

© 2023 г. Б.А. ЛАГОВСКИЙ, д-р техн. наук (robertlag@yandex.ru)
(Российский технологический университет, Москва),
Е.Я. РУБИНОВИЧ, д-р техн. наук (rubinvc@gmail.com)
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

ПОВЫШЕНИЕ УГЛОВОГО РАЗРЕШЕНИЯ И ДАЛЬНОСТИ ДЕЙСТВИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫЕ СИГНАЛЫ¹

Рассмотрена задача получения трехмерных радиоизображений объектов с повышенным разрешением на основе применения сверхширокополосных импульсных сигналов и новых методов их цифровой обработки. Численно решена обратная задача восстановления изображения источника сигналов с разрешением, превышающим критерий Рэля. Математически задача сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода численными методами, основанными на представлении решения в виде разложения по системам ортогональных функций. Обоснован метод выбора систем используемых функций, повышающий устойчивость решений. Решены вариационные задачи оптимизации формы и длительности сверхширокополосных импульсов, обеспечивающие максимально возможное отношение сигнал/шум при локационных исследованиях объектов с полностью или частично известными характеристиками отражения сигналов. Предлагаемые процедуры позволяют увеличить дальность действия измерительных систем, а также дают возможность повысить устойчивость решений обратных задач. Показано, что привлечение развиваемых методов достижения сверхразрешения к обработке сверхширокополосных сигналов резко улучшает качество 3D-изображений объектов в радиодиапазоне.

Ключевые слова: критерий Рэля, угловое сверхразрешение, устойчивость решений обратных задач.

DOI: 10.31857/S0005231023100070, **EDN:** XVLKSX

1. Введение

Увеличение эффективной угловой разрешающей способности систем радио- и гидролокации, радионавигации, дистанционного зондирования и доведение ее до сверхразрешения дают возможность детализировать изображения исследуемых объектов, решать задачи их распознавания и идентификации, отдельно наблюдать единичные цели в составе групповых целей. Решение этих задач позволяет повысить качество существующих и перспективных систем управления наземными, надводными, подводными и аэрокосмическими объектами. В настоящее время известно немало методов цифровой обработки и анализа сигналов, позволяющих повысить эффективное

¹ Работа выполнена при частичной поддержке Российского научного фонда (проект № 23-29-00448).

разрешение. Это, в частности, методы обратной свертки сигналов, фазовых взвешивающих коэффициентов, углового взвешивания и т.п. Популярными в настоящее время являются такие методы, как: MUSIC (MUltiple Signal Classification) [1], ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariant Techniques) [2], метод деконволюции [3, 4], метод максимальной энтропии [5], метод максимального правдоподобия [6], методы, использующие нейросети [7], а также нелинейные методы [8].

Перечисленные методы оказываются эффективными далеко не во всех случаях. Большинство из них, в том числе MUSIC и ESPRIT, оказываются неэффективными при использовании активными измерительными системами сложных сигналов, в частности UWB (Ultra Wide Band) сигналов длительностью в единицы наносекунд. Использование таких сверхширокополосных сигналов потенциально позволяет получить очень высокое разрешение по дальности — около 1 м. В итоге сочетание применения UWB сигналов и достижение углового сверхразрешения за счет цифровой обработки сигналов позволяют получать качественные трехмерные радиоизображения объектов. Такие системы являются всепогодными и могут работать в любое время суток.

2. Постановка задачи достижения сверхразрешения

Принятый угломерной системой при сканировании двумерного сектора обзора сигнал $U(\varphi, \theta)$ может быть выражен в виде линейного интегрального преобразования [9]

$$(1) \quad U(\varphi, \theta) = \int_{\Omega} f(\varphi - \phi, \theta - \vartheta) I(\phi, \vartheta) d\phi d\vartheta,$$

где $\Omega = \Omega(\varphi, \theta)$ — угловая область расположения источника сигнала; $I(\varphi, \theta)$ — угловое распределение амплитуды отраженного (или излучаемого) объектом наблюдения сигнала, равное нулю вне Ω ; $f(\varphi, \theta)$ — диаграмма направленности (ДН) измерительной системы. Для удобства здесь и далее используется декартова система координат, где углы отсчитываются от нормали к плоскости антенны.

Известно, что достигаемая при проведении прямых измерений в соответствии с (1) угловая разрешающая способность, т.е. способность различать два близко расположенных объекта, измеряется минимальными углами $\delta\varphi$ и $\delta\theta$, при которых два точечных источника сигналов еще различаются раздельно. Эти углы определяются на основе критерия Рэлея

$$(2) \quad \delta\varphi \cong \lambda/D_x, \quad \delta\theta \cong \lambda/D_y,$$

где D_x и D_y — линейные размеры антенны в соответствующих углам φ и θ направлениях, λ — длина волны.

Углы $\delta\varphi$ и $\delta\theta$ оказываются равны ширине ДН, определяемой по снижению излучаемой мощности в два раза и обозначаются как $\varphi_{0,5}$ и $\theta_{0,5}$.

Ставится задача получения изображения источника сигналов $I(\varphi, \theta)$ с угловым разрешением, превышающим критерий Рэлея в возможно большей

степени, на основе интеллектуального анализа принятого сигнала $U(\varphi, \theta)$ и известной ДН $f(\varphi, \theta)$ системы. Математически задача сводится к приближенному решению интегрального уравнения (ИУ) Фредгольма первого рода типа свертки (1) относительно неизвестной функции $I(\varphi, \theta)$ с максимально достижимой точностью.

В общем случае попытки увеличить разрешение, превосходящее (2), путем решения ИУ приводят к появлению неустойчивых решений, поскольку поставленная задача относится к классу обратных и не удовлетворяет второму и третьему требованиям корректности по Адамару (второе — однозначность решений и третье — их устойчивость).

Перспективными представляются развиваемые авторами методы цифровой обработки сигналов, названные алгебраическими [9–15], позволяющие получить устойчивое приближенное решение ИУ (1).

3. Алгебраические методы решения

Алгебраические методы заключаются в параметризации задачи посредством представления приближенных решений в виде разложений по выбранным последовательностям функций. Выбор систем функций проводится на основе априорной информации о решении.

Рассмотрим практически важные задачи, когда сканирование проводится по одной из угловых координат. Идеология двумерного сканирования аналогична.

