

УДК 532.529:534-14

ДЕФОРМАЦИЯ КАВИТАЦИОННЫХ ПУЗЫРЬКОВ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ИХ СВЕРХСЖАТИЯ В КЛАСТЕРЕ

© 2020 г. Академик РАН Р. И. Нигматулин^{1,2}, А. А. Аганин¹, А. И. Давлетшин^{1,*}

Поступило 30.07.2019 г.

После доработки 02.10.2019 г.

Принято к публикации 28.11.2019 г.

Изучаются деформации кавитационных пузырьков в центральной области кластеров при их сверхсильном расширении и сжатии. Принимаются условия, близкие к используемым в известных экспериментах по акустической кавитации дейтерированного ацетона. Применяется простейшая модель кластера из семи изначально сферических одинаковых пузырьков с центрами на трех взаимно перпендикулярных прямых, пересекающихся в одной точке. Боковые пузырьки равноудалены от центрального, центр которого находится в точке пересечения указанных прямых. Для сравнения рассматривается также и простейшая модель стримера из трех пузырьков на одной прямой. Установлено, что в случае кластера максимальные деформации центрального пузырька оказываются на два порядка меньше, чем в случае стримера. При этом в кластере, как и стримере, центральный пузырек деформируется только в виде сферических гармоник с четными номерами, причем если в стримере максимальными оказываются деформации по вторым гармоникам, то в кластере — по четвертым.

Ключевые слова: кластер кавитационных пузырьков, деформация пузырьков, сильное сжатие пузырьков

DOI: 10.31857/S2686740020010186

В парогазовых пузырьках в жидкости при их сжатии (коллапсе) могут достигаться очень высокие давления, плотности и температуры [1]. В частности, экспериментально показано [2], что на режиме сонолюминесценции одиночного пузырька температура в его полости может превышать 16 000 К. В [3–5] выявлено, что на режиме акустической кавитации дейтерированного ацетона в кавитационных пузырьках, организованных в виде шаровых кластеров, можно достичь еще более высоких степеней сжатия их содержимого (с температурой до 10^7 К и достижением термоядерных актов). К настоящему времени установилось представление [5], что сверхвысокие давления, плотности и температуры в пузырьке достигаются в результате фокусировки в его центральной области радиально-сходящихся ударных волн, возникающих в конце коллапса. При этом для осуществления сверхсильного сжатия содержимого

пузырька необходимо, чтобы форма сходящихся ударных волн оставалась близкой к сферической, иначе степень фокусировки будет существенно снижена. Несферичность ударных волн при схождении может сильно возрастать. Следовательно, для реализации сверхсжатия ударные волны при возникновении должны мало отличаться от сферических. Геометрия возникающих в пузырьке ударных волн во многом определяется его формой в финальной стадии коллапса (несферичность пузырька при коллапсе также возрастает). Поэтому для достижения сверхвысокого сжатия среды в пузырьке необходимо, чтобы форма пузырька к концу его коллапса сохранялась достаточно близкой к сферической.

Оценке эволюции несферичности как одиночных, так и взаимодействующих пузырьков на режиме сонолюминесценции посвящено довольно много работ. На режиме сверхсжатия пузырьков при акустической кавитации дейтерированного ацетона такая оценка до настоящего времени проводилась, в основном, без учета наличия соседних пузырьков [6]. Однако взаимодействие между пузырьками может оказывать существенное влияние на их деформацию в ходе их сильного расширения и сжатия. Об этом свидетельствует ряд исследований, посвященных деформации пу-

¹Институт механики и машиностроения
Федерального исследовательского центра
“Казанский научный центр Российской академии наук”,
Казань, Россия

²Институт океанологии им. П.П. Шишова
Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: anas.davletshin@gmail.com

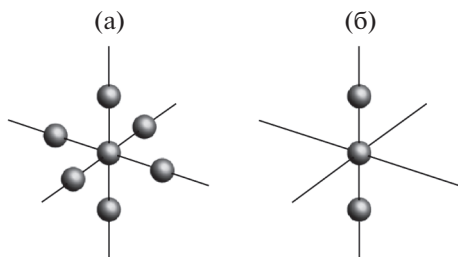


Рис. 1. Рассматриваемые модели кластера (а) и стримера (б).

