

УДК 532.516:532.529

ТЕЧЕНИЕ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ СКВОЗЬ СТАЦИОНАРНЫЙ ЗЕРНИСТЫЙ СЛОЙ ПРИ НАЛИЧИИ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ

© 2020 г. О. Б. Гуськов^{1,*}

Представлено академиком РАН Р.И. Нигматулиным 03.12.2019 г.

Поступило 12.12.2019 г.

После доработки 12.12.2019 г.

Принято к публикации 24.12.2019 г.

Рассмотрена задача о течении идеальной несжимаемой жидкости вдоль плоской поверхности, перпендикулярно которой расположен стационарный зернистый слой. Принята модель зернистого слоя как совокупность бесконечного числа идентичных сферических гранул, которые статистически равномерно распределены в слое конечной толщины. Задача решена на основе использования ранее разработанного метода самосогласованного поля. В первом приближении по объемной доле гранул в слое получены в аналитическом виде функции, описывающие усредненный по ансамблю профиль скорости жидкости как внутри, так и вне этого слоя.

Ключевые слова: гидродинамическое взаимодействие, идеальная несжимаемая жидкость, потенциальное течение, дисперсная частица, метод самосогласованного поля

DOI: 10.31857/S2686740020020121

ВВЕДЕНИЕ

Одним из направлений исследований в области механики многофазных сред является изучение законов течения сплошных сред сквозь стационарный зернистый слой при наличии заданных внешних границ разной геометрии [1]. Исследования в этой области особенно интенсивно проводились в период 1970–1990 гг. ([2–5] и др.). Однако полной ясности в отношении изучаемых законов в этой области до сих пор нет. Поэтому различные аспекты этой проблемы и в настоящее время находятся в фокусе внимания ученых [6–9].

В свое время в результате многочисленных экспериментов по течению газа сквозь стационарный зернистый слой [2] был обнаружен эффект аномально большой скорости газа на выходе из слоя в пристеночной области по сравнению с его скоростью в основной области потока. В качестве причин такой неравномерности в распределении скорости по сечению потока выдвигались две – неравномерность распределения гранул вблизи стенки и искривление границы зернистого слоя под действием набегающего потока. Для теоретического обоснования этих причин и выявления степени их влияния на итоговый профиль скорости газа использовались в основном

различные феноменологические модели гидродинамического взаимодействия гранул слоя с внешним потоком газа с последующим численным интегрированием усредненных уравнений движения сплошной среды в тех или иных диапазонах определяющих гидродинамических критериев [2, 4–9]. В результате было показано, что упомянутые выше причины действительно приводят к возникновению неоднородности профиля скорости в пристеночной области потока.

В настоящей работе на основе достаточно строгой математической модели показано, что в приближении идеальной несжимаемой жидкости для несущей сплошной среды эффект пристеночной неоднородности профиля скорости имеет место даже тогда, когда нет неравномерности распределения гранул вблизи стенки и отсутствует искривление границ зернистого слоя. Задача определения усредненного профиля скорости жидкости решена в аналитическом виде в первом приближении по объемной доле гранул в слое как вне, так и внутри зернистого слоя. Решение получено на основе ранее разработанного метода самосогласованного поля [10, 11], который позволяет описывать эффекты коллективного гидродинамического взаимодействия любого числа сферических частиц в потенциальных потоках идеальной жидкости, в том числе при наличии внешних границ, и определять средние динамические характеристики таких потоков [12–14] в виде явных анали-

¹ Институт прикладной механики
Российской академии наук, Москва, Россия
*E-mail: ogskv@mail.ru

