

## Стохастические системы

© 2023 г. И.Б. БУРДОНОВ, д-р физ.-мат. наук (igor@ispras.ru),  
Н.В. ЕВТУШЕНКО, д-р. техн. наук (evtushenko@ispras.ru),  
А.С. КОСАЧЕВ, канд. физ.-мат. наук (kos@ispras.ru)  
(Институт системного программирования РАН  
им. В.П. Иванникова, Москва),  
Н.Г. КУШИК, д-р физ.-мат. наук  
(natalia.kushik@telecom-sudparis.eu)  
(SAMOVAR, Telecom SudParis,  
Institut Polytechnique de Paris, Палезо, Франция)

### О СИНТЕЗЕ БЕЗУСЛОВНЫХ УСТАНОВОЧНЫХ И СИНХРОНИЗИРУЮЩИХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ДЛЯ НАБЛЮДАЕМЫХ ВХОДО-ВЫХОДНЫХ ПОЛУАВТОМАТОВ<sup>1</sup>

Исследуется проблема построения синхронизирующих и установочных экспериментов для недетерминированных входо-выходных полуавтоматов; соответствующие входные последовательности активно используются при тестировании (неинициальных) дискретных систем. При активном тестировании появляется возможность установить предъявленный полуавтомат в известное состояние; при пассивном тестировании знание текущего состояния дает возможность сократить количество проверок требуемых свойств и, как следствие, снизить сложность тестирования. Отмечается, что такие эксперименты для входо-выходных полуавтоматов отличаются от хорошо известных “умозрительных” экспериментов с классическими конечными автоматами, устанавливаются условия существования и правила построения таких экспериментов при заранее определенной дисциплине подачи входных сигналов, что позволяет свести задачи построения установочного и синхронизирующего экспериментов к хорошо известной задаче построения установочного и синхронизирующего экспериментов для подходящих конечных автоматов.

*Ключевые слова:* конечный входо-выходной полуавтомат, установочная последовательность, синхронизирующая последовательность.

DOI: 10.31857/S0005231023060041, EDN: CSFOPZ

## 1. Введение

Проблема идентификации состояний в конечных автоматах (Finite State Machine или FSM в англоязычной литературе) является актуальной. Иден-

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при частичной поддержке Российского научного фонда (проект № 22-029-01189).

тификация состояний используется в различных приложениях, в частности для уменьшения сложности при активном и пассивном тестировании [1, 4, 5]. При активном тестировании наличие идентификационных последовательностей позволяет сократить длину теста. В [5] иллюстрируются, как установочные и синхронизирующие последовательности могут ускорить / оптимизировать мониторинг (компонентов) систем связи. Идентификация состояний проводится на основе *умозрительного* (*gedanken*) эксперимента с конечным автоматом [1] и состоит в подаче входной последовательности на исследуемый автомат, наблюдении за выходной реакцией и заключении о начальном или текущем состоянии автомата. Если делается вывод о текущем состоянии конечного автомата (состоянии после эксперимента), то эксперимент называется *установочным* или *синхронизирующим*. При синхронизирующем эксперименте нет необходимости в наблюдении выходных реакций исследуемого автомата, в то время как в установочном эксперименте текущее состояние автомата, предъявленного к эксперименту, однозначно определяется на основе выходной реакции автомата. Если подаваемая входная последовательность определяется заранее и не изменяется в процессе эксперимента, то эксперимент называется безусловным. В этом случае можно говорить о синхронизирующей или установочной последовательности, и существует много публикаций о методах построения таких последовательностей для детерминированных и недетерминированных, полностью и частично определенных автоматов (см., например, [2, 7]).

Однако возможности конечных автоматов при описании поведения (компонентов) коммуникационных систем весьма ограничены. Более общей моделью является конечный входо-выходной полуавтомат [3, 8], который также активно используется при синтезе тестов. В таком полуавтомате переходы между состояниями помечаются не парой <входной, выходной символ>, а одним входным или выходным символом. В [6] проблема идентификации состояний для входо-выходных полуавтоматов изучалась для случая, когда в каждом состоянии разрешены только входные или только выходные символы, достаточно часто называемые также *действиями*. В настоящей работе этот подход расширяется на полуавтоматы с состояниями, в которых возможны и входные, и выходные действия. Основные отличия от предыдущей публикации следующие: расширяется класс исследуемых полуавтоматов и в связи с этим безусловный эксперимент определяется на трассе полуавтомата, а не для входной последовательности. Кроме того, рассматриваются необходимые при активном тестировании устойчиво установочные последовательности, соответствующие полным трассам, т.е. трассам, которые переводят полуавтомат из любого состояния в устойчивое состояние, где не определены переходы по выходным символам. Основной научный вклад данной статьи — определение установочных и синхронизирующих *экспериментов* для конечных входо-выходных полуавтоматов и адаптация известных методов для проверки существования и построения таких экспериментов.

