

© 2023 г. Ю.В. МИТРИШКИН, д-р техн. наук (yvm@mail.ru)  
(Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова;  
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва),  
С.Л. ИВАНОВА (ivanovasvetlanamsu@gmail.com),  
К.С. МУХТАРОВ (kirill.muhtarov@mail.ru)  
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

## АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ С АДАПТАЦИЕЙ НЕУСТОЙЧИВЫМ ВЕРТИКАЛЬНЫМ ПОЛОЖЕНИЕМ ПЛАЗМЫ В ТОКАМАКЕ<sup>1</sup>

Решается задача разработки и моделирования алгоритма адаптивного управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в вертикально вытянутом токамаке, где на каждой итерации для изменяющейся модели плазмы, идентифицированной методом наименьших квадратов (МНК), автоматически синтезировался новый ПИД-регулятор. Параметры регулятора в обратной связи вычислялись посредством заданного расположения полюсов замкнутой системы управления в левой полуплоскости комплексной плоскости. В качестве начальной модели системы управления использовалась робастная система, синтезированная с помощью теории количественной обратной связи (Quantitative Feedback Theory – QFT). Система была промоделирована на цифровом стенде реального времени (<https://www.ipu.ru/plasma/about>).

*Ключевые слова:* токамак, плазма, вертикальная неустойчивость плазмы, метод QFT, идентификация в темпе наблюдения, адаптация, автоматический синтез, цифровой стенд реального времени.

**DOI:** 10.31857/S0005231023120024, **EDN:** NEVITH

### 1. Введение

В вертикально вытянутом токамаке плазма вертикально неустойчива, поэтому необходимы синтез и применение системы управления вертикальным положением плазмы с обратной связью, что является важной задачей в области управления плазмой в токамаках.

Физика вытягивания по вертикали плазмы в токамаке такова, что этот процесс приводит к значительному увеличению давления плазмы при том же тороидальном магнитном поле. Но при этом вертикальная вытянутость плазмы вызывает ее вертикальную неустойчивость.

Это объясняется тем, что создается радиальное магнитное поле  $B_R$ , направленное к центральной оси в верхней полуплоскости вертикального сечения токамака и направленное наружу в нижней полуплоскости, что и приводит к вытягиванию плазмы в вертикальном направлении (рис. 1).

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 21-79-20180).

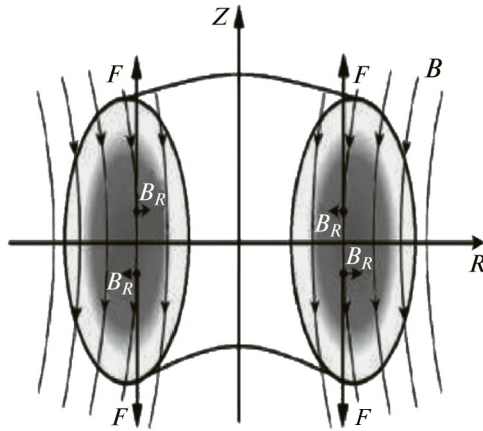


Рис. 1. Иллюстрация возникновения неустойчивости вертикально вытянутой плазмы в токамаке.