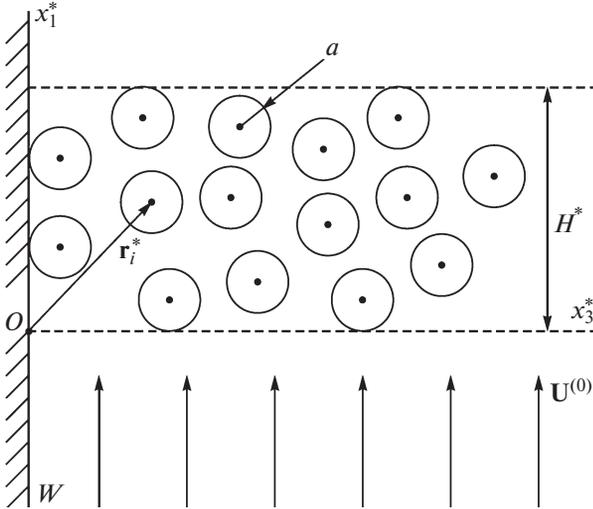


Рис. 1. Схема течения жидкости вдоль плоской твердой границы W при наличии стационарного зернистого слоя толщиной H^* . Система сферических гранул радиуса a , образующих зернистый слой, находится в заданном на бесконечности однородном потоке жидкости $U^{(0)} = \{U^{(0)}, 0, 0\}$. Оси Ox_1^* и Ox_2^* декартовой системы координат расположены в плоскости границы W . Верхний индекс $*$ использован для обозначения соответствующих размерных величин.

тических зависимостей от определяющих параметров.

КОНЕЧНАЯ СИСТЕМА НЕПОДВИЖНЫХ ЧАСТИЦ ВО ВНЕШНЕМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЫ

Рассмотрим систему из N сферических гранул радиуса a , погруженных в идеальную несжимаемую жидкость вблизи плоской бесконечной поверхности. Будем считать, что гранулы некоторым образом жестко связаны друг с другом и с заданной поверхностью и, таким образом, лишены возможности перемещаться относительно поверхности. Пронумеруем все сферы от 1 до N и обозначим безразмерные координаты центров сферических гранул в декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$ как $x_\gamma^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, N$, $\gamma = 1, 2, 3$). Рассмотрим задачу, когда в некоторый момент времени первоначально покоящаяся жидкость на бесконечности импульсно приводится в состояние движения с заданной постоянной скоростью $U_\gamma^{(0)}$, направленной вдоль плоской стенки W (рис. 1).

Классическая постановка этой задачи в предположении потенциальности течения жидкости, как известно, состоит в решении уравнения Лапласа для потенциала скорости φ и удовлетво-

нии граничных условий непротекания на границе W и на поверхности всех гранул.

В рамках ранее разработанного метода самосогласованного поля [10, 11] граничные задачи динамики N сфер в идеальной (невязкой) несжимаемой жидкости в предположении потенциальности течения сведены к формальному решению системы уравнений для тензорных коэффициентов $C_{\gamma_1 \dots \gamma_n}^{(i)}$, входящих в полученное точное решение таких задач. Для сформулированной выше задачи при наличии плоской границы это решение для безразмерного потенциала скорости φ имеет вид [10, 11]

$$\varphi = \varphi_0 + \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\alpha^{2n+1}}{n+1} C_{\gamma_1 \dots \gamma_n}^{(i)} \frac{X_{\gamma_1}^{(i)} \dots X_{\gamma_n}^{(i)}}{R_i^{2n+1}} + \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\alpha^{2n+1}}{n+1} T_{\beta_1 \gamma_1} \dots T_{\beta_n \gamma_n} C_{\beta_1 \dots \beta_n}^{(i)} \frac{\tilde{X}_{\gamma_1}^{(i)} \dots \tilde{X}_{\gamma_n}^{(i)}}{\tilde{R}_i^{2n+1}}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= e_\gamma x_\gamma = x_1, & X_\gamma^{(i)} &= x_\gamma - x_\gamma^{(i)}, \\ \tilde{X}_\gamma^{(i)} &= x_\gamma - T_{\beta\gamma} x_\beta^{(i)}, & R_i &= \sqrt{X_\gamma^{(i)} X_\gamma^{(i)}}, \\ \tilde{R}_i &= \sqrt{\tilde{X}_\gamma^{(i)} \tilde{X}_\gamma^{(i)}}, & \alpha &= a/L, \\ T_{\beta\gamma} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, & e_\gamma &= \{1, 0, 0\}, \end{aligned}$$