Итак, искомое распределение $I(\varphi)$ всегда можно представить в виде разложения по какой-либо полной системе ортонормированных в области Ω функций $g_m(\varphi)$ с неизвестными коэффициентами b_m

$$(3) \quad I(\varphi) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m g_m(\varphi) \cong \sum_{m=1}^M b_m g_m(\varphi).$$

Тогда принятый сигнал $U(\varphi)$ выражается в виде суперпозиции функций $G_m(\varphi)$, являющихся образами $g_m(\varphi)$ при преобразовании:

$$(4) \quad G_m(\varphi) = \int_{\Omega} f(\varphi - \phi) g_m(\phi) d\phi,$$

$$(5) \quad U(\varphi) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m G_m(\varphi) \cong \sum_{m=1}^M b_m g_m(\varphi),$$

где M – выбранное число членов разложения.

Таким образом, обратная задача оказывается параметризованной, и ее решение сводится к поиску коэффициентов b_m [10–12], которые обычно находятся при минимизации среднеквадратического отклонения функции $U(\varphi)$ из (5) от исследуемого сигнала (1) в секторе углов $\Phi > \Omega$, где Φ – сектор, в котором полезный сигнал превышает шумы и может быть измерен с достаточно высокой точностью. На практике границы сектора Φ часто определяются

по снижению амплитуды полезного сигнала в два раза по отношению к ее максимальному значению.

Система функций $G_m(\varphi)$ из (4), вообще говоря, неортогональна и упомянутая выше минимизация сводится к решению следующей системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\mathbf{V} = \mathbf{S}\mathbf{B},$$

где \mathbf{B} – вектор-столбец коэффициентов b_m , а компоненты вектора \mathbf{V} и матрицы \mathbf{S} равны соответственно

$$V_j = \int_{\Phi} U(\varphi)G_j(\varphi) d\varphi, \quad S_{jm} = \int_{\Phi} G_j(\varphi)G_m(\varphi) d\varphi,$$

здесь

$$(6) \quad \int_{\Phi} U(\varphi)G_j(\varphi) d\varphi = \sum_{m=1}^M b_m \int_{\Phi} G_j(\varphi)G_m(\varphi) d\varphi, \quad j = 1, \dots, M.$$

Принципиальной особенностью СЛАУ (6) является их плохая обусловленность, что является следствием попытки решения некорректной обратной задачи. Повышение устойчивости решений может быть достигнуто, если функции $G_m(\varphi)$ оказываются ортогональными в области Φ . В этом случае в матрице \mathbf{S} отличны от нуля только элементы на главной диагонали и коэффициенты b_m легко находятся:

$$\int_{\Phi} U(\varphi)G_m(\varphi) d\varphi = b_m \sum_{j=1}^M G_j^2(\varphi) d\varphi, \quad m = 1, \dots, M.$$

Таким образом, возникает задача выбора такой ортонормированной в области Φ системы функций $\tilde{g}_m(\varphi)$, образы $\tilde{G}_m(\varphi)$ которых являются ортогональными в Φ .

4. Одновременная ортогонализация систем используемых функций

В роли ортогональных функций $g_m(\varphi)$ и $G_m(\varphi)$ могут быть использованы собственные функции ИУ (1). Однако численный поиск каждой из них сводится к решению неустойчивых задач и, следовательно, к появлению значительных ошибок в решении всей задачи. Даже в наиболее простом случае поиска собственных функций, когда ядро ИУ вырождено, т.е. ДН $f(\varphi)$ измерительной системы представляет собой ДН одномерной антенной решетки (АР)

$$(7) \quad f(\varphi) = \sum_{n=-K}^{n=K} j_n \exp(-ikdn \sin \varphi),$$

получаемые для поиска собственных функций СЛАУ оказываются плохо обусловленными. В (7) обозначено: j_n – величина тока на n -м излучателе, d – расстояние между соседними излучателями, $2K + 1$ – число элементов АР,

константа $k = 2\pi/\lambda$, где длина волны $\lambda = 2\pi c/\omega$, c – скорость света, ω – частота излучения. Существенно, что числа обусловленности соответствующих матриц экспоненциально возрастают с ростом количества определяемых собственных функций, т.е. с попытками повысить эффективное угловое разрешение.

Заметим, что построение ортогональной системы функций $\tilde{G}_m(\varphi)$ в области Φ может быть осуществлено также на основе процесса ортогонализации Грама–Шмидта. В этом случае, однако, полученные функции оказываются образами неортогональных в области Φ функций. Источник при этом также оказывается представлен в виде суперпозиции неортогональных функций, что значительно снижает качество приближенного решения.

Актуальную задачу одновременной ортогонализации систем функций g_m и G_m предлагается решать на основе следующей теоремы, доказательство которой приводится в Приложении.

Теорема 1. Пусть заданы система из N ортонормированных на отрезке L_g функций $g_m(x)$ (здесь и далее $m = 1, \dots, N$) и произвольный линейный оператор \mathbf{A} , порождающий систему из N функций $G = \mathbf{A}g$, на отрезке L_G . Здесь G и g – N -мерные вектор-столбцы с компонентами G_m и g_m . Тогда существует линейное преобразование, представимое в виде матрицы \mathbf{T} такое, что системы функций

$$(8) \quad \tilde{G}_m(\varphi) = \sum_{j=1}^N T_{jm} G_j(\varphi), \quad \tilde{g}_m(\varphi) = \sum_{j=1}^N T_{mj} g_j(\varphi)$$

на отрезках L_G и L_g соответственно оказываются ортогональными при сохранении условия $\tilde{G} = \mathbf{A}\tilde{g}$.

Результаты теоремы позволяют одновременно представить искомое решение $I(\varphi)$ рассматриваемой обратной задачи и исследуемый сигнал $U(\varphi)$ в виде разложений по системам ортогональных функций, что упрощает анализ задачи, повышает устойчивость численных решений и в конечном счете позволяет повысить достигаемую степень сверхразрешения.

Используя (П.1)–(П.5) (см. Приложение), получим

$$(9) \quad \tilde{G}_m(\varphi) = \int_{\Omega} f(\varphi - \phi) \tilde{g}_m(\phi) d\phi, \quad \tilde{g}_m(\varphi) = \sum_{j=1}^N T_{mj} g_j(\varphi).$$

Далее выражая принятый сигнал в виде разложения

$$U(\varphi) \cong \sum_{m=1}^N C_m \tilde{G}_m(\varphi),$$

находим в силу ортогональности функций коэффициенты C_m :

$$(10) \quad C_m = \frac{1}{P_m} \int_{\Phi} U(\varphi) \tilde{G}_m(\varphi) d\varphi, \quad \text{где } P_m = \int_{\Phi} \tilde{G}_m^2(\varphi) d\varphi.$$

С учетом введенных обозначений принятый сигнал (1) можно представить следующим образом:

$$(11) \quad \begin{aligned} U(\varphi) &= \int_{\Omega} f(\varphi - \phi) I(\phi) d\phi \cong \sum_{m=1}^N C_m \tilde{G}_m(\varphi) = \\ &= \int_{\Omega} f(\varphi - \phi) \left(\sum_{m=1}^N C_m \tilde{g}_m(\phi) \right) d\phi. \end{aligned}$$

Приравнивая подынтегральные выражения в (11), получаем решение рассматриваемой обратной задачи в виде разложений как по введенной системе функций (П.5), так и по исходной системе N функций (3)

$$(12) \quad I(\varphi) \cong \sum_{m=1}^N C_m \tilde{g}_m(\varphi), \quad I(\varphi) = \sum_{j=1}^N b_j g_j(\varphi), \quad b_j = \sum_{m=1}^N C_m T_{mj}.$$

Далее алгоритм использует итерационный процесс увеличения N для повышения степени достигаемого сверхразрешения до тех пор, пока удастся получать устойчивые решения.