Структура статьи следующая. Второй раздел содержит необходимые определения и обозначения. В третьем разделе вводятся понятия синхронизирующего и установочного экспериментов для входо-выходных полуавтоматов. Четвертый раздел посвящен методам проверки существования и синтеза таких экспериментов. В заключении подводятся итоги работы и обсуждаются перспективы дальнейших научных исследований.

## 2. Основные определения и обозначения

Конечный входо-выходной *полуавтомат* (далее просто *полуавтомат*) есть четверка  $\mathbf{S} = (S, I, O, h_S)$ , где  $S$  — конечное непустое множество состояний,  $I$  — конечное множество входных действий,  $O$  — конечное множество выходных действий,  $I \cap O = \emptyset$ , и  $h_S \subseteq (S \times (I \cup O) \times S)$  есть отношение переходов. Из практических соображений предполагается, что множество  $(I \cup O)$  не является пустым. Полуавтомат  $\mathbf{S}$ , в котором для любого действия в каждом состоянии существует не более одного перехода, помеченного этим действием, называется *наблюдаемым*. Полуавтомат  $\mathbf{S}$ , в котором каждое состояние может быть начальным, называется *неинициальным*. В данной работе мы рассматриваем наблюдаемые неинициальные полуавтоматы.

Существует переход из состояния  $s$  в состояние  $s'$  под действием символа  $a$ , если и только если тройка  $(s, a, s') \in h_S$  принадлежит отношению переходов  $h_S$ . Полуавтомат *недетерминированный*, если в некотором состоянии определены несколько выходных символов [6]. Далее рассматриваются только наблюдаемые, возможно недетерминированные полуавтоматы, если явно не сказано иное. Полуавтомат обычно рассматривается как трассовая модель, где под трассой в состоянии  $s$  понимается последовательность действий из алфавита  $(I \cup O)$ , допустимая в этом состоянии. Обозначим через  $S_{st}$  множество состояний, в которых не определены переходы по выходным символам; такие состояния будем называть *устойчивыми* состояниями: полуавтомат может оставаться в таком состоянии сколь угодно долго, пока на его вход не будет подано некоторое входное воздействие (входной символ). В частности, в полуавтомате могут быть состояния, в которых не определены никакие действия. Множество всех таких состояний обозначается как  $S_{und}$ . Состояние полуавтомата называется *смешанным* состоянием, если в состоянии определены входные и выходные символы.

Трасса в состоянии  $s$  называется *полной*, если она заканчивается в состоянии из  $S_{st}$ . Для возможного наблюдения таких трасс вводится специальный выходной символ  $\delta \notin I \cup O$ , так называемый “*молчаливый* символ (quiescence)” [8], т.е. в каждом состоянии, в котором не определены переходы по выходным символам, добавляется петля по символу  $\delta$ , который считается выходным символом, и в результате получается полуавтомат  $\mathbf{S}^\delta$ . В полуавтомате  $\mathbf{S}^\delta$  выходной алфавит есть  $O \cup \{\delta\}$ . Таким образом, трасса  $\sigma$  полуавтомата  $\mathbf{S}$  является *полной* в состоянии  $s$  тогда и только тогда, когда в полуавтомате  $\mathbf{S}^\delta$  в состоянии  $s$  есть трасса  $\sigma\delta$ , что соответствует тому, что после этой трассы

не может появиться ни один выходной символ из алфавита  $O$  (так называемые  $\delta$ -трассы). По определению из каждой трассы полуавтомата  $\mathbf{S}^\delta$  после удаления символов  $\delta$  получается трасса полуавтомата  $\mathbf{S}$ , и наоборот, если в трассу  $\sigma$  полуавтомата  $\mathbf{S}$  добавить любое число символов  $\delta$  после каждого префикса  $\sigma$ , который является полной трассой, то получится трасса полуавтомата  $\mathbf{S}^\delta$ .