а тензорные коэффициенты $C_{\gamma_1 \dots \gamma_n}^{(i)}$ удовлетворяют бесконечной ($1 \leq n < \infty$) системе алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} C_{\gamma_1 \dots \gamma_n}^{(i)} &= \frac{1}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x_{\gamma_1} \dots \partial x_{\gamma_n}} \left\{ e_\beta X_\beta^{(i)} + \sum_{j \neq i, k=0}^{\infty} \frac{k\alpha^{2n+1}}{k+1} C_{\beta_1 \dots \beta_k}^{(j)} \frac{X_{\beta_1}^{(j)} \dots X_{\beta_k}^{(j)}}{R_j^{2k+1}} + \sum_{j \neq i, k=0}^{\infty} \frac{k\alpha^{2n+1}}{k+1} T_{\delta_1 \beta_1} \dots T_{\delta_k \beta_k} C_{\delta_1 \dots \delta_k}^{(j)} \frac{\tilde{X}_{\beta_1}^{(j)} \dots \tilde{X}_{\beta_k}^{(j)}}{\tilde{R}_j^{2k+1}} \right\} \Bigg|_{R_i=0}, \quad (2) \\ & i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned}$$

Здесь и далее приняты тензорные обозначения переменных с условием о суммировании по повторяющимся нижним координатным индексам, принимающим значения от 1 до 3. Это условие не распространяется только на переменные R_i и \tilde{R}_i . Верхние индексы относятся к гранулам, и чтобы отличать их от показателя степени, они заключены в круглые скобки. Соотношения (1) и (2) записаны в безразмерном виде. В качестве масштабов

величин приняты характерное расстояние между центрами соседних гранул L и заданная на бесконечности скорость потока $U^{(0)}$.

Следует подчеркнуть, что решение (1) удовлетворяет граничным условиям непротекания на поверхности W и всех гранул в том случае, если тензорные коэффициенты $C_{\gamma_1 \dots \gamma_n}^{(i)}$ удовлетворяют системе уравнений (2).

Таким образом, задача определения потенциала скорости (1) сводится к нахождению коэффициентов $C_{\gamma_1 \dots \gamma_n}^{(i)}$ на основании системы уравнений (2). Для построения корректной математической процедуры решения этой системы примем предположение о малости параметра $\alpha \ll 1$. Отметим, что это не очень жесткое ограничение на параметр α , так как для всех зернистых сред, состоящих из сферических гранул, он всегда удовлетворяет условию $\alpha < \frac{1}{2}$. При условии $\alpha \ll 1$ все неизвестные функции можно искать в виде рядов по степеням параметра α :

$$C_{\gamma_1 \dots \gamma_n}^{(i)} = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k C_{\gamma_1 \dots \gamma_n}^{(i)(k)}, \quad \varphi = \sum_{k=0}^{\infty} \alpha^k \varphi^{(k)}. \quad (3)$$

Подставляя разложения (3) в систему (2) и приравнивая члены при одинаковых степенях малого параметра, получим систему рекуррентных соотношений:

$$C_{\gamma_1 \dots \gamma_m}^{(i)(k)} = \sum_{j=1}^N \sum_{n=1}^{\lfloor \frac{k-1}{2} \rfloor} \frac{n}{n+1} C_{\beta_1 \dots \beta_n}^{(i)(k-2n-1)} D_{\gamma_1 \dots \gamma_m, \beta_1 \dots \beta_n}^{(j,i)}, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} C_{\gamma}^{(i)(0)} &= e_{\gamma}; \quad C_{\gamma_1 \dots \gamma_m}^{(i)(0)} = 0, \quad m > 1, \\ D_{\gamma_1 \dots \gamma_m, \beta_1 \dots \beta_n}^{(j,i)} &= \\ &= (1 - \delta_{ji}) Q_{\gamma_1 \dots \gamma_m, \beta_1 \dots \beta_n}^{(j,i)} + T_{\delta\beta_1} \dots T_{\delta\beta_n} G_{\gamma_1 \dots \gamma_m, \delta_1 \dots \delta_n}^{(j,i)}, \\ Q_{\gamma_1 \dots \gamma_m, \beta_1 \dots \beta_n}^{(j,i)} &= \frac{1}{m!} \frac{\partial^m}{\partial x_{\gamma_1} \dots \partial x_{\gamma_m}} \left(\frac{X_{\beta_1}^{(j)} \dots X_{\beta_n}^{(j)}}{R_j^{2n+1}} \right)_{R_j=0}, \\ G_{\gamma_1 \dots \gamma_m, \beta_1 \dots \beta_n}^{(j,i)} &= \frac{1}{m!} \frac{\partial^m}{\partial x_{\gamma_1} \dots \partial x_{\gamma_m}} \left(\frac{\tilde{X}_{\beta_1}^{(j)} \dots \tilde{X}_{\beta_n}^{(j)}}{\tilde{R}_j^{2n+1}} \right)_{R_j=0}, \end{aligned}$$