Поскольку рассматривается обратная задача, решение которой после проведения параметризации сведена к решению СЛАУ, все негативные свойства обратных задач при этом сохраняются и переносятся в итоге на решения СЛАУ. В рассматриваемых задачах нарушается второй и третий признак корректности задачи по Адамару, а именно: однозначность решений и их устойчивость. Матрицы \mathbf{S} в (6) оказываются плохо обусловлены. При попытках повысить разрешение размерность матриц \mathbf{S} увеличивается, числа обусловленности при этом возрастают экспоненциально и достигают огромных значений: 10^{10} – 10^{13} , так что даже ничтожные ошибки округления приводят к неадекватным решениям. Наличие шумов и ошибок измерений еще более ухудшает ситуацию. Прямое решение СЛАУ известными численными методами линейной алгебры не приводит к удовлетворительному результату. В то же время значения чисел обусловленности матриц типа \mathbf{T} из (8), (9) многократно — на порядки — меньше, чем у матриц \mathbf{S} . Это обстоятельство является показателем большей устойчивости решений, получаемых на основе теоремы 1, в сравнении с прямым решением СЛАУ (5), (6). Таким образом, предложенный подход к решению ИУ (1) предоставляет возможность использовать большее количество функций в представлении решения (12) по сравнению с (3)–(6), что повышает угловое разрешение. В альтернативной формулировке — развиваемый подход позволяет достичь того же уровня превышения критерия Рэлея, что и другие методы, но при значительно более высоком уровне шумов и помех.

5. Примеры решений задач

Вначале для представления решения в области $\Omega = [-\theta_0, \theta_0]$, где $2\theta_0 = \theta_{0,5}$, были выбраны одноступенчатые функции и поиск решения осуществлялся на основе кратко описанного выше алгебраического метода (3)–(5). Затем

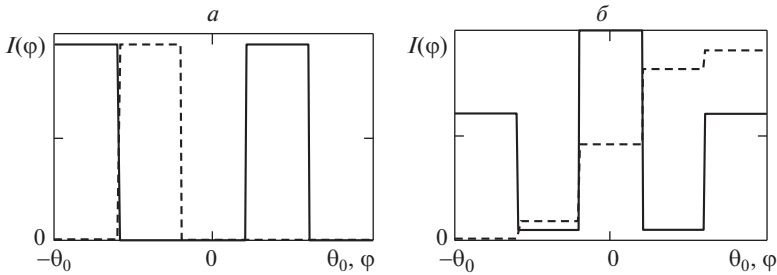


Рис. 1. *a*) — Исходные ступенчатые функции; *б*) — модифицированные функции.

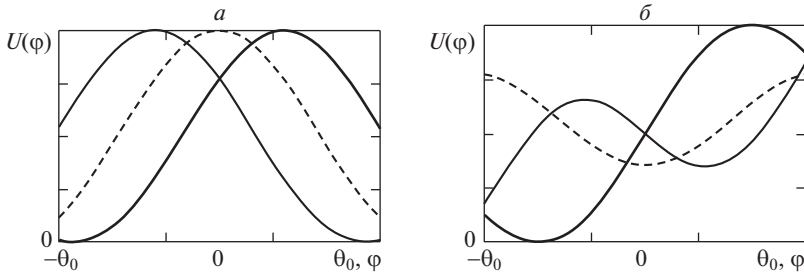


Рис. 2. *a*) — Образы G_m исходных функций; *б*) — образы \tilde{G}_m модифицированных функций.

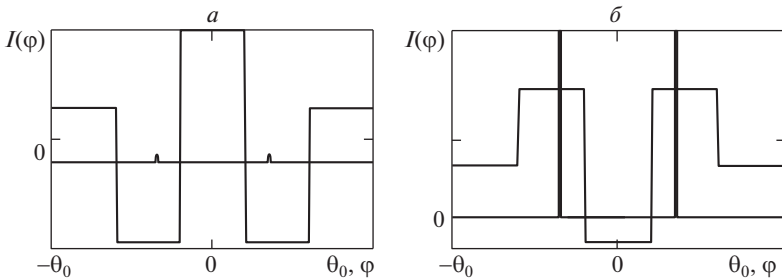


Рис. 3. *a*) — Решение на основе исходных функций; *б*) — решение на основе функций модифицированных функций.

поиск решений проводился на основе теоремы 1 и соотношений (8)–(12) и полученные решения сравнивались.

На рис. 1, *a* из пяти исходных функций $g_m(\varphi)$, $m = 1, \dots, 5$, показаны три — $g_1(\varphi)$, $g_2(\varphi)$ и $g_4(\varphi)$. На рис. 1, *б* приведены для иллюстрации преобразованные модификации исходных функций $g_1(\varphi)$ и $g_4(\varphi)$, т.е. $\tilde{g}_1(\varphi)$ и $\tilde{g}_4(\varphi)$. На рис. 2, *a* представлены образы $G_m(\varphi)$ исходных функций $g_m(\varphi)$ при $m = 1, 3, 5$, а на рис. 2, *б* — образы $\tilde{G}_m(\varphi)$ функций $\tilde{g}_m(\varphi)$ в области Φ .

В качестве классических объектов для исследования разрешающей способности были выбраны две точечные цели с одинаковой амплитудой излучаемого сигнала. Расстояние между объектами последовательно уменьшалось до тех пор, пока удавалось получать достаточно устойчивые, адекватные исходным объектам решения. При сближении объектов в решении начинают

появляться ложные источники. Их интенсивность резко возрастает при дальнейшем сближении. На рис. 3,б показан предельный случай, когда ими еще можно пренебречь.

На рис. 3 представлены полученные решения в соответствии с (3)–(6), т.е. без ортогонализации функций и их образов, а также решения после проведения процедуры одновременной ортогонализации $g_m(\varphi)$ и $G_m(\varphi)$. Угловое положение точечных объектов показано в виде жирной вертикальной линии, решение — в виде ломаной.

