитоградиентных измерений параметров взаимной угловой ориентации приемной системы и излучателя. На графиках показаны результаты изменения во времени определения значений углов азимутальной ориентации вектора дипольного магнитного момента (направление вектора момента) и выделенной оси измерительной установки (ориентация измерителя). Численные значения отложены по вертикальной оси. Отрезками прямых на графиках показаны предустановливаемые значения. Из рисунка хо-

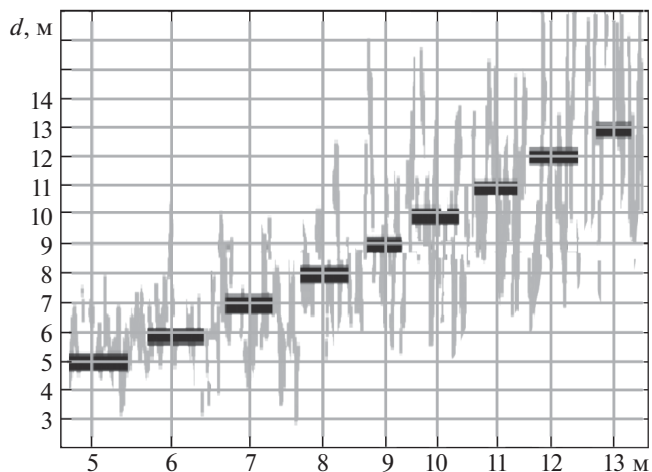


Рис. 7. Вычисление расстояния до источника поля.

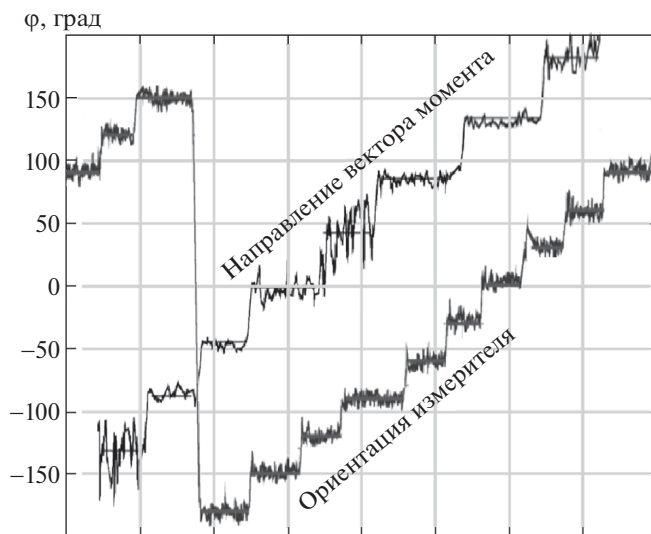


Рис. 8. Вычисление параметров угловой ориентации.

рошо видно, что в данном эксперименте направление на диполь-излучатель определено по результатам магнитоградиентных измерений в целом точнее, чем направление вектора дипольного момента, однако, принимая во внимание простоту схемы измерений, в целом показана достаточная достоверность работы алгоритмов определения обоих направлений.

Результирующая точность определения ориентации измерителя составила $3\text{--}10^\circ$ в зависимости от расстояния. Результирующая точность определения направления вектора дипольного момента зависит не только от расстояния, но и от ориентации измерителя. Она составила $10\text{--}30^\circ$ в зависимости от расстояния.

7. Заключение

Приведенное в работе исследование позволило сформулировать базовые принципы перспективного метода относительного углового и пространственного взаимного позиционирования объектов. Приведенные расчеты показывают принципиальную возможность построения конструктивно и функционально простых высокоточных систем, полезных для решения задач управления движением объектов при их взаимодействии: причаливании, стыковке, дозаправки в воздухе, контроле положения корабля относительно якоря и т.п. Проведенные на практике и кратко представленные в данной работе эксперименты подтвердили техническую возможность построения систем, работающих на принципах рассмотренных в работе алгоритмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Оболенский Ю.Г., Похваленский В.Л., Чеглаков Д.И.* Алгоритм автоматического управления летательным аппаратом при дозаправке топливом в воздухе // Труды МАИ. 2013. Выпуск № 65. С. 1–17.
2. *Небылов А.В., Перлюк В.В., Леонтьева Т.С.* Исследование технологии взаимной навигации и ориентации малых космических аппаратов в группе // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18. № 1. С. 88–93.
3. *Колесников М.П., Мартынова Л.А., Пашкевич И.В., Шелест П.С.* Метод позиционирования автономного необитаемого подводного аппарата в процессе приведения к причальному устройству // Изв. Тул. гос. ун-та. Технические науки. 2015. Вып. 11. Ч. 2. С. 38–48.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. II (Теория поля). М.: Физматлит, 2022. 512 с.
5. *Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Павлов Б.В.* Магнитоградиентные измерительные системы и комплексы: Монография в двух томах. Принципы измерений и структура магнитоградиентных комплексов. Том I. М.: ИПУ РАН. 2018. 149 с.
6. *Померанцев Н.М., Рыжков В.М., Скродский Г.В.* Физические основы квантовой магнитометрии. М.: Наука, 1972. 448 с.
7. Магнитные приборы. Преобразователь индукции магнитного поля трехкомпонентный НВ0302 [Электронный ресурс]: — Сайт производителя — Электронные данные. Режим доступа: URL.: <https://www.magnetic.spb.ru/products/31125352>, свободный — (дата обращения 15.07.2023).

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.М. Глузовым.

Поступила в редакцию 19.06.2023

После доработки 17.07.2023

Принята к публикации 02.08.2023