δ_{ji} – символ Кронекера, квадратные скобки над знаком суммы обозначают целую часть числа.

Полученные рекуррентные соотношения (4) позволяют определить все тензорные коэффициенты $C_{\gamma_1 \dots \gamma_m}^{(i)(k)}$ в аналитическом виде в любом заданном приближении по малому параметру α . В настоящей работе они определены с точностью до

$O(\alpha^8)$. Подстановка полученных таким образом тензорных коэффициентов $C_{\gamma_1 \dots \gamma_m}^{(i)(k)}$ в выражение для потенциала скорости (1) с учетом соотношений (3) в итоге приводит к следующему выражению для продольной компоненты скорости жидкости:

$$\begin{aligned} U_1/U^{(0)} &= 1 + \frac{\alpha^3}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{R_i^3} + \frac{1}{\tilde{R}_i^3} - 3X_1^{(i)2} \left(\frac{1}{R_i^5} + \frac{1}{\tilde{R}_i^5} \right) \right) + \\ &+ \frac{\alpha^6}{32} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(x_3^{(i)})^3} \left(\frac{1}{R_i^3} + \frac{1}{\tilde{R}_i^3} - 3X_1^{(i)2} \left(\frac{1}{R_i^5} + \frac{1}{\tilde{R}_i^5} \right) \right) - \\ &- \frac{\alpha^8}{16} \sum_{i=1}^N \frac{1}{(x_3^{(i)})^4} \left(\frac{X_3^{(i)}}{R_i^5} - \frac{\tilde{X}_3^{(i)}}{\tilde{R}_i^5} - 5X_1^{(i)2} \left(\frac{X_3^{(i)}}{R_i^7} - \frac{\tilde{X}_3^{(i)}}{\tilde{R}_i^7} \right) \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Необходимо отметить, что при решении системы уравнений (4) в настоящей работе учтены члены, описывающие только непосредственный вклад каждой из частиц и соответствующий отклик от стенки в заданный поток. Члены, описывающие вклад частиц за счет парных взаимодействий и взаимодействий более высокого порядка, здесь опущены, так как они несущественны при последующем вычислении осредненных характеристик в рамках настоящей работы. При необходимости получить более точные выражения для тензорных коэффициентов $C_{\gamma_1 \dots \gamma_m}^{(i)(k)}$, а соответственно, и для скорости жидкости (5), включая члены, описывающие многочастичные взаимодействия заданного порядка, достаточно просто учесть все соответствующие функциональные члены при вычислениях по формулам (4).

ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОТОКА

Формула (5) позволяет с высокой точностью определять скорость жидкости при наличии в ней любого конечного числа N сферических гранул при различных конфигурациях их взаимного расположения в пространстве. Однако для систем, состоящих из очень большого количества частиц, реализация такой процедуры вычислений становится затруднительной и вряд ли имеет смысл. В этом случае целесообразен переход к осредненному описанию динамики таких структур на основе хорошо известной процедуры осреднения [15] по различным возможным конфигурациям частиц в пространстве. В рамках такой процедуры суммирование известных функций в соотношении (5) фактически заменяется интегрированием по переменной $x_{\gamma}^{(i)}$ при условии, что частицы не пересекаются друг с другом, с точкой, в которой вычисляется средняя скорость, и с заданной поверхностью W .