Результаты численных экспериментов показали, что путем одновременной ортогонализации удастся превысить критерий Рэлея в четыре раза (рис. 3,б). Попытка получить устойчивое решение той же задачи в соответствии с (3)–(6) не приводит к удовлетворительному результату. Полученное неадекватное решение, показанное на рис. 3,а, характеризуется осциллирующим характером с очень большой амплитудой колебаний. На фоне этого решения истинные объекты, изображенные в том же масштабе, что и на рис. 3,б, почти незаметны. Вид решения характерен для случаев, когда найти адекватное решение не удастся. Числа обусловленности матриц, используемых при решении и характеризующих устойчивость задач, различаются в представленных примерах на два порядка.

Следует отметить, что при изменении числа M используемых функций исходной системы в представлении решения (3) изменяются и сами системы функций $g_m(\varphi)$ и $G_m(\varphi)$ (9). Эта особенность мало сказывается на времени работы программы, поскольку основные расчеты выполняются с помощью стандартных быстросействующих и хорошо отработанных алгоритмов.

Выбор исходной системы функций $g_m(\varphi)$ проводится на основе априорной информации о решении [16] и формы принимаемого при сканировании сигнала (1). Такой информацией могут быть, в частности, размер и расположение области локализации источника сигналов, монотонность, гладкость области непрерывности углового распределения амплитуды излучаемого сигнала, наличие областей с дискретным распределением, динамический диапазон изменения интенсивности, ограничения на градиент и другие характеристики [11, 13, 16].

На рис. 4 показано решение рассматриваемой обратной задачи при использовании такого рода априорной информации. Было известно, что в задаче дистанционного зондирования отражающая поверхность описывается гладкой функцией с плавным изменением амплитуды отражаемого сигнала при возможном наличии малоразмерного участка с высоким отражением. На основе этих сведений для представления решения была выбрана система функций на основе DOG-вейвлетов.

При прямом наблюдении без предлагаемой цифровой обработки представленный участок имеет некоторую усредненную амплитуду — верхняя точечная кривая. Обработка сигнала алгебраическим методом позволила выявить детали амплитудного распределения $I(\varphi)$. В виде сплошной тонкой кривой на рис. 4 показано истинное распределение отраженного сигнала, штрихами — решение, найденное алгебраическим методом (3)–(6), сплошная жирная

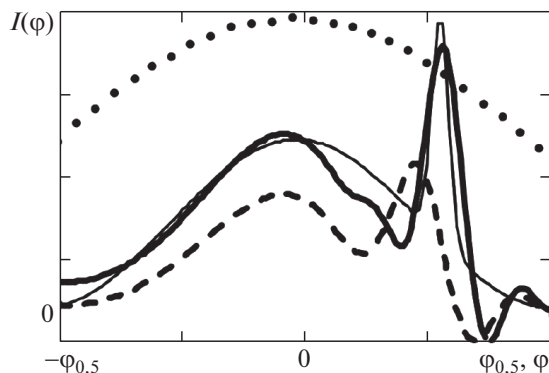


Рис. 4. Решение на основе DOG-вейвлетов.

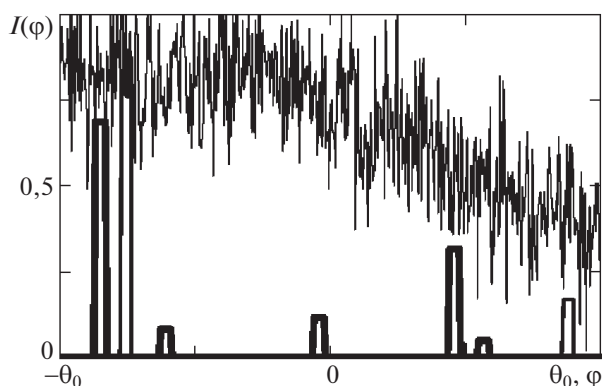


Рис. 5. Решение на основе дельта-функций.

кривая — решение, полученное при использовании рассматриваемого метода двойной ортогонализации.

Цифровая обработка на основе двойной ортогонализации повысила качество решения, особенно в области участка с высоким градиентом коэффициента отражения.

Ортогонализация систем функций позволяет не только повысить угловое разрешение, но за счет хорошей устойчивости получить адекватные решения при высоких уровнях случайных составляющих.

На рис. 5 в виде жирной ломаной линии показано решение задачи при высоком уровне шума. Источник сигнала представлял собой два малоразмерных объекта, показанных на рисунке тонкой ломаной линией. Амплитуды сигналов, отраженных от объектов, различались в пять раз. Объекты не разрешались при прямом наблюдении. Для иллюстрации на рисунке показан принимаемый при сканировании в секторе Ω сигнал — верхняя кривая.

Для представления решений в качестве системы $g_m(\varphi)$ была выбрана система дельта-функций, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга. В процессе поиска решения эти расстояния можно было изменять.

В ходе численных экспериментов искалось минимальное значение отношения сигнал/шум (ОСШ), при котором еще можно было получить удовлетворительное решение. Большая разница в амплитудах отраженных сигналов значительно осложняла решение задачи. Появились ложные объекты, хотя и с небольшой амплитудой, величина которой позволяла пренебречь ими при представлении окончательного решения. В итоге вполне удовлетворительное устойчивое решение было получено при ОСШ, равном 1/3 или 10,5 дБ. Многие известные методы, в том числе [1–8], позволяют успешно решать подобные задачи только при ОСШ не менее 20 дБ.

Применение метода одновременной ортогонализации систем функций позволило детализировать изображения объектов с угловым разрешением, превосходящим критерий Рэлея при значительном уровне случайных составляющих в исследуемом сигнале. Таким образом, разработан новый эффективный метод решения обратных задач достижения сверхразрешения в условиях воздействия шумов и помех.

6. Повышение ОСШ для UWB систем

Дальнейшее повышение достигаемой степени сверхразрешения возможно при снижении уровня случайных составляющих — шумов в исследуемых сигналах.

Существующие в настоящее время системы генерации UWB сигналов не обладают достаточной энергетикой для проведения измерений на значительных расстояниях [17–19]. В этих условиях важной задачей является повышение дальности действия систем за счет оптимизации цифровой обработки принимаемых UWB импульсов. Оптимизация состоит в разработке алгоритмов повышения ОСШ в принимаемых сигналах, что в конечном счете увеличивает дальность действия систем, а также позволяет повысить качество изображений объектов с угловым сверхразрешением. Повышение ОСШ повышает устойчивость решений рассмотренных выше обратных задач, которые существенно больше, чем прямые, чувствительны к наличию и уровню случайных составляющих в исследуемых сигналах. Любые линейные алгоритмы обработки UWB-сигналов, повышающие ОСШ, одновременно обеспечивают повышение эффективного углового разрешения.