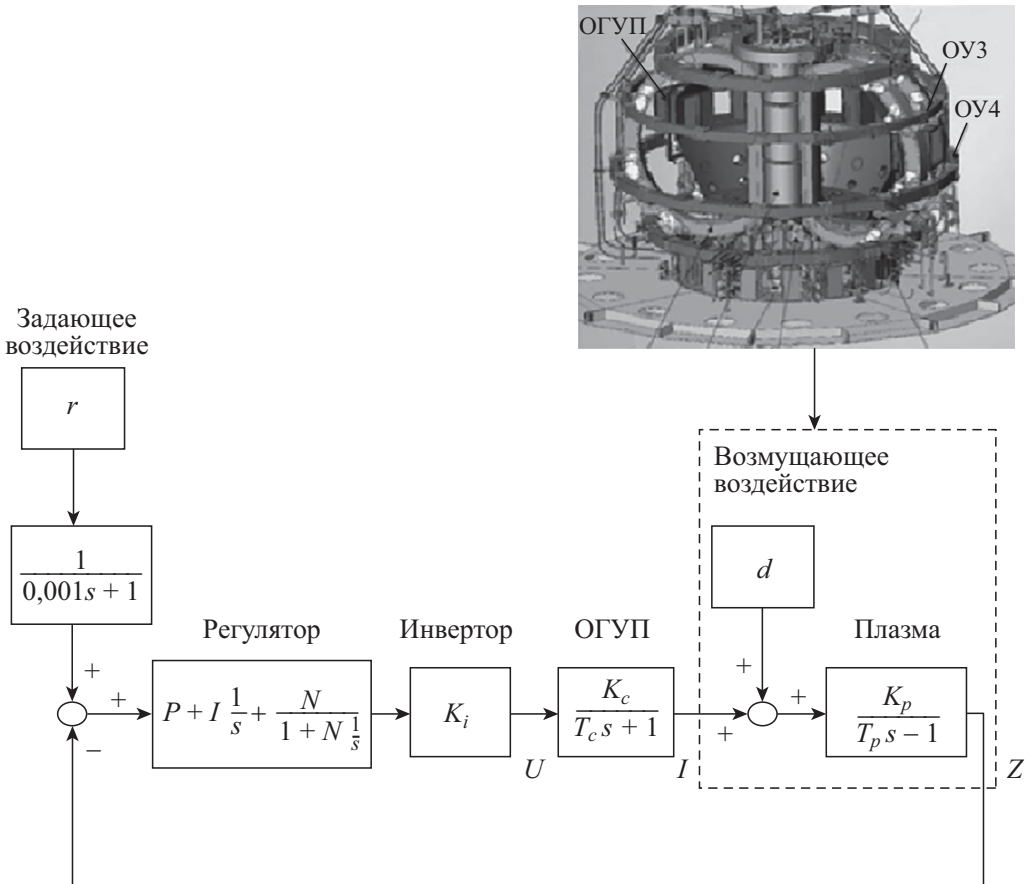


Рис. 2. Структурная схема системы управления величиной  $Z$  без автоматической настройки (ПИД-регулятор с постоянными параметрами).

В результате силовые линии суммарного магнитного поля  $B$  выпуклы к центральной оси  $Z$  токамака. Сила Ампера

$$(1) \quad F = [I \times B]$$

направлена вверх в верхней полуплоскости и направлена вниз в нижней полуплоскости. Пока распределение тока и магнитное поле полностью симметричны относительно центральной оси, суммарная сила Ампера равна нулю. Если возникает возмущение, например если плазма смещается вверх, над центральной осью возникнет перераспределение токов и полей и суммарная сила будет направлена вверх. Этот дисбаланс заставляет плазму двигаться вверх, так как равнодействующая сила будет направлена вверх [1].

Поставленная задача управления вертикальным положением плазмы решается на примере токамака Т-15МД [2]. Для подавления вертикальной неустойчивости плазмы конструкция токамака Т-15МД предусматривает обмотку горизонтального управляющего поля (ОГУП) (рис. 2) [1]. ОГУП расположена между вакуумной камерой и обмоткой тороидального поля. ОГУП перемещена в проекте токамак Т-15МД из местоположения между РF-катушками в местоположение, показанное на рис. 2. Это вызвано тем, что начальное расположение ОГУП создавало внутреннюю неустойчивость системы управления вертикальным положением плазмы с обратной связью [3, 4]. ОГУП в системе управления с обратной связью в случае возмущения плазменного шнура создает такое распределение магнитных полей, при котором равнодействующая сил Ампера, действующая на плазму, обращается в ноль (компенсируется) и вертикальное положение плазмы стабилизируется.

## 2. Модель объекта управления

В токамаке Т-15МД имеется большой радиус плазмы  $R_0 = 1,48$  м, малый радиус  $a = 0,67$  м, вытянутость  $k = 1,7-1,9$ , треугольность  $\delta = 0,3-0,4$ , ток плазмы  $I_p = 2$  МА, длительность импульса 1 с, а тороидальное магнитное поле на плазменной оси до  $B = 2$  Т [2]. При разработке системы управления вертикальным положением плазмы в токамаке Т-15МД использовалась модель плазмы (2) (история обоснования модели приведена в [5]) и линейная модель ОГУП (3) в пространстве состояний:

$$(2) \quad T_p \frac{dZ}{dt} - Z = K_p(I + d),$$

$$(3) \quad L \frac{dI}{dt} + RI = U.$$

С целью упрощения модели объекта в последующем решении задачи адаптивного управления в качестве исполнительного устройства была принята модель инвертора тока [6], которая в первом приближении моделируется постоянным коэффициентом усиления.

Тогда передаточная функция модели объекта управления состоит из последовательного соединения передаточных функций модели инвертора тока  $K_i$ , модели ОГУП  $\frac{K_c}{T_{cs}+1}$ , модели плазмы  $\frac{K_p}{T_p s-1}$  с возмущающим воздействием  $d < 1$  кА (рис. 2) [1]. При разработке робастного регулятора все коэффициенты в данной модели имеют неопределенность. Здесь в (2), (3)  $U$ ,  $I$  – напряжение и ток ОГУП,  $K_p$ ,  $T_p$ ,  $K_c$ ,  $T_c$  – коэффициенты усиления и постоянные времени модели плазмы и модели многофазного тиристорного выпрямителя соответственно,  $Z$  – смещение центра плазмы по вертикали.