пузырьков в стримерах [7], когда пузырьки находятся на одной прямой (подобные стримеры также возникали в экспериментах [3]). В настоящей работе анализируются особенности деформирования пузырьков в центральной области кластеров, состоящих из большого числа пузырьков, в условиях, близких к тем, что применялись в экспериментах [3].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Изучаются особенности деформирования кавитационных пузырьков в центральной области пространственных кластеров, состоящих из большого числа пузырьков. Для этого используется простейшая модель, в которой считается, что кластер состоит из семи пузырьков с центрами на трех взаимно перпендикулярных прямых, пересекающихся в одной точке (рис. 1а). Изначально все пузырьки сферические, с одинаковым радиусом. Боковые пузырьки равноудалены от центрального, а центр последнего находится в точке пересечения трех указанных прямых. Для сравнения рассматривается также и простейшая модель стримеров, состоящих из большого числа кавитационных пузырьков, расположенных на одной прямой. В этой модели считается, что стример состоит из трех пузырьков, среди которых боковые равноудалены от центрального (рис. 1б). В данных простейших кластерах и стримерах динамика центрального и боковых пузырьков моделирует динамику пузырьков, расположенных соответственно в центральной области и на периферии кластеров и стримеров, состоящих из большого числа пузырьков.

Считается, что и кластер, и стример находятся в пучности ультразвуковой стоячей волны, где давление p_∞ изменяется по гармоническому закону

$$p_\infty = p_0 - p_a \cos(\omega t). \quad (1)$$

Здесь p_0 – статическое давление, p_a , ω – амплитуда и частота колебаний, t – время.

Входные данные принимаются близкими к тем, что применялись в экспериментах [3]. В частности полагается, что жидкостью является ацетон при температуре $T_0 = 273.15$ К, давление жидкости в

пучности волны p_∞ изменяется с частотой $\omega = 2\pi \times 19.3$ кГц и амплитудой $p_a = 15$ бар относительно статического давления $p_0 \approx 1$ бар. Принимается, что при $t = 0$ радиус пузырьков равен 5 мкм, а пузырьки находятся в процессе расширения с радиальной скоростью 30 м/с. Начальное расстояние между центрами ближайших пузырьков равно 9 мм. В рассматриваемых условиях амплитуда p_a значительно больше статического давления p_0 , так что первоначально жидкость вокруг пузырьков испытывает большие растягивающие напряжения ($p_\infty = -14$ бар). В результате этого пузырьки сначала сильно расширяются, а затем в фазе положительного давления p_∞ стремительно сжимаются. Анализируется первое расширение и последующее сжатие пузырьков, что для целей настоящей работы вполне достаточно. Отметим, что одно из существенных отличий динамики центральных пузырьков в больших кластерах и стримерах от динамики периферийных пузырьков, оказывающих влияние на их деформацию, состоит в их меньшей подвижности, что характерно и для центральных пузырьков в рассматриваемых простейших моделях кластера и стримера.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Уравнение поверхности k -го пузырька представляется в виде ряда

$$F_k(r_k, \theta_k, \varphi_k, t) = r_k - R_k(t) - \sum_{n=2}^N \mathbf{a}_{nk}(t) \cdot \mathbf{Y}_n(\theta_k, \varphi_k) = 0,$$

где $k = 1, 2, \dots, K$, K – число пузырьков, r_k, θ_k, φ_k – сферическая система координат с началом отсчета в центре k -го пузырька; $\mathbf{Y}_n(\theta_k, \varphi_k) = (Y_{nk}^{-n}, Y_{nk}^{-n+1}, \dots, Y_{nk}^{n-1}, Y_{nk}^n)$, $Y_{nk}^m = P_n^{|m|}(\cos \theta_k) e^{im\varphi_k}$ – сферическая функция; $P_n^{|m|}$ – присоединенный полином Лежандра степени n порядка $|m|$; $\mathbf{a}_{nk} = \left(\frac{a_{nk}^{-n} + ia_{nk}^n}{2}, \dots, a_{nk}^0, \dots, \frac{a_{nk}^{-n} - ia_{nk}^n}{2} \right)$, a_{nk}^m – амплитуда отклонения поверхности k -го пузырька от сферической $r_k = R_k$ в виде поверхностной гармоники с номером n и порядком m ; i – мнимая единица; N – максимальное значение номера сферических гармоник в представлении поверхности пузырьков. Отклонения от сферической формы пузырьков характеризуются величиной

$$|\varepsilon_n| = \max_{\theta, \varphi} \left| \sum_{m=-n}^n \varepsilon_n^m Y_n^m(\theta, \varphi) \right|, \quad (2)$$

где $\varepsilon_{nk}^m = \frac{a_{nk}^m}{R_k}$. Предполагается, что $\varepsilon_n^2 \ll 1$.