Известные методы расчетов характеристик и их оптимизации мало пригодны для решения задач оптимизации характеристик UWB радаров [20–28]. При излучении, приеме и при отражении от объектов сверхширокополосных импульсов необходимо учитывать дисперсионные зависимости характеристик отражения исследуемых объектов, а также антенных систем. В результате дисперсии форма и спектр принимаемого импульса значительно отличаются от излучаемого, что делает практически невозможным применение традиционных методов когерентной обработки сигналов.

Еще одна особенность решения задач анализа и оптимизации UWB импульсов — сложность использования в расчетах хорошо разработанных методов спектрального анализа, так как для их успешного применения необходимо с высокой точностью задавать амплитудный и фазовый спектры импуль-

сов. UWB сигнал, однако, имеет сверхширокую полосу частот и, следовательно, спектральная плотность импульса оказывается невелика (зачастую близка к величине ошибок при расчетах и измерениях). В частности, при приеме сигнала его спектральная плотность часто оказывается ниже спектральной плотности шума. В этих условиях необходимая для оптимизации точность измерений амплитудно-фазового спектра не может быть достигнута.

Для преодоления подобных сложностей предлагается применить к расчетам, связанным с описанием процессов излучения, приема, отражения и обработки UWB импульсов, метод анализа во временной области, основанный на представлении антенных систем, систем приема, генерации и т.п. как линейных систем, описываемых импульсными характеристиками.

Предлагаемый нетрадиционный подход оказывается более удобным и точным, поскольку при его использовании необходимо знать не спектр, а только временную зависимость генерируемого сигнала $U(t)$, которая может быть определена экспериментально с достаточно высокой точностью.

7. Оптимизация импульсной характеристики приемной системы

Поставим задачу поиска импульсной характеристики $h_r(t)$ приемной системы, обеспечивающей получение максимально возможного ОСШ по мощности — q^2 . Заданными считаются форма генерируемого UWB импульса $U(t)$, ДН передающей и приемной антенных систем на каждой из используемых частот — $f_e(\varphi, \omega)$ и $f_p(\varphi, \omega)$, а также комплексная частотная характеристика отражения объекта — $R(\omega)$. Заданные дисперсионные зависимости позволяют с помощью преобразования Фурье $\mathbf{F}[\cdot]$ определить импульсные характеристики излучения, приема и отражения сигнала:

$$(13) \quad h_e(\varphi, t) = \mathbf{F}[f_e(\varphi, \omega)], \quad h_p(\varphi, t) = \mathbf{F}[f_p(\varphi, \omega)], \quad h_R(t) = \mathbf{F}[R(\omega)].$$

Кроме приведенных характеристик для современных систем на основе антенных решеток (АР) необходимо дополнительно учитывать взаимное влияние излучателей друг на друга. Взаимовлияние принято описывать с помощью взаимных комплексных сопротивлений, т.е. собственное сопротивление излучателя изменяется на величину некоего вносимого сопротивления. Это сопротивление, называемое взаимным, зависит от расстояния между излучателями, измеряемого отношением физического расстояния к длине волны — электрическое расстояние. Без учета взаимовлияния для узкополосных АР ошибка в расчетах их характеристик составляет 3–6% и ею часто можно пренебречь. При использовании UWB импульсов для низкочастотных составляющих электрические расстояния между излучателями в несколько раз уменьшаются и величина сопротивления заметно возрастает. Во избежание значительных ошибок — вплоть до 40–50% — при построении импульсных характеристик UWB радаров взаимовлияние необходимо учитывать.

Для двух отдельных излучателей АР под номерами m и n , расположенными на расстоянии $d_{m,n}$ друг от друга с сонаправленными ДН, их взаимное комплексное сопротивление

$$z(kd_{m,n}) = r(kd_{m,n}) + ix(kd_{m,n})$$

выражается в виде [29]

$$(14) \quad r(kd_{m,n}) = \frac{1}{B} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \phi_m(\varphi, \theta) \phi_n^*(\varphi, \theta) \cos(kd_{m,n} \sin \theta) \sin \theta d\varphi d\theta,$$

$$(15) \quad x(kd_{m,n}) = \frac{4}{kd_{m,n}} \int_0^\pi \phi_m(\theta) \phi_n^*(\theta) d\theta - \\ - \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \phi_m(\varphi, \theta) \phi_n^*(\varphi, \theta) \sin(kd_{m,n} \sin \theta |\sin \varphi|) \sin \theta d\varphi d\theta,$$

где B — нормирующий множитель, $\phi_m(\varphi, \theta)$ — ДН отдельного излучателя, * — символ комплексного сопряжения.

Обычно слабонаправленные ДН отдельных излучателей АР одинаковы и часто, особенно для плоских и линейных АР, не зависят от азимутального угла φ . Тогда с высокой точностью они могут быть описаны в виде функций $\phi(\varphi, \theta) = \cos^\nu \theta$ или суперпозиции подобных функций, где параметр ν описывает направленность излучателя. В этом случае интегралы в (14), (15) берутся в явном виде [29], и взаимное действительное сопротивление двух соседних излучателей (14) оказывается равным

$$(16) \quad r(kd_{m,n}) = \Gamma(\nu + 3/2) \frac{J_{\nu+1/2}(kd_{m,n})}{(kd_{m,n}/2)^{\nu+1/2}},$$

где $\Gamma(\nu)$ — Гамма-функция, J_ν — функция Бесселя порядка ν . Взаимная реактивная часть сопротивления, нормированная на собственное сопротивление, приводится к виду

$$(17) \quad x(kd_{m,n}) = \frac{2\Gamma(\nu + 3/2)}{\sqrt{\pi}\Gamma(\nu + 1)kd_{m,n}} - \frac{\Gamma(\nu + 3/2)H_{\nu+1/2}(kd_{m,n})2^{\nu+1/2}}{(kd_{m,n})^{\nu+1/2}},$$

где H_ν — функция Струве порядка ν [30].

Для больших АР можно пренебречь краевыми эффектами и считать, что все излучатели находятся в одинаковых условиях. Тогда сопротивления всех излучателей оказываются одинаковыми, и учет взаимовлияния излучателей приводит к необходимости вместо $h_{e,p}(\varphi, t)$ из (13) использовать

$$(18) \quad h_{e,p}(\varphi, t) = \mathbf{F} \left[\frac{f_{e,p}(\varphi, \omega)}{z(\varphi, \omega)} \right],$$

где $z(\varphi, \omega)$ — сопротивление излучателя на частоте ω , учитывающее влияние всех остальных излучателей АР.