Произведен расчет индуктивности  $L$  и активного сопротивления  $R$  ОГУП:  $L = 0,0042$  Гн,  $R = 0,09$  Ом по данным АО «НИИЭФА им. Д.В. Ефремова» [1]. Отсюда коэффициент усиления и постоянная времени для модели ОГУП равны соответственно  $K_c = \frac{1}{R} = 11,11$  Ом $^{-1}$  и  $T_c = \frac{L}{R} = 46,7$  мс. Нелинейный плазмозфизический код DINA, представленный в [7] сотрудниками АО «ГНЦ РФ ТРИНИТИ» (г. Троицк), идентифицирован в [8] с оценками постоянной времени  $T_p = 20,8$  мс и коэффициента усиления  $K_p = 1,78$  см/кА линеаризованной модели DINA-L в выбранной точке пространства параметров токамака Т-15МД.

Для исходной системы управления с алгоритмом адаптации использовалась робастная система управления, синтезированная посредством теории количественной обратной связи (Quantitative Feedback Theory – QFT) [9].

### 3. Синтез робастной системы управления величиной $Z$ методом QFT и тестирование на цифровом стенде реального времени

Линии постоянного модуля и постоянной фазы замкнутой системы управления в координатах амплитуда–фаза строятся на диаграмме Николса посредством теории QFT (рис. 3,а). Эти характеристики называются QFT-границами и вычисляются для разных параметров системы, поэтому содержат всю информацию неопределенной модели (рис. 3,а).

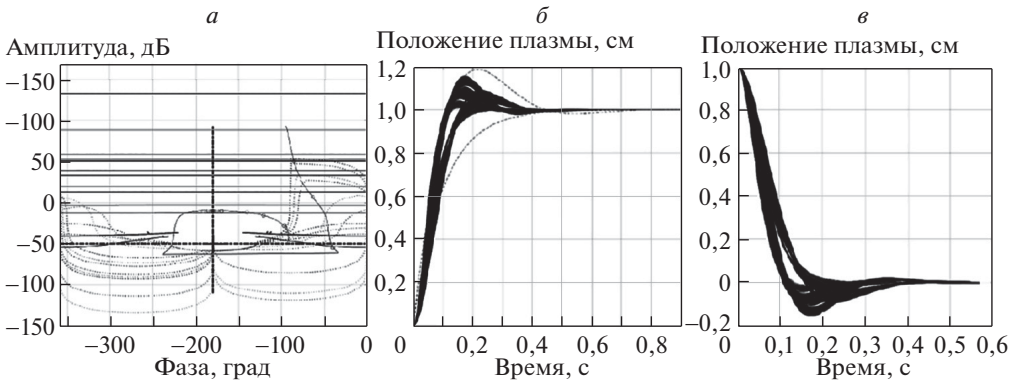


Рис. 3. а – АФЧХ разомкнутой системы и границы на диаграмме Николса, б – переходные функции системы с обратной связью для разных параметров звеньев модели объекта при подаче задающего воздействия, в – переходные процессы системы при подаче внешнего воздействия.

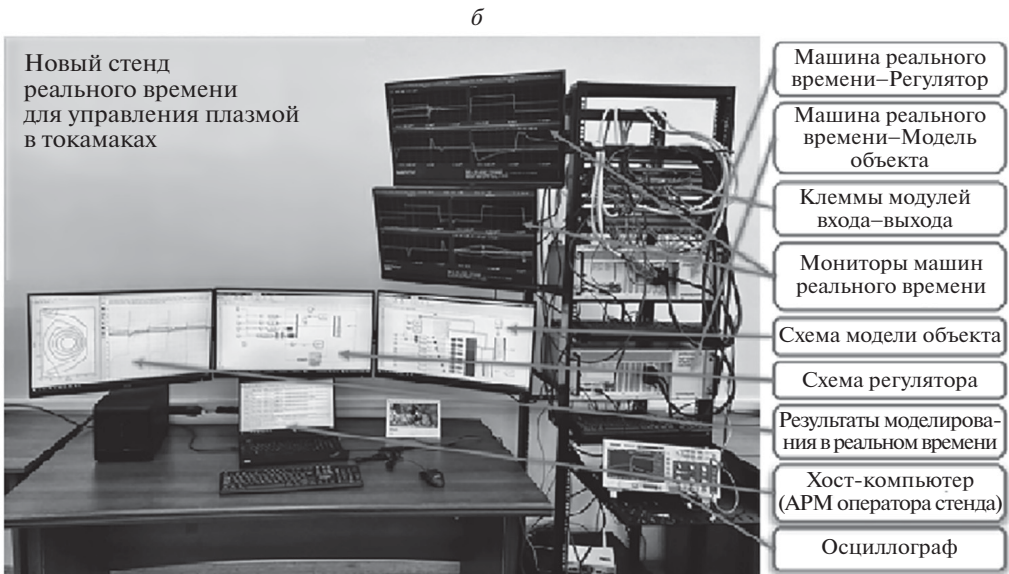
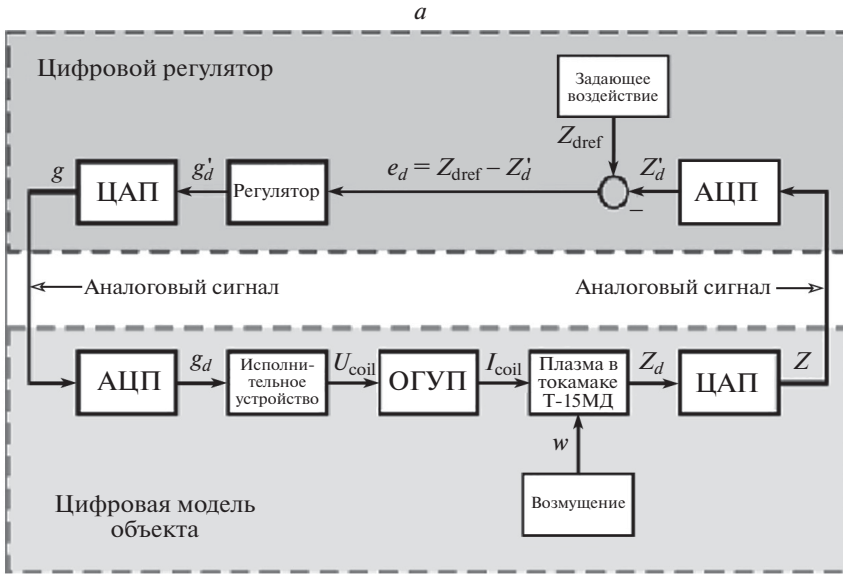