Совместная динамика пузырьков описывается системой дифференциальных уравнений второго порядка [8] относительно радиусов пузырьков R_k , радиус-векторов их центров $\mathbf{p}_k$ и векторов $\mathbf{a}_{nk}$, определяющих несферичность пузырьков

$$\begin{aligned} & R_k \ddot{R}_k + \frac{3\dot{R}_k^2}{2} - \frac{3\dot{\mathbf{p}}_k (\dot{\mathbf{p}}_k \boldsymbol{\beta}_{110})}{8} + \\ & + \frac{2\sigma}{\rho_0 R_k} - \frac{p_k - p_\infty}{\rho_0} + \psi_{0k} + \Delta_k = \\ & = \sum_{j=1, j \neq k}^K \left[\frac{\dot{B}_{0j}}{d_{kj}} - \frac{B_{0j} \dot{d}_{kj}}{d_{kj}^2} - \frac{(R_j^3 \dot{\mathbf{p}}_j \mathbf{C}_{10kj})'}{2d_{kj}^2} - \right. \\ & - \frac{9B_{0j} \dot{\mathbf{p}}_k (\mathbf{C}_{01kj} \boldsymbol{\beta}_{110})}{4d_{kj}^2} + \frac{(R_j^3 B_{0s} \mathbf{C}_{01js} \mathbf{C}_{10kj})'}{2d_{kj}^2 d_{js}^2} + \\ & \left. + \sum_{s=1, s \neq k}^K \frac{9B_{0j} B_{0s} \mathbf{C}_{01kj} (\mathbf{C}_{01ks} \boldsymbol{\beta}_{110})}{8d_{kj}^2 d_{ks}^2} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & R_k \ddot{\mathbf{p}}_k + 3\dot{R}_k \dot{\mathbf{p}}_k - 2\dot{R}_k \dot{\mathbf{p}}_k (\boldsymbol{\epsilon}_{2k} \boldsymbol{\beta}_{211}) - \\ & - \frac{7\dot{\mathbf{p}}_k (\mathbf{a}_{2k} \boldsymbol{\beta}_{211})}{6} - \frac{3\dot{\mathbf{p}}_k (\dot{\mathbf{a}}_{2k} \boldsymbol{\beta}_{211})}{2} + \psi_{1k} = \\ & = \sum_{j=1, j \neq k}^K \left[\frac{3(R_k B_{0j} \mathbf{C}_{01kj})'}{d_{kj}^2} - \frac{3(R_k R_j^3 \dot{\mathbf{p}}_j \mathbf{C}_{11kj})'}{2d_{kj}^3} - \frac{6R_k B_{0j} \mathbf{C}_{01kj} \dot{d}_{kj}}{d_{kj}^3} - \right. \\ & - \frac{5R_k B_{0j} \dot{\mathbf{p}}_k (\mathbf{C}_{02kj} \boldsymbol{\beta}_{211})}{d_{kj}^3} + \frac{3(B_{0j} \mathbf{C}_{01kj} (\mathbf{a}_{2k} \mathbf{Y}_{211}^2))'}{2d_{kj}^2} - \\ & \left. - \frac{B_{0j} (\dot{\mathbf{a}}_{2k} + 2\dot{R}_k \boldsymbol{\epsilon}_{2k}) (\mathbf{C}_{01kj} \boldsymbol{\beta}_{121})}{d_{kj}^2} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & R_k \ddot{\mathbf{a}}_{mk} + 3\dot{R}_k \dot{\mathbf{a}}_{mk} - (m-1)\dot{R}_k \ddot{\mathbf{a}}_{mk} - \\ & - \delta_{2m} \frac{27\dot{\mathbf{p}}_k (\dot{\mathbf{p}}_k \boldsymbol{\beta}_{112})}{8} + \frac{3}{2} \sum_{n=m-1}^{n=m+1} \left[\dot{\mathbf{p}}_k (\dot{\mathbf{a}}_{nk} \mathbf{Y}_{n1m}^2) - \right. \\ & - \frac{(m+1)(\dot{\mathbf{a}}_{nk} + 2\dot{R}_k \boldsymbol{\epsilon}_{nk}) (\dot{\mathbf{p}}_k \boldsymbol{\beta}_{1nm})}{(n+1)} + \dot{\mathbf{p}}_k (\mathbf{a}_{nk} \mathbf{Y}_{n1m}^{2(2-m)/3}) \left. \right] + \\ & + \frac{\sigma(m^2 - 1)(m+2)\boldsymbol{\epsilon}_{mk}}{\rho_0 R_k} + \psi_{mk} = \\ & = \sum_{j=1, j \neq k}^K \left[- \frac{3(2m-1)(m+1)R_k^{m-2} B_{0j} \dot{\mathbf{p}}_k (\mathbf{C}_{0m-1kj} \boldsymbol{\beta}_{m-11m})}{2md_{kj}^m} + \right. \\ & \left. + \frac{(2m+1)(R_k^m B_{0j} \mathbf{C}_{0mkj})'}{d_{kj}^{m+1}} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{n=m-1}^{m+1} \left[\frac{3(B_{0j} \mathbf{a}_{nk} (\mathbf{C}_{01kj} \mathbf{Y}_{1nm}^2))'}{2d_{kj}^2} - \right. \\ & \left. - \frac{3(m+1)B_{0j} (\dot{\mathbf{a}}_{nk} + 2\dot{R}_k \boldsymbol{\epsilon}_{nk}) (\mathbf{C}_{01kj} \boldsymbol{\beta}_{1nm})}{2(n+1)d_{kj}^2} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где точка сверху и штрих означают производную по времени, ρ_0 — плотность жидкости, σ — коэффициент поверхностного натяжения, p_k — давление