### 3. Установочные эксперименты с входо-выходными полуавтоматами

Так же, как и для конечных автоматов [1], “умозрительные” эксперименты с полуавтоматами заключаются в подаче на полуавтомат входной последовательности, которая в случае полуавтоматов может быть пустой последовательностью, наблюдении выходной последовательности, которая также может быть пустой последовательностью, и выводе заключения о некоторых свойствах полуавтомата. Эксперимент называется *синхронизирующим* или *установочным*, если в результате эксперимента можно установить финальное (текущее) состояние полуавтомата. В отличие от конечных автоматов “умозрительные” эксперименты с полуавтоматами в общем случае не удастся описать посредством множества входных последовательностей с допустимыми выходными реакциями. Причиной является тот факт, что для одной и той же входной последовательности возможны различные трассы с одной и той же выходной реакцией. Например, для входной последовательности  $i_1 i_2$  возможны трассы  $i_1 o_1 i_2 o_2$  и  $i_1 i_2 o_1 o_2$ . В первом случае входной символ  $i_2$  подается только после получения реакции  $o_1$  до истечения специального таймаута  $T_{ex}$ , а во втором случае входной символ  $i_2$  подается в промежуток времени  $T_{ex}$ , и полуавтомат не “успевает” выдать выходной символ  $o_1$  до получения входного символа  $i_2$ . Соответственно при подаче входной последовательности должна учитываться определенная дисциплина подачи входных символов. Если начальное состояние, в котором подается входная последовательность, неизвестно, то *дисциплина* подачи такой последовательности должна удовлетворять каждому состоянию из множества начальных состояний.

Для формального представления дисциплины подачи входных сигналов в работе используются специальный входной символ  $\omega$  и копия  $s'$  для каждого состояния  $s$  полуавтомата  $\mathbf{S}^\delta$ , в которую переносятся все выходные символы из состояния  $s$ . В состоянии  $s$  остаются только входные символы и символ  $\omega$ , переводящий полуавтомат из состояния  $s$  в его копию  $s'$ . В результате получается полуавтомат  $\mathbf{S}^{\delta\omega}$ . Соответственно из каждой трассы полуавтомата  $\mathbf{S}^{\delta\omega}$  после удаления символов  $\delta$  и  $\omega$  получается трасса полуавтомата  $\mathbf{S}$ , и обратно, если в трассу  $\sigma$  полуавтомата  $\mathbf{S}$  добавить любое число символов  $\delta$  после каждого префикса  $\sigma$ , который является полной трассой, и символ  $\omega$  перед каждым выходным символом, включая  $\delta$ , то получится трасса полуавтомата  $\mathbf{S}^{\delta\omega}$ .

Для полуавтомата “умозрительные” эксперименты можно описать посредством трасс, которые содержат входные и выходные действия, а также “искусственные” символы  $\delta$  и  $\omega$ . Введенному символу  $\omega$  соответствует специальный таймаут  $T_{ex}$ ; выходному символу  $\delta$  — таймаут  $T_{вых}$ . Символ  $\omega$  во входной последовательности “говорит”, что в пределах таймаута  $T_{ex}$  нельзя подать ни один входной символ. После этого ожидается выходной символ в пределах таймаута  $T_{вых}$ ; если выходной символ не производится, то считается, что полуавтомат выдал выходной символ  $\delta$ .

Как обычно, предполагается, что исходный полуавтомат имеет не менее двух состояний, поскольку для полуавтомата с одним состоянием отсутствует задача установки полуавтомата в известное состояние. Эксперимент по идентификации текущего состояния полуавтомата проводится следующим образом. Входная последовательность эксперимента есть последовательность вида  $\alpha = \omega^{t_1} i_1 \dots \omega^{t_k} i_k \omega^{t_{k+1}}$ ,  $i_j \in I$ ,  $j = 1, \dots, k$ . Если в текущий момент времени требуется подать входной символ  $i_j \in I$ ,  $j = 1, \dots, k$ , то тестер подает этот входной сигнал в пределах временного промежутка  $T_{ex}$ , и после этого таймер “сбрасывается”. Если в последовательности находится символ  $\omega$ , то тестер ожидает выходной сигнал. Если система выдает выходной символ, то таймер “сбрасывается”, и анализируется следующий входной символ последовательности  $\alpha$ . Если за время  $T_{вых}$  система не произвела выходного символа, то предполагается, что система выдала выходной символ  $\delta$ , и таймер “сбрасывается”.

Пусть  $\alpha = \omega^{t_1} i_1 \dots \omega^{t_k} i_k \omega^{t_{k+1}}$ ,  $i_j \in I$ ,  $j = 1, \dots, k$ , — последовательность, содержащая входные символы полуавтомата и символ  $\omega$ . Трасса  $\sigma$  в состоянии  $s$  полуавтомата  $\mathbf{S}^\delta$  называется *совместимой* с  $\alpha$ , если имеет вид  $\beta_1 i_1 \dots \beta_k i_k \beta_{k+1}$ , где  $\beta_j$  — последовательность длины  $t_j$  из выходных символов и символа  $\delta$ ,  $j = 1, \dots, k + 1$ . Для входо-выходных полуавтоматов возможны два различных определения установочной последовательности, которые при тестировании дискретных систем, вообще говоря, неявно соответствуют различным режимам тестирования: активному и пассивному. При активном тестировании установочный эксперимент должен установить систему в известное конечное состояние, причем момент подачи самого теста может быть любым после установки системы. В этом случае установочная последовательность должна перевести полуавтомат в устойчивое состояние. При пассивном тестировании не требуется, чтобы установочная последовательность перевела полуавтомат в устойчивое состояние. Соответственно предлагаются два определения установочной последовательности.