Рис. 4. *a* — Структурная схема системы управления на цифровом стенде реального времени в дискретном виде с АЦП и ЦАП; *б* — цифровой стенд реального времени для моделирования систем управления плазмой в токамаках.

С использованием заданных границ и диаграммы Николса (рис. 3, *a*) синтезирован робастный ПИД-регулятор:

$$C(s) = P + \frac{I}{s} + D \frac{N}{1 + \frac{N}{s}}$$

с параметрами  $P = 39$ ,  $I = 563$ ,  $D = 1,38$ ,  $N = 12\,291$ . Система управления с данным регулятором не имеет статической ошибки, время установления

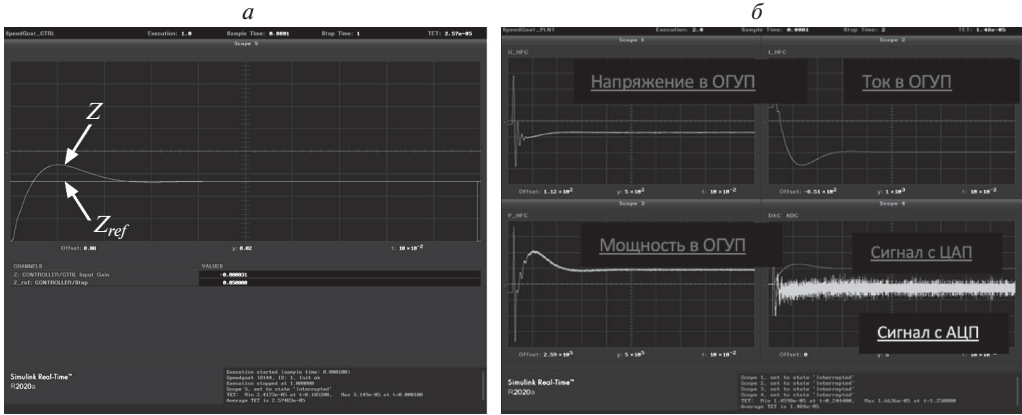


Рис. 5. *а* — Переходная функция системы управления от ступенчатого воздействия 5 см в реальном времени; *б* — сигналы напряжения, тока и мощности в ОГУП и сигналы с АЦП и ЦАП от ступенчатого воздействия 5 см в реальном времени.

переходного процесса около 300 мс (рис. 3,б), подавляет внешнее возмущение также за 300 мс (рис. 3,в).

Полученная система управления переведена в дискретное время методом «zoh» (zero order hold – фиксация нулевого порядка) с периодом дискретизации 100 мкс и протестирована на цифровом стенде реального времени Speedgoat Performance под операционной системой SimulinkRT [10–12]. Компьютеры реального времени, соединенные в обратную связь «модель объекта – регулятор», обеспечивают максимально быстрый переход от моделирования систем управления в компьютерной среде MATLAB/Simulink к тестированию в реальном времени на цифровом стенде (рис. 4,а). Цифровой регулятор и цифровая модель объекта в стенде передают друг другу аналоговые сигналы с помощью ЦАП и АЦП (рис. 4,б).