внутри k -го пузырька, $B_{0k} = -R_k^2 \dot{R}_k$, $\boldsymbol{\epsilon}_{nk} = \frac{\mathbf{a}_{nk}}{R_k}$, $d_{kj} = |\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_j|$, $k, j = 1, 2, \dots, K$, $k \neq j$, $m = 2, 3, \dots, N$,

$\mathbf{C}_{\gamma\zeta kj}$, $\boldsymbol{\beta}_{\gamma\zeta\varrho}$, $\mathbf{Y}_{\gamma\zeta\varrho}^p$ — матрицы чисел [8]. При выводе уравнений (3)–(5) полагается, что пузырьки расположены не очень близко друг к другу, а их несферичность и скорости пространственного смещения малы. Эффекты вязкости и сжимаемости жидкости считаются малыми, не зависящими от взаимодействия между пузырьками, и учитываются через поправки ψ_{0k} , ψ_{1k} , ψ_{mk} , Δ_k [8]. Принимается, что пар в пузырьках при их расширении и сжатии находится в состоянии насыщения при температуре жидкости T_0 с давлением $p_s(T_0) \approx 0.094$ бар. Такое допущение существенно нарушается лишь в финальной высокоскоростной стадии коллапса, что на основные результаты и выводы настоящей работы не влияет. Возможность его использования при оценке деформаций пузырьков в стримере в рассматриваемых условиях показана в [7]. Предполагается, что сжатие пузырьков завершается при достижении их радиусом значения $R_c = 22.5$ мкм. Такая глубина коллапса получается при расчете расширения и коллапса одиночного сферического симметричного пузырька в аналогичных условиях в момент экстремального сжатия его содержимого с использованием модели работы [6], являющейся более адекватной в финальной стадии коллапса. Уравнения (3)–(5) решаются численно при соответствующих рассматриваемой задаче начальных значениях R_k , $\mathbf{p}_k$, $\mathbf{a}_{nk}$, $\dot{R}_k$, $\dot{\mathbf{p}}_k$ и $\dot{\mathbf{a}}_{nk}$. Среди этих параметров первые четыре определяются приведенными выше данными, а последние два равны нулю.

РАДИАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПУЗЫРЬКОВ

Рисунок 2 характеризует изменение радиусов центральных пузырьков в рассматриваемых простейших моделях кластера и стримера (рис. 1) в ходе первого расширения и последующего сжатия этих пузырьков под действием ультразвуковой волны (1). Видно, что первоначально пузырьки расширяются примерно до 450 мкм, что в 90 раз больше их начального радиуса. Далее они сильно сжимаются до уменьшения их радиусов примерно в 20 раз. В модели кластера центральный пузырек расширяется несколько меньше и коллапсирует немно-

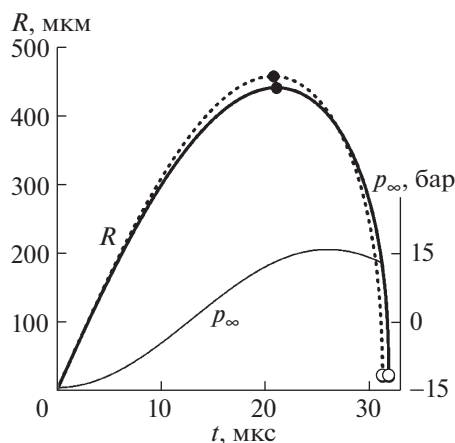


Рис. 2. Изменение радиусов центральных пузырьков R в рассматриваемых моделях кластера (сплошная кривая) и стримера (пунктирная кривая) и давления жидкости p_∞ . Точки — моменты максимального расширения пузырьков, кружки — конец коллапса.

го позже, чем в модели стримера. Это обусловлено наличием большего числа соседних пузырьков (шесть в модели кластера против двух в модели стримера).

ДЕФОРМАЦИЯ ПУЗЫРЬКОВ

Расчеты показывают, что в рассматриваемых простейших моделях кластера и стримера центральные пузырьки в процессе своего расширения и последующего сжатия остаются неподвижными. Это объясняется симметричным по отношению к ним расположением других пузырьков. В результате этого центральные пузырьки деформируются только в виде гармоник с четными но-

мерами n . Примечательно, что у центрального пузырька в кластере деформаций в виде наиболее низкочастотных гармоник (с $n = 2$) вообще не возникает. С увеличением n величина деформаций центральных пузырьков в виде соответствующих гармоник как в кластере, так и в стримере уменьшается. В обеих конфигурациях боковые пузырьки в силу их подвижности деформируются намного больше центральных, причем в случае кластера возникают также и деформации в виде гармоник с $n = 2$.

Рисунок 3 характеризует уровни и эволюцию максимальных по n несферичностей центральных пузырьков в кластере и стримере в виде отдельных сферических гармоник. В случае кластера максимум достигается при $n = 4$, а в случае стримера — при $n = 2$. Видно, что в случае кластера сферическая форма центрального пузырька как в ходе его расширения, так при последующем сжатии вплоть до его окончания искажается намного (примерно на 2 порядка) меньше, чем в случае стримера. При этом в большей части стадии расширения пузырьков (первоначально сферических) и в кластере, и в стримере величина их максимальных по n деформаций монотонно возрастает, что обусловлено гидродинамическим взаимодействием с соседними пузырьками (изначально сферический и неподвижный одиночный пузырек оставался бы таковым до конца сжатия). При последующем сжатии амплитуда деформаций возрастает в режиме колебаний относительно нулевого значения.

Таким образом, полученные результаты позволяют заключить, что пузырьки в центральной области кластеров деформируются намного (до 100 раз) меньше, чем в стримерах. Причина столь кардинальной разницы в том, что максимум их