Последовательность  $\alpha \in (I \cup \{\omega\})^*$  называется *установочной* для полуавтомата  $\mathbf{S}$ , если 1) в каждом состоянии существует трасса в  $\mathbf{S}^\delta$ , совместимая с  $\alpha$ , и 2) для любых двух состояний  $s_1$ ,  $s_2$  и любой общей трассы  $\sigma$  в этих состояниях, совместимой с  $\alpha$ ,  $\sigma$  переводит полуавтомат из состояний  $s_1$  и  $s_2$  в одно и то же состояние. Если  $\alpha$  — установочная последовательность для полуавтомата  $\mathbf{S}$  и существует состояние  $s$  такое, что любая трасса  $\sigma$ , совме-

стимая с  $\alpha$ , переводит полуавтомат из любого состояния в состояние  $s$ , то  $\alpha$  называется *синхронизирующей* для полуавтомата  $\mathbf{S}$ .

Последовательность  $\alpha$  называется *устойчиво установочной* для полуавтомата  $\mathbf{S}$ , если 1) в каждом состоянии существует трасса в  $\mathbf{S}^\delta$ , совместимая с  $\alpha$ , причем совместимыми являются только полные трассы, 2) для любых двух состояний  $s_1, s_2$  и любой общей полной трассы  $\sigma$  в этих состояниях, совместимой с  $\alpha$ ,  $\sigma$  переводит полуавтомат из состояний  $s_1$  и  $s_2$  в одно и то же состояние. В этом случае после подачи установочной последовательности полуавтомат закончит работу в устойчивом состоянии, в котором может оставаться бесконечно долго, например до подачи тестовой последовательности. Если  $\alpha$  — устойчиво установочная последовательность для полуавтомата  $\mathbf{S}$  и существует состояние  $s$  такое, что любая полная трасса  $\sigma$ , совместимая с  $\alpha$ , переводит полуавтомат из любого состояния в состояние  $s$ , то  $\alpha$  называется *устойчиво синхронизирующей* для полуавтомата  $\mathbf{S}$ . Непосредственно из определения установочной/синхронизирующей последовательности следует следующее

*Утверждение 1.* 1. В полуавтомате не существует установочной (синхронизирующей) последовательности, если для любой входной последовательности  $\gamma \in I^*$  существует состояние, в котором отсутствует трасса с подходящей входной проекцией. 2. В полуавтомате не существует устойчиво установочной (синхронизирующей) последовательности, если для любой входной последовательности  $\gamma \in I^*$  существует состояние, в котором отсутствует полная трасса с такой входной проекцией. 3. В полуавтомате с числом состояний не меньше двух не существует (устойчиво) установочной (синхронизирующей) последовательности, если множество  $S_{und}$  содержит больше одного состояния. 4. В полуавтомате не существует устойчиво установочной (устойчиво синхронизирующей) последовательности, если в каждом состоянии полуавтомата определен хотя бы один выходной символ, отличный от  $\delta$ , т.е. множество  $S_{st}$  является пустым.

Если в полуавтомате  $\mathbf{S}$  нет ни одного перехода, помеченного выходным символом из  $O$ , то входе-выходной полуавтомат становится классическим автоматом без выходных символов, для которого рассматривается только существование синхронизирующей последовательности [7]. Если в полуавтомате нет переходов, помеченных входными символами из  $I$ , то для наблюдаемого полуавтомата устойчиво установочная/синхронизирующая последовательность есть последовательность, состоящая только из символов  $\omega$ , т.е. полуавтомат только выдает выходные символы с интервалом, не меньшим  $T_{вых}$ . Такая последовательность является устойчиво установочной для полуавтомата  $\mathbf{S}$ , если и только если любая трасса в любом состоянии полуавтомата  $\mathbf{S}^\delta$ , совместимая с такой последовательностью, является полной и для любых двух состояний  $s_1$  и  $s_2$  и любой общей выходной последовательности  $\beta$  в этих состояниях  $\beta$  переводит полуавтомат из состояний  $s_1$  и  $s_2$  в одно и то же состояние.

Пусть  $\alpha$  — установочная последовательность для наблюдаемого полуавтомата  $\mathbf{S}$  и  $b \in I \cup \{\omega\}$ . Если для последовательности  $ab$  ( $b\alpha$ ) в каждом состоянии существует трасса в  $\mathbf{S}^\delta$ , совместимая с  $ab$  ( $b\alpha$ ), то можно показать, что  $ab$  ( $b\alpha$ ) тоже установочная последовательность. Подобное утверждение имеет место также для устойчиво установочных последовательностей.