Быстродействие систем реального времени определяется временем выполнения задачи (TET – task execution time). Оно складывается из времени, затрачиваемого на расчет моделей компонентов токамака и алгоритмов управления, и времени на опрос модулей входа-выхода. Для разработанной системы управления с робастным регулятором TET получилось около 14,6 мкс. Для номинальной работы систем реального времени TET должно быть не больше временного шага в численном алгоритме решения разностных уравнений (для данного случая – 100 мкс). График изменения положения плазмы и графики изменения напряжения, тока и мощности в ОГУП приведены на рис. 5, а,б.

#### 4. Адаптивное управление плазмой в течение одного разряда

Задача заключается в идентификации изменяющейся модели плазмы и последующей настройке регулятора в течение одного разряда, составляющего около 1 с.

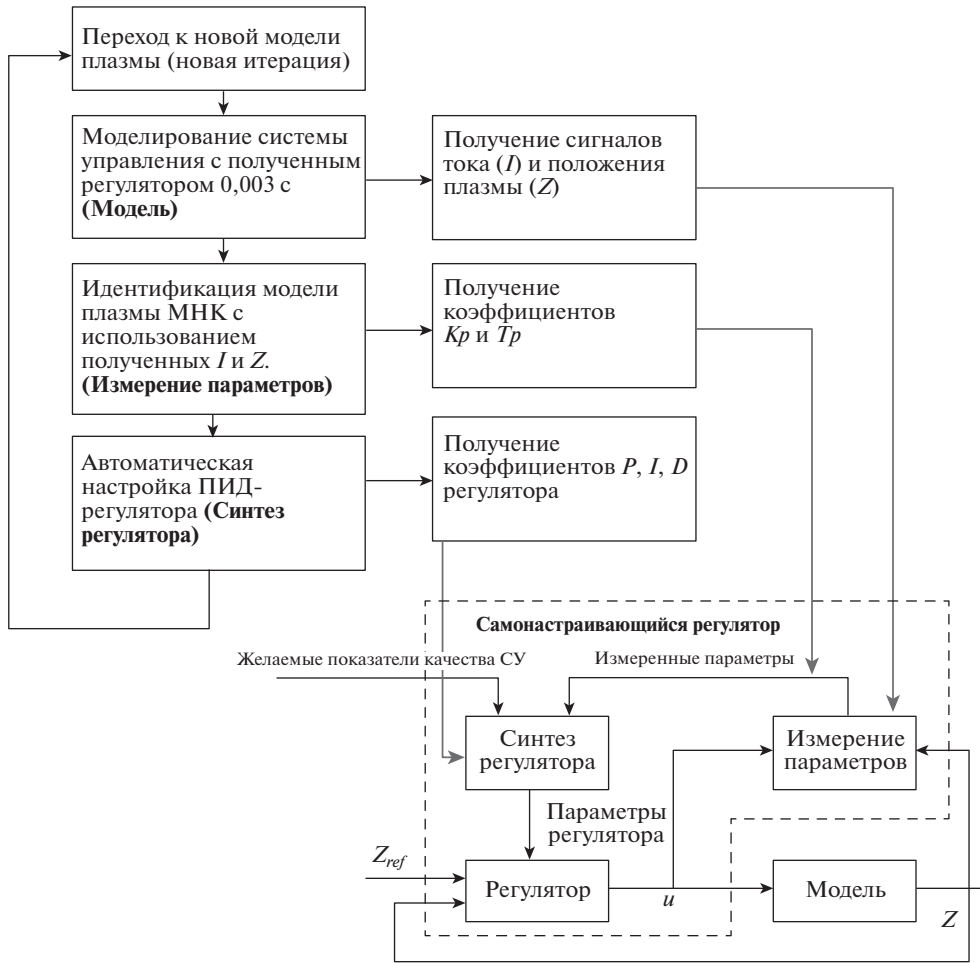


Рис. 6. Система с алгоритмом адаптивного управления вертикальным положением плазмы в течение разряда.

В качестве модели объекта управления была принята модель плазмы с двумя переменным параметрами  $K(t)$  и  $T(t)$ :

$$(4) \quad T(t) \frac{dZ(t)}{dt} - Z(t) = K(t)I(t),$$

с последовательно соединенной линейной моделью ОГУП с известными постоянными параметрами

$$L \frac{dI(t)}{dt} + RI(t) = U(t).$$

Имитируя эволюцию модели плазмы (4), коэффициенты модели плазмы изменяются по линейному закону от нижней грани до верхней в течение работы алгоритма – коэффициент  $K \in [1,78; 7,61]$  см/кА, коэффициент  $T \in [0,0208; 0,093]$  с, параллельно выполняются идентификация модели плазмы и синтез нового ПИД-регулятора. На рис. 6 показана система с алгорит-

мом адаптивного управления вертикальным положением плазмы в течение разряда.