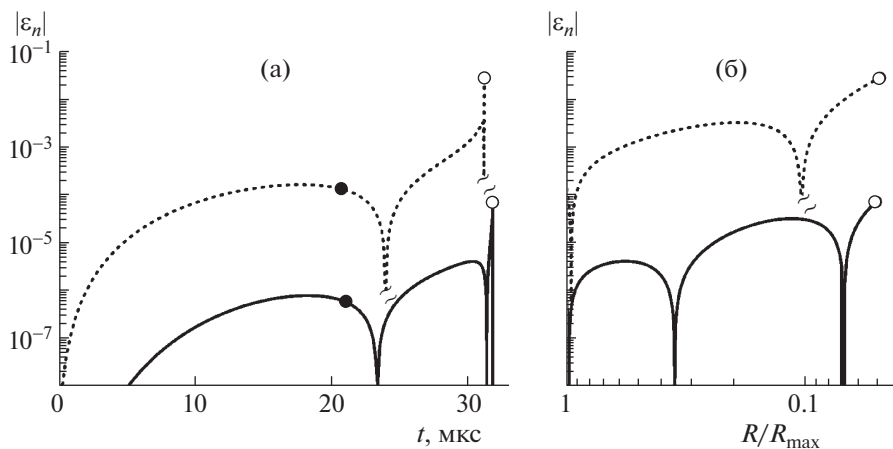


Рис. 3. Изменение деформаций центральных пузырьков (рассчитаны по формуле (2)) в рассматриваемых простейших моделях кластера (в виде сферических гармоник с $n = 4$, сплошные кривые) и стримера (в виде сферических гармоник с $n = 2$, пунктирные кривые): а — в процессе расширения и последующего сжатия пузырьков, б — только на стадии их сжатия. Точками указаны моменты максимального расширения пузырьков, кружки соответствуют концу коллапса.

несферичности реализуется не в виде сферических гармоник с $n = 2$, как у пузырьков в стримере (или периферийных пузырьков в кластере), а в виде гармоник с $n = 4$. По-видимому, это является одной из причин того, что при образовании шаровых кластеров в экспериментах [3] фокусировка энергии с эмиссией нейтронов имела место, а при образовании стримеров — нет. С учетом этого можно предположить, что ограничения, накладываемые на сверхсжатие пузырьков в центральной области кластеров их гидродинамическим взаимодействием с соседними пузырьками, могут оказаться не более существенными, чем ограничения, накладываемые рядом других факторов (температурным эффектом, неустойчивостью кластера в целом и т.д.).

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 17–11–01135).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1, 2.
2. Flannigan D.J., Suslick K.S. // Nat. Phys. 2010. V. 6. P. 598–601.
3. Taleyarkhan R.P., West C.D., Cho J.S., et al. // Science. 2002. V. 295. P. 1868–1873.
4. Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S., et al. // Phys. Fluids. 2005. V. 17. № 10.107106.
5. Нигматулин Р.И., Лэхи Р.Т. (мл.), Талейархан Р.П. и др. // УФН. 2014. Т. 184. № 9. С. 947–960.
6. Нигматулин Р.И., Аганин А.А., Топорков Д.Ю. и др. // ДАН. 2014. Т. 458. № 3. С. 282–286.
7. Аганин А.А., Давлетшин А.И., Топорков Д.Ю. // Вычислительные технологии. 2014. Т. 19. № 1. С. 3–19.
8. Aganin A.A., Davletshin A.I. // Lobachevskii J. Mathematics. 2019. V. 40. № 6. P. 699–704.

DEFORMATION OF CAVITATION BUBBLES IN IMPLEMENTING THEIR SUPERCOMPRESSION IN A CLUSTER

Academician of the RAS R. I. Nigmatulin^{1,2}, A. A. Aganin¹, and A. I. Davletshin¹

¹*Institute of Mechanics and Engineering, Federal Research Center “Kazan Scientific Center of Russian Academy of Sciences”, Kazan, Russian Federation*

²*P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

Received July 30, 2019

Deformation of cavitation bubbles in the central region of clusters under their superstrong expansion and compression is studied. The conditions considered are similar to those in the well-known experiments on acoustic cavitation of deuterated acetone. A simplest model of a cluster of seven initially spherical identical bubbles on three mutually perpendicular straight lines intersecting at one point is applied. The lateral bubbles are equidistant from the central one, the center of which is at the point of intersection of the lines. For comparison, a simplest model of a streamer of three bubbles on a straight line is considered. It was found that in the cluster, the maximum deformation of the central bubble turns out to be two orders of magnitude smaller than in the streamer. At that, the maximum deformation in the cluster is in the form of the fourth spherical harmonic rather than in the form of the second one as is in the streamer.

Keywords: cavitation bubble cluster, bubble deformation, strong bubble compression