Найдем частотную зависимость сопротивления излучателя $z(\varphi, \omega)$. С этой целью рассмотрим вначале линейную АР. Для больших АР числом излучателей $2N + 1$, сфокусированных в направлении φ к оси АР (7), активное сопротивление $r(\varphi, \omega)$ каждого элемента представляет собой следующую сумму,

которую практически без ошибки можно распространить до бесконечности:

$$(19) \quad r(\varphi, \omega) = \sum_{n=-N}^N r(kdn) \cos(kdn \sin \varphi) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} r(kdn) \cos(kdn \sin \varphi).$$

Сумма ряда (19) может быть представлена в виде замкнутого выражения. Для этого предварительно необходимо найти сумму следующего ряда

$$(20) \quad W = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_{\nu}(kdn)}{(kdn/2)^{\nu}} \cos(kdn \sin \varphi),$$

который называется обобщенным рядом Шлемильха (Schlömilch) [30]. Заметим, что значения суммы (20) приведены в справочниках только для нескольких частных случаев. В общем случае сумма ряда найдена в [22]. Показано, что при условии $kd < 2\pi/(1 + \sin \varphi)$, которое выполняется для АР, сумма обобщенного ряда Шлемильха равна

$$(21) \quad W = -\frac{1}{2\Gamma(\nu + 1)} + \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(\nu + 1/2)kd} \cos^{2\nu-1} \varphi.$$

В итоге

$$(22) \quad r(\varphi, \omega) = \frac{2\sqrt{\pi}\Gamma(\nu + 3/2)}{\Gamma(\nu + 1)kd} \cos^{2\nu} \varphi.$$

Мнимая часть сопротивления каждого элемента большой линейной АР имеет представление

$$(23) \quad X = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(kdn) \cos(kdn \sin \varphi) \cong \sum_{n=-N}^N x(kdn) \cos(kdn \sin \varphi).$$

Численные оценки (23) для различных ν и kd из (17) показывают, что значение X для больших линейных АР оказывается близко к нулю. Таким образом, сопротивление каждого элемента в составе большой линейной АР $z(kd)$ с хорошей точностью принимает значение (22), что позволяет найти импульсную характеристику (18).

Сопротивления излучателя в большой плоской АР получим, дважды используя сумму (22):

$$(24) \quad r(\varphi, \omega) = \frac{4\pi(\nu + 1/2)}{(kd)^2} \cos^{2\nu-1} \varphi.$$

Теперь, используя найденные значения сопротивлений, находим импульсные характеристики излучения и приема АР в виде (18).

Обычно ОСШ для импульсных сигналов определяется как отношение квадрата максимального значения полезного сигнала к среднеквадратическому значению $\overline{U_n^2}$ шума

$$(25) \quad q^2 = \frac{U_M^2}{\overline{U_n^2}}.$$

Тогда для узкополосных сигналов, когда полоса частот много меньше основной частоты $\Delta\omega \ll \omega_0$, для угла наблюдения $\varphi = 0$ получим

$$(26) \quad q^2 = \frac{f^4(0, \omega_0) |R(\omega_0)|^2}{N_0(\omega_0)},$$

где N_0 – спектральная плотность шума на частоте ω_0 . Для UWB сигналов, считая шум стационарным случайным процессом, (25) принимает вид

$$(27) \quad q^2 = \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} h_r(t) U_r(t_0 - t) dt \right)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_r(t) h_r(T) K(t - T) dt dT},$$

где $U_r(t)$ – принимаемый сигнал, t_0 – момент времени, когда полезный сигнал достигает максимального значения U_M , $K(t)$ – автокорреляционная функция шума на входе приемника. Часто в практически значимых задачах, когда шум может быть описан как белый, функция $K(t)$ представляет собой дельта-функцию. Тогда решая вариационную задачу поиска $h_r(t)$ из (27), обеспечивающую максимально возможное ОСШ q^2 с точностью до константы, получим

$$(28) \quad h_r(t) = U_0(t_0 - t), \quad U_r(t) = h_e(0) \star h_R(t) \star h_e(0) \star U_g(t),$$

где $U_g(t)$ – генерируемый сигнал, а символ \star обозначает свертку функций. Заметим, что первые две свертки образованы заданными функциями и могут быть заменены одной зависимостью

$$(29) \quad H_r(t) = h_e(0) \star h_R(t) \star h_e(0), \quad U_r(t) = H_r(t) \star U_g(t),$$

что и определяет $h_r(t)$ из (28), которую можно назвать импульсной характеристикой оптимального фильтра (ОФ).

Чаще всего в задачах связи, радиолокации, дистанционного зондирования шум считается белым. Однако в сверхширокой полосе частот спектральная плотность шума может заметно отличаться от константы, и тогда ее форма должна учитываться при синтезе ОФ. В этом случае вместо (29) из (27) с точностью до константы следует

$$(30) \quad U_r(t_0 - t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_r(\tau) K(t - \tau) d\tau,$$

и теперь для определения $h_r(t)$ ОФ необходимо численно решить полученное интегральное уравнение (30).

8. Результаты численных экспериментов

Рассматривалась задача оптимального приема UWB импульсов при отражении от объекта с плавным возрастанием значения модуля коэффициента отражения от частоты $R(\omega)$ и быстропеременной фазовой характеристикой. В качестве спектральной плотности шума $N_0(\omega)$ было выбрано распределение атмосферных шумов в диапазоне длин волн 1 м–3 см. ДН антенной системы на каждой из используемых частот соответствовала ДН антенной решетки с шириной луча $2\theta_0 = 3^\circ$ на средней частоте используемого диапазона.

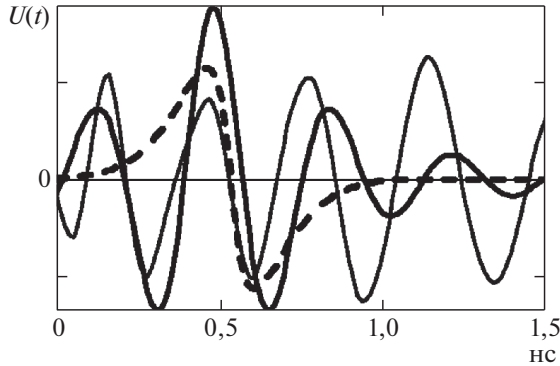


Рис. 6. Формы генерируемого и принимаемых UWB импульсов.

Результаты решения задачи представлены на рис. 6. Показаны: исходный UWB импульс — штриховая кривая; принятый UWB импульс без применения ОФ — тонкая сплошная кривая; принятый UWB импульс после оптимальной обработки в приемнике (28), (29) — жирная кривая. В принимаемом сигнале за счет дисперсии происходят заметные изменения: значительно увеличивается длительность импульса, исчезают ярко выраженные в исходном импульсе максимальные по модулю значения отраженного сигнала, форма принятого импульса, а значит и форма его спектра, становятся мало похожими на генерируемый сигнал.