Задача идентификации параметров модели плазмы была решена путем применения линейной регрессии и метода наименьших квадратов [13]. По тридцати последовательным измерениям в дискретных точках с шагом квантования входного и выходного сигналов  $Z(k)$ ,  $I(k)$  вычисляются оценка  $\widehat{T}$  параметра  $T$  и оценка  $\widehat{K}$  параметра  $K$ , для получения которых минимизируется следующий функционал:

$$(5) \quad J_k = \sum_{k=1}^{30} \left( T \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} - Z(k) - KI(k) \right)^2.$$

Находя частные производные по оцениваемым параметрам функционала (5), получим формулы для их оценки:

$$J_k = \widehat{K}^2 I(k)^2 + 2\widehat{K}I(k)Z(k) - 2\widehat{K}I(k)\widehat{T} \left( \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} \right) + Z(k)^2 - 2Z(k)\widehat{T} \left( \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} \right) + \widehat{T}^2 \left( \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} \right)^2 \rightarrow \min,$$

$$(6) \quad \frac{dJ_k}{d\widehat{K}} = 2\widehat{K}I(k)^2 + 2I(k)Z(k) - 2I(k)\widehat{T} \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} = 0,$$

$$(7) \quad \frac{dJ_k}{d\widehat{T}} = 2\widehat{T} \left( \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} \right)^2 - 2Z(k) \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} - 2I(k)\widehat{T} \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} = 0.$$

Преобразуем уравнения (6), (7):

$$(8) \quad \widehat{T} \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} - Z(k) - \widehat{K}I(k) \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} = 0,$$

$$(9) \quad KI(k) + I(k)Z(k) - I(k)\widehat{T} \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} = 0.$$

Выразим оценки для коэффициентов  $K$  и  $T$  из (8) и (9):

$$\widehat{T} = \frac{Z(k)}{\frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t}}, \quad \widehat{K} = \frac{\widehat{T} \frac{Z(k+1) - Z(k)}{\Delta t} - Z(k)}{I(k)}.$$

После измерения сигналов  $I$ ,  $Z$  и оценки параметров  $T$  и  $K$  изменяющейся модели плазмы необходимо синтезировать регулятор. Для решения этой задачи выбран ПИД-регулятор [14], который автоматически настраивается методом заданного расположения корней характеристического многочлена в левой полуплоскости комплексной плоскости на каждой итерации настройки регулятора (каждые 0,023 с). При этом на первой итерации моделирования системы управления использовался ПИД-регулятор, предварительно синтезированный методом QFT.



Преобразуем передаточную функцию ПИД-регулятора с фильтром (10)

$$(10) \quad C(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \frac{\tau_D s}{\tau_f s + 1} \right)$$

к общему знаменателю и введем обозначения:

$$C(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{s(s + l_0)},$$

$$\text{где } c_2 = \frac{K_c(\tau_I \tau_D + \tau_I \tau_f)}{\tau_I \tau_f}, \quad c_1 = \frac{K_c(\tau_I + \tau_f)}{\tau_I \tau_f}, \quad c_0 = \frac{K_c}{\tau_I \tau_f}, \quad l_0 = \frac{1}{\tau_f}.$$

Для ПИД-регулятора неустойчивая модель объекта управления будет иметь вид

$$G(s) = \frac{K_p K_c K_i}{(T_p s - 1)(T_c s + 1)} = \frac{K}{T_p T_c s^2 + (T_p - T_c) s - 1}.$$

Передаточная функция замкнутой системы управления:

$$\frac{K(c_2 s^2 + c_1 s + c_0)}{T_p T_c s^4 + (T_p - T_c) s^3 + (K c_2 + l_0 T_p T_c - 1) s^2 + (l_0 T_p - l_0 T_c + K C_1) s + c_0 K - l_0}.$$

Выпишем характеристическое уравнение и приравняем его к полиному с заданными коэффициентами:

$$\begin{aligned} s^4 + \frac{T_p - T_c + l_0 T_p T_c}{T_p T_c} s^3 + \left( \frac{l_0 T_p - l_0 T_c + K c_1 - 1}{T_p T_c} \right) s^2 + \frac{c_0 K - l_0}{T_p T_c} s + \frac{c_0 K}{T_p T_c} &= \\ &= s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0. \end{aligned}$$

Путем сравнения коэффициентов обеих частей многочленов получаются четыре линейных уравнения:

$$(11) \quad \begin{cases} \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_p} + l_0 = a_3, \\ K c_2 - 1 + (T_p - T_c) l_0 = a_2, \\ \frac{K}{T_p T_c} c_1 - \frac{l_0}{T_p T_c} = a_1, \\ \frac{K}{T_p T_c} c_0 = a_0. \end{cases}$$

Параметры ПИД-регулятора находятся путем решения системы линейных уравнений (11) в виде

$$\begin{bmatrix} l_0 \\ c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ T_p - T_c & K & 0 & 0 \\ \frac{-1}{T_p T_c} & 0 & \frac{K}{T_p T_c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K}{T_p T_c} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_3 - \frac{T_p - T_c}{T_p T_c} \\ a_2 + 1 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix}.$$

