———— МЕХАНИКА ——

УДК 533.6.01

# РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОГО ГИПЕРЗВУКОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

© 2020 г. Член-корреспондент РАН И. И. Липатов<sup>1,2,\*</sup>, В. К. Фам<sup>1,\*\*</sup>

Поступило 24.10.2019 г. После доработки 03.12.2019 г. Принято к публикации 06.12.2019 г.

Исследованы нестационарные процессы в гиперзвуковом пограничном слое. Обнаружен сдвиг фаз распространения возмущений вверх по потоку из-за конечности скорости распространения возмущений вверх по потоку.

*Ключевые слова:* пограничный слой, распространение возмущений, нестационарные процессы, теория сильного вязко-невязкого взаимодействия

DOI: 10.31857/S2686740020010150

Развитие возмущений является частью проблемы гидродинамической устойчивости. Анализ распространения возмущений в пограничном слое соответствует исследованию устойчивости к длинноволновым возмущениям и необходим для корректной постановки задачи с системой уравнений нестационарного пограничного слоя и построения вычислительных моделей. Рассмотрен эффект сдвига фаз при распространении возмущений вверх по потоку.

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрено нестационарное обтекание плоской поверхности (в том числе пластины и клина), расположенной под нулевым углом атаки к набегающему потоку, гиперзвуковым потоком вязкого газа. Предполагается, что число Маха набегающего потока велико и режим сильного вязко-невязкого взаимодействия имеет место:

 $M_{\infty} \gg 1, \quad M_{\infty} \tau \gg 1,$  (1)

где  $M_{\alpha}$  — число Маха набегающего потока,  $\tau$  — безразмерная толщина ламинарного пограничного слоя.

Декартова система координат связана с пластиной, ось *OX* направлена вдоль поверхности

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), пластины, ось *OY* – по нормали к поверхности. Вводятся следующие обозначения для координат, отсчитываемых вдоль поверхности пластины и по нормали к ней, времени, компонентов вектора скорости, плотности, давления, полной эн-

тальпии, коэффициента вязкости: lx, ly,  $\frac{lt}{u_{\infty}}$ ,  $u_{\infty}u$ ,

 $u_{\infty}v$ ,  $u_{\infty}w$ ,  $\rho_{0}\rho$ ,  $\rho_{\infty}u_{\infty}^{2}p$ ,  $H_{\infty}g$ ,  $\mu_{0}\mu$  соответственно. Параметр *l* – некоторая характерная длина обте-

каемого тела, 
$$\tau = O\left(\frac{\rho_0 u_{\infty} l}{\mu_0}\right)^{-1/2}$$
, где индекс  $\infty$  отно-

сится к величинам в набегающем потоке,  $\mu_0$  – величина динамического коэффициента вязкости при температуре торможения. С помощью асимптотических методов, замены Дородницына–Лиза и предельного перехода [1, 2] была получена система уравнений

. .

$$X\frac{\partial U}{\partial T} + X\left(U\frac{\partial U}{\partial X} - \frac{\partial F}{\partial X}\frac{\partial U}{\partial Y}\right) - \frac{F}{4}\frac{\partial U}{\partial Y} + \beta\frac{\gamma - 1}{4\gamma}Q = \frac{P}{C_0}\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2},$$

$$X\frac{\partial G}{\partial T} + X\left(U\frac{\partial G}{\partial X} - \frac{\partial F}{\partial X}\frac{\partial G}{\partial Y}\right) - \frac{F}{4}\frac{\partial G}{\partial Y} = X\frac{\gamma - 1}{\gamma P}Q\frac{\partial P}{\partial T} + \frac{P}{C_0}\frac{\partial^2 G}{\partial Y^2},$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{(\gamma - 1)C_0}{2\gamma P^2}}\int_0^\infty QdY,$$

$$P = \frac{(\gamma + 1)}{2}\left(\frac{3\Delta}{4} + X\frac{\partial\Delta}{\partial X} + X\frac{\partial\Delta}{\partial T}\right)^2$$
(2)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Центральный аэрогидродинамический институт, Жуковский, Московская обл., Россия

Долгопрудный, Московская обл., Россия

<sup>\*</sup>E-mail: igor\_lipatov@mail.ru

<sup>\*\*</sup>E-mail: van.fam@phystech.edu



**Рис. 1.** Сдвиг фаз распространения возмущений давления вверх по потоку при 1 - X = 1, 2 - X = 0.975, 3 - X = 0.95.



**Рис. 2.** Распределение давления (а) и трения на пластине (б) при различных фазах изменения донного давления:  $1 - \frac{\pi}{2}$ ,  $2 - \pi$ ,  $3 - \frac{3\pi}{2}$ ,  $4 - 2\pi$ ,  $5 - \frac{5\pi}{2}$ .