*Утверждение 2. 1. Если  $\alpha$  — установочная последовательность для полуавтомата  $\mathbf{S}$ , то последовательности  $ab$  и  $b\alpha$ ,  $b \in I \cup \{\omega\}$ , для которых в каждом состоянии существует трасса в  $\mathbf{S}^\delta$ , совместимая с  $ab$  ( $b\alpha$  соответственно), также суть установочные последовательности для полуавтомата  $\mathbf{S}$ . 2. Если  $\alpha$  — устойчиво установочная последовательность для полуавтомата  $\mathbf{S}$ , то последовательности  $ab$  и  $b\alpha$ , для которых в каждом состоянии существует полная трасса в  $\mathbf{S}^\delta$ , совместимая с  $ab$  ( $b\alpha$  соответственно) и все такие совместимые трассы являются полными, являются устойчиво установочными последовательностями для полуавтомата  $\mathbf{S}$ .*

#### 4. Проверка существования и построение безусловной установочной и синхронизирующей последовательностей для входо-выходного полуавтомата

Так же, как в [6], для построения установочной/синхронизирующей последовательности полуавтомат  $\mathbf{S}$  преобразуется в конечный автомат, чтобы воспользоваться хорошо известными методами идентификации финального состояния для конечных автоматов. Автомат  $M_S^{\delta\omega}$  содержит все состояния полуавтомата  $\mathbf{S}$  и строится следующим образом:

- в состоянии  $s$  для входного символа  $i \in I$  есть переход в состояние  $q$  с выходным символом  $\delta$ , если и только если в исходном полуавтомате есть переход из состояния  $s$  в состояние  $q$  по входному символу  $i$ ;
- в состоянии  $s$  для входного символа  $\omega \notin I$  есть переход в состояние  $q$  с выходным символом  $o$ , если и только если в исходном полуавтомате в состоянии  $s$  есть переход в  $q$  с выходным символом  $o$ ;
- в состоянии  $s$  автомата есть петля, помеченная парой  $\omega/\delta$ , если и только если  $s \in S_{st}$ .

Показывается, что полуавтомат  $\mathbf{S}$  имеет установочную (синхронизирующую) последовательность, если и только если  $M_S^{\delta\omega}$  обладает такой последовательностью с определенными свойствами.

Рассмотрим полуавтомат  $\mathbf{S}$  на рис. 1, по которому построен соответствующий конечный автомат  $M_S^{\delta\omega}$ . Построим установочную последовательность для этого автомата. Эта последовательность не может начинаться с входного символа  $i$ , так как этот входной символ не определен в состоянии 2. Поэтому в начальный момент времени подается  $\omega$  (т.е. фактически ничего не подается). Ожидается или  $o_2$  (полуавтомат перешел в известное состояние 4), или  $o_1$  (полуавтомат перешел в состояние 2 или 5), или после выходного таймаута известно, что текущее состояние 4 или 5. Поскольку переход

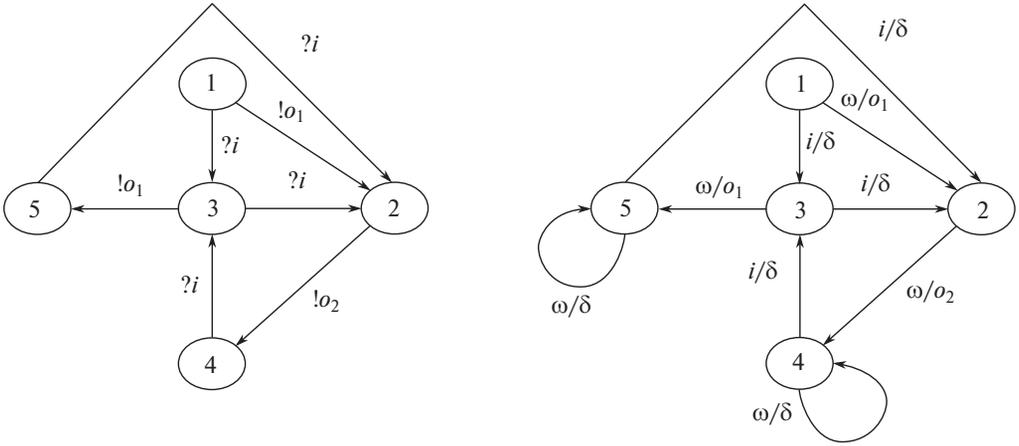


Рис. 1. Полуавтомат  $S$  и соответствующий ему конечный автомат  $M_S^{\delta\omega}$ .