Примем модель зернистого слоя как совокупность бесконечного числа идентичных сферических гранул радиуса α , центры которых статистически равномерно распределены в слое конечной толщины $H = \frac{H^*}{L}$, расположенном перпендикулярно границе W (верхний индекс * обозначает соответствующую размерную величину). Это означает, что центры гранул расположены в области $\alpha \leq x_1^{(i)} \leq (H - \alpha) \cap x_3^{(i)} \geq \alpha$. В этом случае все гранулы находятся в слое толщиной H , не пересекая заданную поверхность W и плоскости $x_1 = 0$ и $x_1 = H$ (см. рис. 1). При этих условиях весовой функцией в процедуре усреднения [15] будет числовая концентрация гранул в слое, которая в рамках принятых предположений – постоянная величина в объеме усреднения. Это упрощает выкладки и позволяет получить результаты в аналитическом виде. Если при вычислении средних величин ограничиться первым приближением по объемной доле гранул в слое ϕ , то в правой части равен-

ства (5) необходимо учитывать лишь члены, которые описывают прямой вклад частиц и соответствующего отклика от стенки в заданный поток. Взаимодействия более высокого порядка вносят вклад только в коэффициенты при более высоких степенях параметра ϕ , поэтому в формулах (5) они заранее опущены.

Применение процедуры усреднения по ансамблю [15] к первому выражению в правой части равенства (5) при описанных выше условиях приводит к следующему результату для средней величины скорости жидкости внутри слоя в области $2\alpha \leq x_1 \leq (H - 2\alpha)$ в зависимости от нормированных координат $x = \frac{x_1}{\alpha} = \frac{x_1^*}{a}$ и $z = \frac{x_3}{\alpha} = \frac{x_3^*}{a}$:

$$U_f(x, z) = \left\langle \frac{U_1}{U^{(0)}} \right\rangle = 1 + k(x, z)\phi, \quad (6)$$

где

$$k(x, z) = q(x, z) + \begin{cases} k_1(z) & 0 \leq z \leq 2, \\ k_2(z) & 2 \leq z < \infty, \end{cases}$$

$$k_2(z) = 1 - \frac{1}{16z^3},$$

$$k_1(z) = \frac{3}{2} \left(1 + \frac{1}{12} \left(\frac{1 + 2z - 2z^2 + 12z^3 + 6z^4 - \sqrt{1 + 4z}}{4z^3 \sqrt{1 + 4z}} - 2 - 3z^2 + z^3 \right) \right),$$

$$q(x, z) = \frac{3}{4\pi} \left(\arctg\left(\frac{z-1}{h-x-1}\right) + \arctg\left(\frac{z-1}{x-1}\right) - \arctg\left(\frac{z+1}{h-x-1}\right) - \arctg\left(\frac{z+1}{x-1}\right) \right),$$

$$h = \frac{H}{\alpha} = \frac{H^*}{a},$$

x_1^* , x_3^* и H^* – соответствующие размерные переменные.

Вне слоя при $x \geq h \cup x \leq 0$ и любых значениях $z \geq 0$ выражение для усредненного профиля скорости также описывается формулой вида (6), в которой функция $k(x, z) = q(x, z)$.

На стенке ($z = 0$) усредненная скорость жидкости описывается формулой

$$U_f(x, 0) = 1 + \frac{3\phi}{2\pi} (\arctg(h-x-1) + \arctg(x-1)). \quad (7)$$

Осреднение второго и третьего членов в правой части равенства (5) приводит к громоздким выражениям. При этом их суммарный вклад в итоговый результат для усредненного профиля скорости жидкости, как показывает сравнение всех полученных функций, не превышает величины 1%.

В связи с этим выражения для этих функций опущены в итоговых результатах (6) и (7).

Следует отметить, что значения функций $k_1(z)$, $k_2(z)$ и их первых производных совпадают на границе области их определения в точке $z = 2$.

Для иллюстрации полученного результата (6) на рис. 2 приведены графики зависимости усредненной скорости жидкости $U_f = \langle U_1 / U^{(0)} \rangle$ от координаты $z = x_3^* / a$ внутри зернистого слоя в разных его сечениях при заданном значении объемной доли гранул в слое $\phi = 0.25$ и толщины слоя $h = 80$. Как видно из представленных графиков, максимальные значения скорости жидкости достигаются в пристеночной области. По мере удаления от стенки скорости достигают своего минимального значения и затем при $z \rightarrow \infty$ выходят на асимптотическое значение $U_f \rightarrow 1 + \phi$.