с граничными и начальным условиями

$$U = F = 0, \quad G = g_w, \quad Y = 0,$$
  
 $U = G = 1, \quad Y = \infty,$   
 $P(X = 1, T) = P(T),$ 

где введены  $\gamma = 1.4, C_0 = P_{X=0}, U = \frac{\partial F}{\partial Y}, Q = G - U^2,$  $\beta = -1 + \frac{2X}{P} \frac{\partial P}{\partial X}.$  Здесь  $F - функция тока, U - продольная скорость, <math>G - энтальпия, P_{X=0} - давление при X = 0,$  $<math>\Delta$  - толщина вытеснения пограничного слоя, P -поле давления течения,  $g_w$  - температурный фактор.

## 2. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Для решения задачи использованы метод конечных разностей второго порядка точности по X[3],

ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. ФИЗИКА, ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ том 490 2020

метод шестого порядка точности по *Y*[4, 5], схема Кранка–Николсона при интегрировании задачи по времени.

Из-за вязко-невязкого взаимодействия распределение давления заранее неизвестно, оно определяется в процессе решения задачи. Предлагается модификационный релаксационный метод для определения распределения давления [3, 6, 7].

### 3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрен случай, когда донное давление меняется по синусоидальному закону  $P_{X=1} = P_{X=0} + 0.25 \sin(\pi T)$ .

На рис. 1 обнаружен сдвиг фаз распространения возмущений вверх по потоку из-за конечности скорости распространения возмущений вверх по потоку, эта скорость определяется по модифицированному интегралу Пирсона [8], если известны профиль продольной скорости и энтальпии

$$\frac{\gamma - 1}{2} \int_{0}^{\infty} \frac{(G - U^2)^2}{(U + a)^2} dY - \int_{0}^{\infty} (G - U^2) dY = 0.$$

Из-за конечности скорости распространения возмущений вверх по потоку область, находящаяся вверх по течению, получает информацию о течении на задней кромке через некоторое время.

На рис. 2 показано, что при увеличении донного давления трение на пластине уменьшается. Наоборот, при уменьшении давления трение на пластине увеличивается. Это объясняется тем, что формируется градиент давления соответствующего знака.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследованы нестационарные процессы в гиперзвуковом пограничном слое. Обнаружен сдвиг фаз распространения возмущений вверх по потоку из-за конечности скорости распространения возмущений вверх по потоку. Показано, что распределение давления оказывается в противофазе с распределением трения на поверхности пластины.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Нейланд В.Я., Боголепов В.В., Дудин Г.Н., Липатов И.И. Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа. М.: Физматлит, 2003. 456 с.
- 2. Липатов И.И., Чжо Т.А. Распространение возмущений в сверхзвуковых пограничных слоях // Тр. МФТИ. 2010. Т. 2. № 2. С. 113–117.
- 3. *Башкин В.А., Дудин Г.Н.* Пространственные гиперзвуковые течения вязкого газа. М.: Физмалит, 2000. 289 с.
- Chu P.C., Fan C. A Three-Point Combined Compact Difference Scheme // J. Computational Physics. 1998. V. 140. P. 370–399.
- Li Jichun, Chen Yi-Tung Computational Partial Differential Equations Using MATLAB, CRC Press, 2008. 384 p.
- 6. Дудин Г.Н., Ледовский А.В. Течение в окрестности точки излома передней кромки тонкого крыла на режиме сильного взаимодействия // Учен. зап. ЦАГИ. 2011. Т. 42. № 2. С. 11–25.
- 7. Дудин Г.Н., Лыжин Д.О. Об одном методе расчета режима сильного вязкого взаимодействия на треугольном крыле // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 119–124.
- 8. *Pearson H., Holliday J.B., Smith S.F.* A Theory of the Cylindrical Ejector Propelling Nozzle // J. Roy. Aeron. Soc. 1958. V. 62. № 574. P. 746–751.

# DISTURBANCE PROPAGATION IN BOUNDARY LAYER UNDER THE CONDITIONS OF STRONG HYPERSONIC INTERACTION

#### Corresponding Member of RAS I. I. Lipatov<sup>1</sup> and V. K. Pham<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, Moscow Region, Russian Federation <sup>2</sup>Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region, Russian Federation Received October 24, 2019

Non-stationary processes in hypersonic boundary layer are investigated. A phase shift has been detected in the propagation of disturbances upstream due to the finiteness of the velocity of propagation of disturbances upstream.

*Keywords:* boundary layer, propagation of disturbances, non-stationary processes, strong viscous-invisiced interaction theory