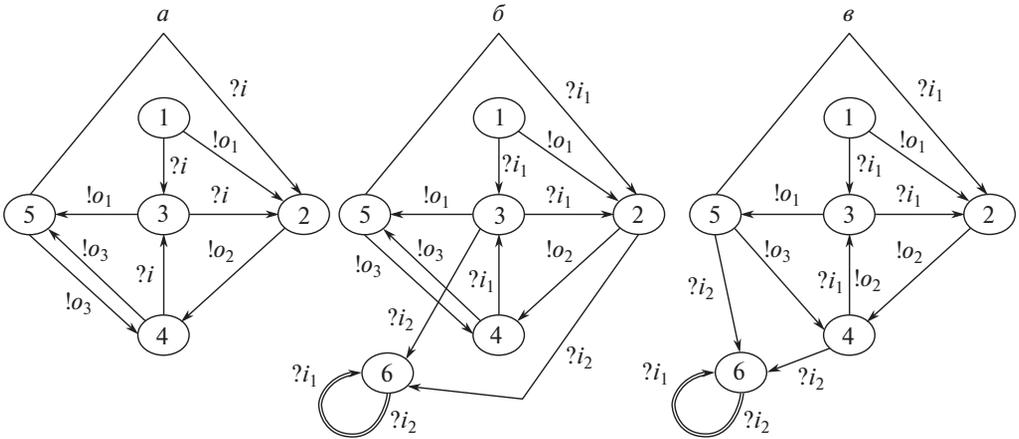


Рис. 2. Полуавтоматы с (устойчиво) установочными последовательностями.

по  $i$  не определен в состоянии 2, после выдачи выходного символа или истечения выходного таймаута снова ожидается выходной символ. В данном случае известно, что полуавтомат или попал в состояние 4 (выходной символ  $o_2$ ), или по-прежнему находится в состоянии 4 или 5. Подается входной символ  $i$ , полуавтомат попадает в состояние 2 или 3, и после этого снова ожидается выходной символ (входной символ  $\omega$ ). Если после этого выдается  $o_2$ , то полуавтомат оказался в состоянии 4, а если получено  $o_1$ , то — в состоянии 5. Таким образом, полуавтомат обладает установочной последовательностью  $\omega\omega i\omega$ , которая является в том числе устойчиво установочной, поскольку в любом состоянии каждая трасса, совместимая с  $\omega\omega i\omega$ , является полной.

Однако если в исходном полуавтомате не каждое состояние является устойчивым, то не всякая установочная последовательность автомата  $M_S^{\delta\omega}$

будет устойчиво установочной; такая последовательность должна заканчиваться только в устойчивых состояниях автомата; тем не менее такой полуавтомат может обладать устойчиво установочной последовательностью. На рис. 2,а приведен пример полуавтомата для случая, когда в полуавтомате есть установочная последовательность  $\omega\omega i\omega$ , но отсутствует устойчиво установочная последовательность. В примере на рис. 2,б есть установочные последовательности  $\omega\omega i_1\omega$  и  $\omega\omega i_1i_2$ , но только вторая последовательность устойчиво установочная. В примере на рис. 2,в устойчиво установочная последовательность  $\omega\omega i_1\omega i_2$  является продолжением установочной последовательности  $\omega\omega i_1\omega$ , которая не является устойчиво установочной. Для построения устойчиво установочной последовательности используется понятие  $S_{st}$ -установочной последовательности ( $S'$ -установочная последовательность [7]).

Установочная последовательность  $\gamma$  автомата  $M_S^{\delta\omega}$  называется  $S_{st}$ -установочной последовательностью, если все трассы автомата  $M_S^{\delta\omega}$  с входной проекцией  $\gamma$  и одной и той же выходной проекцией независимо от начального состояния заканчиваются в одном и том же состоянии из множества  $S_{st}$ , где  $S_{st}$  — множество устойчивых состояний полуавтомата  $\mathbf{S}$ , т.е. состояний, в которых нет переходов по выходным действиям. Если все трассы автомата  $M_S^{\delta\omega}$  с входной проекцией  $\gamma$  независимо от начального состояния и выходной проекции заканчиваются в одном и том же состоянии из множества  $S_{st}$ , то  $S_{st}$ -установочная последовательность называется  $S_{st}$ -синхронизирующей последовательностью. Если автомат не обладает установочной (синхронизирующей) последовательностью, то этот автомат не обладает и  $S_{st}$ -установочной ( $S_{st}$ -синхронизирующей) последовательностью; обратное, вообще говоря, не верно.