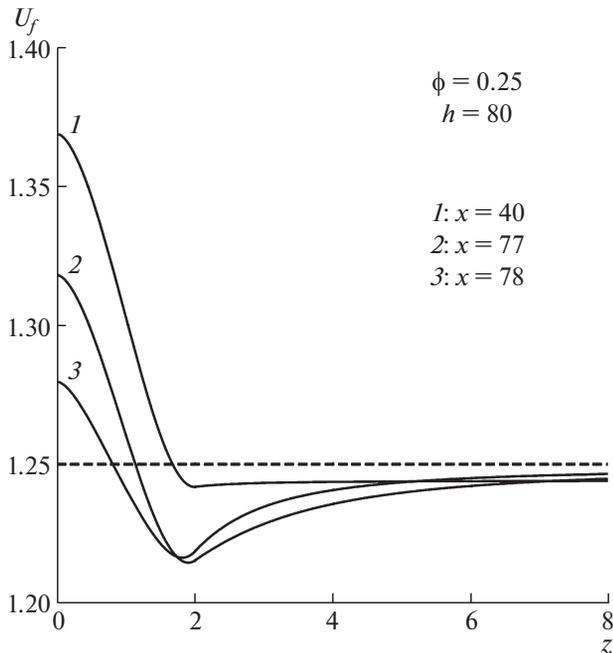


Рис. 2. Графики зависимости усредненной скорости жидкости $U_f = \left\langle \frac{U_1}{U(0)} \right\rangle$ от безразмерной координаты $z = \frac{x_3^*}{a}$ внутри зернистого слоя при заданном значении объемной доли гранул в слое $\phi = 0.25$ и толщины слоя $h = \frac{H^*}{a} = 80$ в разных сечениях слоя $x = \frac{x_1^*}{a}$: 1 – $x = 40$, 2 – $x = 77$, 3 – $x = 78$. Штриховой линией обозначена асимптота функции $U_f(x, z)$ при $z \rightarrow \infty$. Верхний индекс * использован для обозначения соответствующих размерных величин.

На рис. 3 приведены профили скорости в нескольких сечениях потока вне гранулированного слоя при тех же значениях объемной доли гранул $\phi = 0.25$ и толщины слоя $h = 80$. Максимумы скорости в этом случае также достигаются на стенке. По мере удаления от слоя при $x \rightarrow \infty$, как и следовало ожидать, профиль скорости стремится к профилю заданного на бесконечности однородного потока.

На рис. 4 приведены графики зависимости скорости жидкости на стенке (7) в зависимости от продольной координаты x при разных значениях объемной доли гранул ϕ и заданном значении толщины слоя $h = 80$. Максимальное значение скорости на стенке реализуется в центральном сечении слоя при $x = \frac{h}{2}$. При большой толщине слоя $h \gg 1$ скорость на стенке в области, близкой к центру слоя, как следует из формулы (7), примерно равна $U_f \approx 1 + \frac{3\phi}{2}$.