Использование оптимального приемника для UWB сигналов оказывается высокоэффективным, так как применяется в сверхширокой полосе частот. В приведенном примере оптимизации приема с направления $\varphi = 0$ ОСШ увеличилось более чем в 150 раз, что соответствует повышению дальности действия системы в 3,7 раза.

При приеме сигнала с направления, отличного от $\varphi = 0$, характеристика фильтра $h_r(t)$ в соответствии с (28)–(30) уже не является оптимальной и повышает пиковое значение сигнала в меньшей степени, чем с направления $\varphi = 0$. В приведенном примере выигрыш от оптимизации для $\varphi = 0$ снизился в 5 раз на границе передающего луча $\varphi = \theta_0$. Выявленная закономерность при оптимальной фильтрации UWB импульсов показывает, что эффективная ширина приемной ДН для рассматриваемого сигнала становится существенно меньше θ_0 . Этот эффект может быть использован для повышения точности и углового разрешения UWB систем при поиске и слежении за объектами с известными характеристиками отражения.

На практике трудно ожидать, что комплексный коэффициент отражения исследуемого объекта, особенно его фазовая характеристика, точно известны. Однако, как показали численные эксперименты, учет даже частичной информации об отражающих свойствах объекта позволяет существенно повысить ОСШ — до 0,2–0,5 от значения оптимального q^2 . В приведенном примере фазовая характеристика отражения задавалась в виде очень приближенной оценки. Тем не менее удалось значительно повысить ОСШ — примерно в 50 раз.

Результаты численных экспериментов на различных математических моделях объектов при полностью или частично известной информации об их дисперсионных характеристиках отражения показывают, что предлагаемая оптимизация приема UWB импульсов повышает ОСШ от 10 до 250 раз. Полученный результат позволяет в 2–4 раза увеличить дальность действия систем. Кроме того, повышается вероятность правильного обнаружения и идентификации исследуемых объектов.

9. Заключение

1. Предложенный новый метод численного решения обратных задач, позволяющий угломерным системам превысить критерий Рэлея в несколько раз.

2. Алгоритмы на основе предложенного метода двойной ортогонализации дают возможность получать удовлетворительные решения при отношении сигнал–шум 15–20 дБ, а иногда и при 11–12 дБ, т.е. при значительно бóльших значениях случайных составляющих, чем известные, описанные в отечественной и зарубежной литературе методы.

3. Показано, что априорная информация об источниках сигналов дает возможность проводить целенаправленный отбор систем функций для представления решений и тем самым повышать адекватность и устойчивость получаемых решений.

4. Относительная простота алгоритмов восстановления изображений объектов обеспечивает возможность их использования в режиме реального времени.

5. Решена вариационная задача оптимизации импульсных характеристик приемника зондирующих UWB импульсов. Показана эффективность использования предложенных алгоритмов обработки UWB сигналов, которая позволяет в 2–4 раза повысить дальность действия UWB-систем и улучшить качество радиоизображений.

6. Показано, что оптимизация формы принимаемых UWB импульсов позволяет для известных заранее типов объектов одновременно повысить дальность действия систем, улучшить их угловые характеристики и характеристики обнаружения и идентификации.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы 1. Система функций $G_m(x)$ в общем случае неортогональна на L_G . Составим на ее основе матрицу Грама, т.е. матрицу \mathbf{P} скалярных произведений с элементами P_{mn} :

$$(II.1) \quad P_{mn} = (G_m, G_n) = \int_{\Phi} G_m(\phi) G_n(\phi) d\phi.$$

Поскольку матрица \mathbf{P} – симметрична и положительно определена, существует преобразование \mathbf{T} , приводящее ее к диагональному виду

$$(II.2) \quad \tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{T}^* \mathbf{P} \mathbf{T}.$$

Используя найденную матрицу \mathbf{T} , вводим новую систему функций $\tilde{G}_m(x)$ в виде (9). Полученная система оказывается ортогональной на отрезке L_G , что легко проверяется при непосредственном вычислении скалярных произведений:

$$(\tilde{G}_m, \tilde{G}_n) = \sum_{j,i=1}^N T_{jm} T_{in} \int_{\Phi} G_j(\phi) G_i(\phi) d\phi = \sum_{j,i=1}^N T_{jm} T_{in} P_{ji} = \tilde{P}_{mn},$$

где \tilde{P}_{mn} – элементы диагональной матрицы (П.2).

Найдем теперь систему функций $\tilde{g}_m(x)$, которая порождает полученную ортогональную в области L_G систему $\tilde{G}_m(x)$, т.е.

$$(П.3) \quad \tilde{G}_m = \mathbf{A} \tilde{g}_m.$$

Из требуемого представления (9) следует

$$(П.4) \quad \tilde{G}_m = \sum_{j=1}^N T_{mj} \mathbf{A} g_j = \mathbf{A} \left(\sum_{j=1}^N T_{mj} g_j \right).$$

Сравнивая (П.3) и (П.4), получаем

$$(П.5) \quad \tilde{g}_m(x) = \sum_{j=1}^N T_{mj} g_j(x).$$

Найденная система (П.5) оказывается ортогональной на отрезке L_g . Действительно, в силу ортогональности функций $g_m(x)$ и ортогональности собственных векторов матрицы \mathbf{P} , образующих матрицу \mathbf{T} , имеем

$$(\tilde{g}_m(x), \tilde{g}_n(x)) = \sum_{j=1}^N T_{mj} T_{nj} (g_j, g_i) = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \lambda_m, & m = n, \end{cases} \quad \lambda_m = \sum_{j=1}^N T_{mj}^2.$$

Отметим, что найденная система ортогональных функций $\tilde{g}_m(x)$ определяется тем же линейным преобразованием \mathbf{T} , что и система функций $\tilde{G}_m(x)$.

В итоге на основе заданной системы из N ортогональных на отрезке L_g функций $g_m(x)$ построена новая ортогональная на том же отрезке система функций, порождающая в области L_g ортогональную систему функций $\tilde{g}_m(x)$. Теорема доказана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Odendaal W., Barnard E., Pistorius C.W.I.* Two Dimensional Superresolution Radar Imaging Using the MUSIC Algorithm // IEEE Trans. 1994. Vol. AP-42. No. 10. P. 1386–1391. <https://doi.org/10.1109/8.320744>
2. *Waweru N.P., Konditi D.B.O., Langat P.K.* Performance Analysis of MUSIC Root-MUSIC and ESPRIT DOA Estimation Algorithm // Int. J. Electrical Computer Energetic Electronic and Communication Engineering. 2014. Vol. 08. No. 01. P. 209–216.
3. *Yuebo Zha, Yulin Huang, Jianyu Yang.* An Iterative Shrinkage Deconvolution for Angular Super-Resolution Imaging in Forward-Looking Scanning Radar // Progress

In Electromagnetics Research B., 2016. V. 65. P. 35–48.