*Утверждение 3. 1. Полуавтомат  $\mathbf{S}$  имеет установочную последовательность, если и только если  $M_S^{\delta\omega}$  обладает установочной последовательностью. 2. Полуавтомат  $\mathbf{S}$  имеет устойчиво установочную последовательность, если и только если  $M_S^{\delta\omega}$  обладает  $S_{st}$ -установочной последовательностью.*

*Доказательство.* Пусть  $\beta_1\alpha_1\dots\beta_k\alpha_k\beta_{k+1}$  есть трасса в алфавитах  $I$  и  $O$  полуавтомата  $\mathbf{S}^\delta$ , где  $\alpha_1, \dots, \alpha_k$  — входные последовательности,  $\beta_1, \dots, \beta_k, \beta_{k+1}$  — выходные последовательности, которые могут включать символ  $\delta$  как выходной символ и каждая из которых может быть пустой последовательностью. По построению автомата  $M_S^{\delta\omega}$  в полуавтомате  $\mathbf{S}$  есть переход из состояния  $s$  в состояние  $s'$  под действием выходного символа  $o$ , если и только если такой переход существует в автомате  $M_S^{\delta\omega}$  с пометкой  $\omega/o$ . В полуавтомате  $\mathbf{S}$  есть переход из состояния  $s$  в состояние  $s'$  под действием входного символа  $i$ , если и только если в автомате  $M_S^{\delta\omega}$  есть переход из состояния  $s$  в состояние  $s'$  с пометкой  $i/\delta$ . Таким образом, полуавтомат  $\mathbf{S}$  в состоянии  $s$  имеет трассу  $\beta_1\alpha_1\dots\beta_k\alpha_k\beta_{k+1}$ , которая переводит полуавтомат в состояние  $s'$ , если и только если в автомате  $M_S^{\delta\omega}$  есть трасса  $\omega^{|\beta_1|}/\beta_1.\alpha_1/\delta^{|\alpha_1|}\dots\omega^{|\beta_k|}/\beta_k.\alpha_k/\delta^{|\alpha_k|}.\omega^{|\beta_{k+1}|}/\beta_{k+1}$ , переводящая автомат из со-

стояния  $s$  в состояние  $s'$ , где запись  $i_1 i_2 \dots i_k / o_1 o_2 \dots o_k$  обозначает последовательность  $i_1 / o_1, i_2 / o_2, \dots, i_k / o_k$ .

$\Leftarrow$  Пусть автомат  $M_S^{\delta\omega}$  обладает установочной последовательностью  $\omega^{t_1} i_1 \dots \omega^{t_k} i_k \omega^{t_{k+1}}$ ,  $i_j \in I$ ,  $j = 1, \dots, k$ . По определению установочной последовательности последовательность  $\omega^{t_1} i_1 \dots \omega^{t_k} i_k \omega^{t_{k+1}}$  определена в каждом состоянии автомата  $M_S^{\delta\omega}$  и для любой выходной последовательности  $\beta_1 \delta \dots \beta_k \delta \beta_{k+1}$ , такой что трасса  $\omega^{|\beta_1|} / \beta_1 . i_1 / \delta \dots \omega^{|\beta_k|} / \beta_k . i_k / \delta \omega^{|\beta_{k+1}|} / \beta_{k+1}$  выполняется хотя бы в одном состоянии  $s$  автомата, существует состояние  $s'$ , такое что  $\omega^{|\beta_1|} / \beta_1 . i_1 / \delta \dots \omega^{|\beta_k|} / \beta_k . i_k / \delta \omega^{|\beta_{k+1}|} / \beta_{k+1}$  — приемник любого состояния  $s$  есть либо пустое множество, либо состояние  $s'$ . Таким образом,  $\omega^{|\beta_1|} / \beta_1 . i_1 / \delta \dots \omega^{|\beta_k|} / \beta_k . i_k / \delta \omega^{|\beta_{k+1}|} / \beta_{k+1}$  есть установочная последовательность для полуавтомата  $\mathbf{S}$ .

$\Rightarrow$  Пусть теперь полуавтомат  $\mathbf{S}$  обладает установочной последовательностью  $\alpha = \omega^{t_1} i_1 \dots \omega^{t_k} i_k \omega^{t_{k+1}}$ . Тогда по определению в каждом состоянии полуавтомата существует трасса в  $\mathbf{S}^\delta$ , совместимая с  $\alpha$ ; и для любых двух состояний  $s_1, s_2$  и любой общей трассы  $\sigma$  в этих состояниях, совместимой с  $\alpha$ ,  $\sigma$  переводит полуавтомат из состояний  $s_1$  и  $s_2$  в одно и то же состояние. Иными словами, для любой трассы  $\sigma$ , совместимой с  $\alpha$ , финальное состояние определяется единственным образом независимо от начального состояния полуавтомата, однако эти состояния могут быть различными для трасс  $\sigma$  с различными выходными проекциями.