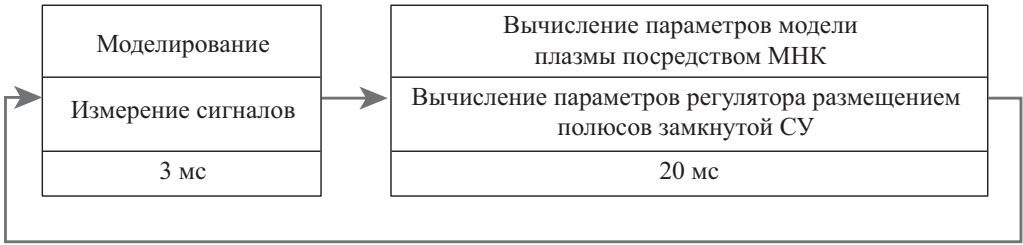


Рис. 7. Алгоритм адаптивного управления неустойчивым вертикальным положением плазмы.

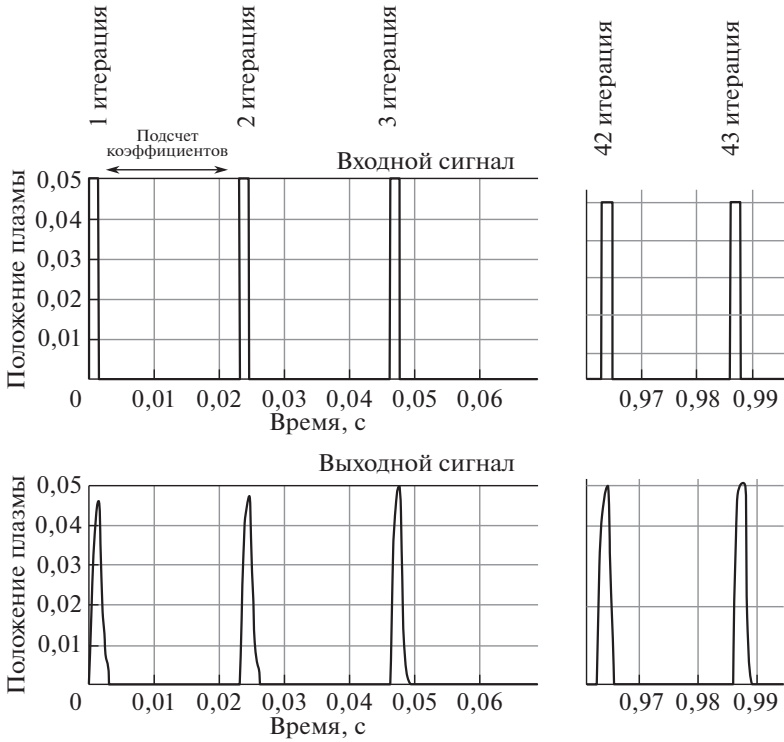


Рис. 8. Результаты моделирования системы управления неустойчивым вертикальным положением плазмы, осуществляющей 43 итерации настройки регулятора под изменяющуюся модель плазмы.

На рис. 7 проиллюстрирован алгоритм адаптивного управления неустойчивым вертикальным положением плазмы, состоящий из двух этапов: измерения и запоминания входного и выходного сигналов модели плазмы, т.е.  $I$  и  $Z$  в течение 3 мс с шагом дискретизации 100 мкс, и в течение 0,02 с вычисления параметров модели плазмы и на их основе параметров ПИД-регулятора. Таким образом, в дискретной системе имеются два шага: общий шаг работы системы 100 мкс и шаг идентификации параметров модели объекта и настройки параметров регулятора, равный 0,023 с. Следовательно, в течение

одного разряда, составляющем около 1 с, можно осуществить 43 итерации настройки регулятора (рис. 7).

Результаты работы алгоритма адаптивного управления в замкнутой системе представлены на рис. 8.

## 5. Заключение

При линейном изменении коэффициентов модели плазмы  $T_p \in [0,0208; 0,093]$  с,  $K_p \in [1,78; 7,61]$  см/кА на каждой итерации произведены их оценка посредством МНК и настройка ПИД-регулятора методом расположения корней характеристического полинома замкнутой системы в левой полуплоскости комплексной плоскости. При этом выбирались заданные коэффициенты характеристического уравнения  $a_0 = -0,0004$ ,  $a_1 = 6e - 08$ ,  $a_2 = -4e - 12$ ,  $a_3 = 1e - 16$  для настройки регулятора. Алгоритм адаптации в течение одной секунды совершает 43 настройки регулятора, что достаточно для реального объекта управления – токамака Т15-МД.