<https://doi.org/10.2528/PIERB15100501>

4. *Almeida M.S., Figueiredo M.A.* Deconvolving images with unknown boundaries using the alternating direction method of multipliers // *IEEE Trans. Image Process.* 2013. Vol. 22. No. 8. P. 3074–3086.
5. *Dudik M., Phillips S.J., Schapire R.E.* Maximum entropy density estimation with generalized regularization and an application to species distribution modeling // *J. Machine Learning Research.* 2007. Vol. 8. P. 1217–1260.
6. *Stoica P., Sharman K.C.* Maximum likelihood methods for direction-of-arrival estimation // *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing.* 1990. No. 38(7). P. 1132–1143.
7. *Geiss A., Hardin J.C.* Radar super resolution using a deep convolutional neural network // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology.* 2020. Vol. 37. No. 12. P. 2197–2207.
8. *Ramani S., Liu Z., Rosen J., Nielsen J., Fessler J.A.* Regularization parameter for nonlinear iterative image restoration and MRI selection reconstruction using GCV and SURE- based methods // *IEEE Trans. on Image Processing.* 2012. V. 21. No. 8. P. 3659–3672.
9. *Morse P., Feshbach H.* *Methods of Theoretical Physics.* McGraw-Hill Science/Engineering/Math. 1953.
10. *Lagovsky B.A., Rubinovich E.Y.* Algebraic methods for achieving super-resolution by digital antenna arrays // *Mathematics.* 2023. V. 11. No. 4. P. 1–9.
<https://doi.org/10.3390/math11041056>
11. *Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Shestopalov Y.V.* Angular Superresolution Based on A Priori Information. *Radio Science.* 2021. V. 56. No. 1. 2021. P. 1–11.
<https://doi.org/10.1029/2020RS007100>
12. *Лаговский Б.А.* Угловое сверхразрешение в двумерных задачах радиолокации // *Радиотехника и электроника.* 2021. Т. 66. № 9. С. 853–858.
<https://doi.org/10.31857/S0033849421090102>
13. *Лаговский Б.А., Рубинович Е.Я.* Алгоритмы цифровой обработки данных измерений, обеспечивающие угловое сверхразрешение // *Мехатроника, автоматизация, управление.* 2021. Т. 22. № 7. С. 349–356.
<https://doi.org/10.17587/mau.22.349-356>
14. *Калинин В.И., Чапурский В.В., Черепенин В.А.* Сверхразрешение в системах радиолокации и радиолокации на основе ММО антенных решеток с рециркуляцией сигналов // *Радиотехника и электроника.* 2021. Т. 66. № 6. С. 614–624.
<https://doi.org/10.31857/s0033849421060139>
15. *Щукин А.А., Павлов А.Е.* Параметризация пользовательских функций в цифровой обработке сигналов для получения углового сверхразрешения // *Russian Technological Journal.* 2022. № 10(4). С. 38–43.
<https://doi.org/10.32362/2500-316X-2022-10-4-38-43>
16. *Lagovsky B.A., Samokhin A.B.* Superresolution in signal processing using a priori information // *IEEE Conf. Publications International Conference Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA).* Italy. 2017. P. 779–783.
<https://doi.org/10.1109/ICEAA.2017.8065365>
17. *Dong J., Li Y., Guo Q., Liang X.* Through-wall moving target tracking algorithm in multipath using UWB radar // *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.* 2021. P. 1–5.
<https://doi.org/10.1109/lgrs.2021.3050501>

18. *Khan H.A., Edwards D.J., Malik W.Q.* Ultra wideband MIMO radar // Proc. IEEE Intl. Radar Conf. Arlington, VA, USA, 2005. 9 May 2005.
19. *Zhou Yuan, Law Choi Look, Xia Jingjing.* Ultra low-power UWB-RFID system for precise location-aware applications // 2012 IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Workshops (WCNCW). 2012. P. 154–158.
20. *Taylor J.D.* Ultra-wideband Radar Technology. CRC Press Boca Raton, London, New York, Washington. 2000.
21. *Holami G., Mehrpourberney H., Zakeri B.* UWB Phased Array Antennas for High Resolution Radars // Proc. of the 2013 International Symp. on Electromagnetic Theory, 2013. P. 532–535.
22. *Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Shestopalov Y.V.* Pulse Characteristics of Antenna Array Radiating UWB Signals // Proceedings of the 10th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2016). Davos, Switzerland. 2016. P. 2479–2482. <https://doi.org/10.1109/EuCAP.2016.7481624>
23. *Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Shestopalov Y.V.* Increasing accuracy of angular measurements using UWB signals. 2017 11th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP) // IEEE Conf. Publications. Paris. 2017. P. 1083–1086. <https://doi.org/10.23919/EuCAP.2017.7928204>
24. *Anis R., Tielert M.* Design of UWB pulse radio transceiver using statistical correlation technique in frequency domain // Advances in Radio Science. 2007. V. 5. P. 297–304. <https://doi.org/10.5194/ars-5-297-2007>
25. *Niemela V., Haapola J., Hamalainen M., Inatti J.* An ultra wideband survey: Global regulations and impulse radio research based on standards // IEEE Communications Surveys and Tutorials. 2016. V. 19. No. 2. P. 874–890. <https://doi.org/10.1109/COMST.2016.2634593>
26. *Barrett T.* History of UWB Radar and Communications: Pioneers and Innovators // Progress in Electromagnetics Symposium (PIERS) 2000. Microwave Journ, January 2001.
27. *Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Кузьмин Л.В.* Генерация последовательности хаотических импульсов при воздействии периодического сигнала на динамическую систему // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. № 22. С. 29. <https://doi.org/10.1134/S1064226906050093>
28. *Yang D., Zhu Z., Liang B.* Vital sign signal extraction method based on permutation entropy and EEMD algorithm for ultra-wideband radar // IEEE Access. 2019. V. 7. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2958600>
29. *Вендик О.Г.* Антенны с немеханическим движением луча. М.: Советское Радио, 1965.
30. *Ватсон Г.Н.* Теория бесселевых функций / пер. со 2-го англ. изд. / М.: ИЛ, 1947.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Бобцовым.

Поступила в редакцию 29.09.2022

После доработки 23.07.2023

Принята к публикации 02.08.2023