По определению автомата  $M_S^{\delta\omega}$  из того, что в каждом состоянии полуавтомата существует трасса, совместимая с  $\omega^{t_1} i_1 \dots \omega^{t_k} i_k \omega^{t_{k+1}}$ , следует, что поведение конечного автомата в каждом состоянии определено на этой последовательности и более того для любой выходной реакции  $\beta_1 \delta \dots \beta_k \delta \beta_{k+1}$  на эту последовательность существует состояние  $s'$  такое, что если  $\omega^{t_1} / \beta_1 . i_1 / \delta \dots \omega^{t_k} / \beta_k . i_k / \delta \omega^{t_{k+1}} / \beta_{k+1}$  выполняется хотя бы в одном состоянии  $s$  полуавтомата, то  $\omega^{t(1)} / \beta_1 . i_1 \dots \omega^{t(k)} / \beta_k . i_k . \omega^{t_{k+1}} / \beta_{k+1}$  — приемник любого такого состояния  $s$  есть либо пустое множество, либо множество  $\{s'\}$ . Таким образом,  $\omega^{t_1} i_1 \dots \omega^{t_k} i_k \omega^{t_{k+1}}$  есть установочная последовательность для автомата  $M_S^{\delta\omega}$ .

Свойство 2 утверждения 3 доказывается аналогичным образом за исключением того факта, что в полуавтомате рассматриваются только полные трассы, а в конечном автомате — трассы, которые заканчиваются в состояниях из множества  $S_{st}$ .

Алгоритм проверки существования и построения  $S_{st}$ -установочной последовательности для конечного автомата в общем случае не известен; однако достаточно просто он может быть основан на продлении дерева приемников автомата [5], корень которого помечен множеством всех пар различных состояний, до получения только синглетонов  $\{s\}$ ,  $s \in S_{st}$ .

Аналогично утверждению 3, можно доказать следующее

*Утверждение 4. 1. Полуавтомат  $\mathbf{S}$  обладает синхронизирующей последовательностью, если и только если  $M_S^{\delta\omega}$  обладает синхронизирующей*

последовательностью. 2. Полуавтомат  $\mathbf{S}$  обладает устойчиво синхронизирующей последовательностью, если и только если  $M_S^{\delta\omega}$  обладает  $S_{st}$ -синхронизирующей последовательностью.

В завершение заметим, что оценки длины и сложности построения установочных/синхронизирующих последовательностей совпадают с таковыми для конечных автоматов. Представляет интерес описание классов полуавтоматов, для которых всегда существует установочная/синхронизирующая последовательность полиномиальной длины.

## 5. Заключение

В настоящей работе обсуждается проблема построения установочных и синхронизирующих экспериментов для входо-выходных полуавтоматов. Вводится понятие таких «умозрительных» экспериментов, которое, вообще говоря, отличается от аналогичного понятия в теории автоматов, и предлагается метод построения установочных и синхронизирующих последовательностей на основе построения конечного автомата с тем же множеством трасс. Оценки сложности таких последовательностей совпадают с оценками сложности для подходящих классических конечных автоматов.

Поскольку для конечных автоматов адаптивность в некоторых случаях позволяет снизить сложность проверки существования и построения установочных и синхронизирующих экспериментов [2], в дальнейшем авторы предполагают рассмотреть адаптивные установочные и синхронизирующие эксперименты для полуавтоматов, а также выделить классы с “хорошими” оценками сложности для таких экспериментов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов. М.: Наука, 1966.
2. Евтушенко Н.В., Кушик Н.Г. Некоторые задачи идентификации состояний для недетерминированных автоматов. Томск: STT Publishing, 2018.
3. Burdonov I., Yevtushenko N., Kossatchev A. Separating Input/Output Automata With Nondeterministic Behavior // Rus. Digital Librar. J. 2020. V. 23. No. 4. P. 634–655.
4. Hennie F. Fault detecting experiments for sequential circuits // 5th Annual Symposium On Switching Circuit Theory And Logical Design, Princeton, New Jersey, USA, November 11–13, 1964, P. 95–110.
5. Kushik N., Lopez J., Cavalli A., Yevtushenko N. Improving Protocol Passive Testing through “Gedanken” Experiments with Finite State Machines. // 2016 IEEE International Conference On Software Quality, Reliability And Security, QRS 2016, Vienna, Austria, August 1–3, 2016, P. 315–322.
6. Kushik N., Yevtushenko N., Burdonov I., Kossachev A. Synchronizing and Homing Experiments for Input/output Automata // Syst. Inform. 2017. No. 10. P. 1–10.

7. *Sandberg S.* Homing and Synchronizing Sequences // Model-Based Testing Of Reactive Systems, Advanced Lectures [The Volume Is The Outcome Of A Research Seminar That Was Held In Schloss Dagstuhl In January 2004], 2004. P. 5–33.
8. *Tretmans J.* A Formal Approach to Conformance Testing // Protocol Test Systems, VI, Proceedings Of The IFIP TC6/WG6.1 Sixth International Workshop On Protocol Test Systems, Pau, France, 28–30 September, 1993. P. 257–276.

*Статъа представлена к публикации членом редколлегии М.Ф. Караваем.*

Поступила в редакцию 24.12.2022

После доработки 25.01.2023

Принята к публикации 26.01.2023