В настоящее время робастные [15], адаптивные [16] и робастно-адаптивные [17] системы управления продолжают развиваться [18]. Наибольшего внимания заслуживают робастно-адаптивные системы управления с применением нейронных сетей [19], что также может применяться для управления плазмой в токамаках в ближайшей перспективе.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mitrishkin Y.V., Pavlova E.A., Kuznetsov E.A., Gaydamaka K.I.* Continuous, saturation, and discontinuous tokamak plasma vertical position control systems // Fusion Engineering and Design, Elsevier Publ. 2016. V. 108. P. 35–47.
2. *Хвостенко П.П., Анашкин И.О., Бондарчук Е.Н., Инютин Н.В., Крылов В.А., Левин И.В., Минеев А.Б., Соколов М.М.* Экспериментальная термоядерная установка Токамак Т-15МД // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. 2019. Т. 42. № 1. С. 15–38.
3. *Митришкин Ю.В., Карцев Н.М., Зенков С.М.* Стабилизация неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке Т-15. I // АИТ. 2014. № 2. С. 129–147. *Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Zenkov S.M.* Stabilization of Unstable Vertical Position of Plasma in T-15 Tokamak. I // Autom. Remote Control. 2014. V. 75. No. 2. P. 281–293.
4. *Митришкин Ю.В., Карцев Н.М., Зенков С.М.* Стабилизация неустойчивого вертикального положения плазмы в токамаке Т-15. II // АИТ. 2014. № 9. С. 31–44. *Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Zenkov S.M.* Stabilization of Unstable Vertical Position of Plasma in T-15 Tokamak. II // Autom. Remote Control. 2014. V. 75. No. 9. P. 1565–1576.
5. *Митришкин Ю.В., Коньков А.Е., Корнев П.С.* Сравнительное исследование систем управления реальным временем вертикальным положением плазмы в токамаке с разными источниками питания обмотки горизонтального управляющего поля // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. 2022. Т. 45. № 3. С. 34–49.

6. *Kuznetsov E.A., Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M.* Current Inverter as Auto-Oscillation Actuator in Applications for Plasma Position Control Systems in the Globus-M/M2 and T-11M Tokamaks // *Fusion Engineering and Design*. 2019. V. 143. No. 3. P. 247–258.
7. *Khayrutdinov R.R., Lukash V.E.* Studies of plasma equilibrium and transport in a tokamak fusion device with the inverse-variable technique // *J. Comput. Phys.* 1993. V. 109. No. 2. P. 193–201.
8. *Mitrishkin Y.V., Kartsev N.M., Zenkov S.M.* Vertical position, shape, and current control in T-15 tokamak // *Proc. the IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control*. Saint Petersburg, 2013. P. 1820–1825.
9. *Garcia-Sanz M.* Robust Control Engineering. Practical QFT solutions. USA: CRC Press, 2017.
10. *Mitrishkin Y.V.* Plasma magnetic control systems in D-shaped tokamaks and imitation digital computer platform in real time for controlling plasma current and shape // *Advances in Systems Science and Applications*. 2022. V. 22. No. 1. P. 1–14.
11. *Митришкин Ю.В., Коньков А.Е., Корнев П.С.* Цифровой моделирующий стенд реального времени для управления плазмой в токамаках // *Материалы XVI Международной конференции. Устойчивость и колебания нелинейных систем управления (конференция Пятницкого)*. Москва, 2022. С. 286–289.
12. *Митришкин Ю.В.* Способ магнитного управления плазмой в токамаке в реальном времени и устройство для его осуществления // *Патент на Изобретение № 2773508*. Приоритет изобретения 29.09.2021 г. Дата государственной регистрации в Государственном реестре изобретений РФ 06.06.2022 г. Федеральный институт промышленной собственности (ФИПС).
13. *Льюнг Л.* Идентификация систем / *Теория пользователя: Пер. с англ.* Под ред. Я.З. Цыпкина. М.: Наука, 1991.
14. *Wang L.* PID Control System Design and Automatic Tuning using MATLAB/Simulink. UK: Wiley, 2020.
15. *Skogestad S., Postlethwaite I.* Multivariable Feedback Control. Analysis and Design. UK: Wiley, 2005.
16. *Тюкин И.Ю., Терехов В.А.* Адаптация в нелинейных динамических системах. М.: Издательство ЛКИ, 2008.
17. Adaptive Robust Control Systems / *By Anh Tuan Le (Editor)*. IntechOpen, March 2018. 362 p. <https://doi.org/10.5772/intechopen.68813>
18. *Abdalla T.* Adaptive Data-Driven Control for Linear Time Varying Systems // *Machines*. 2021. V. 9. No. 8. P. 167.
19. *Yecheil O., Guterman H.* A survey of adaptive control // *International Robotics & Automation Journal*. 2017; 3(2): 290–292. <https://doi.org/10.15406/iratj.2017.03.00053>

*Статья представлена к публикации членом редколлегии А.И. Михальским.*

Поступила в редакцию 31.05.2023

После доработки 19.09.2023

Принята к публикации 30.09.2023