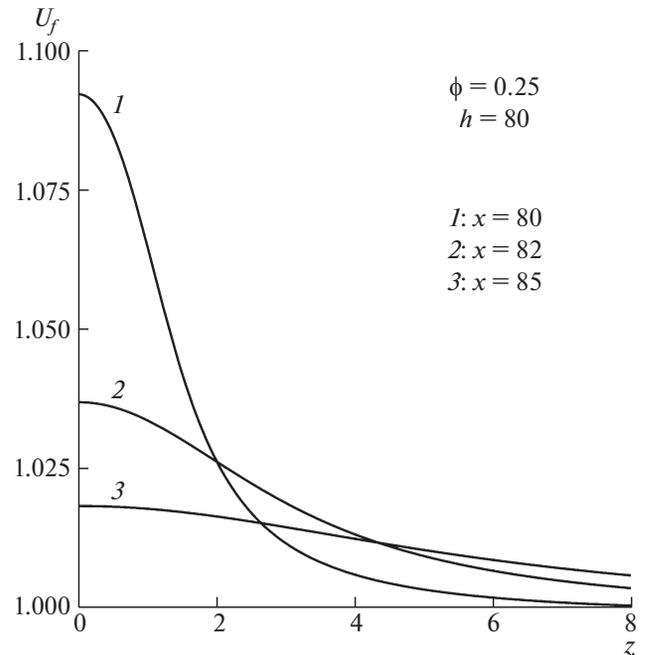


Рис. 3. Графики зависимости усредненной скорости жидкости $U_f = \left\langle \frac{U_1}{U(0)} \right\rangle$ от безразмерной координаты $z = \frac{x_3^*}{a}$ вне зернистого слоя при заданном значении объемной доли гранул в слое $\phi = 0.25$ и толщины слоя $h = \frac{H^*}{a} = 80$ в разных сечениях $x = \frac{x_1^*}{a}$ потока за слоем: 1 – $x = 80$, 2 – $x = 82$, 3 – $x = 85$. Верхний индекс * использован для обозначения соответствующих размерных величин.

Следует отметить, что эффект проскальзывания жидкости в пристеночной области получен в предположении статистической равномерности распределения гранул в слое и при условии, что границы слоя образуют плоские (не искривленные) поверхности, перпендикулярные плоскости внешней границы W .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе теоретически исследована задача о течении жидкости сквозь стационарный зернистый слой конечной толщины, расположенный перпендикулярно плоской твердой поверхности, с учетом эффектов коллективного гидродинамического взаимодействия гранул в заданном внешнем однородном потоке. Получено аналитическое решение для усредненного по ансамблю профиля скорости жидкости как вне, так и внутри зернистого слоя с учетом влияния внешней плоской границы. Задача решена в рамках модели идеальной (невязкой) несжимаемой жидкости для несущей сплошной среды в первом приближении по

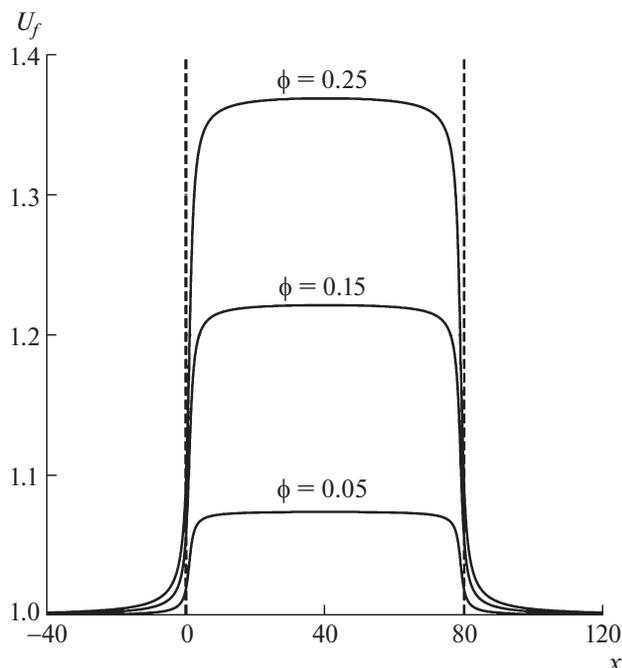


Рис. 4. Графики зависимости усредненной скорости жидкости $U_f = \left\langle \frac{U_1}{U^{(0)}} \right\rangle$ на стенке W от продольной координаты $x = \frac{x_1^*}{a}$ при заданном значении толщины слоя $h = \frac{H^*}{a} = 80$ для трех значений объемной доли гранул в слое ϕ . Штриховыми линиями обозначены границы зернистого слоя. Верхний индекс * использован для обозначения соответствующих размерных величин.

объемной доле гранул в слое при условии их статистически равномерного распределения в пространстве внутри слоя.

Полученный профиль скорости жидкости имеет характерную особенность — на стенке величина скорости жидкости как внутри слоя, так и на выходе из него превышает соответствующее значение скорости вдали от стенки. Следует подчеркнуть, что в отличие от предыдущих исследований эффект проскальзывания жидкости в пристеночной области получен без использования условий о неравномерности распределения гранул вблизи стенки и наличия искривления поверхности зернистого слоя. Это означает, что неоднородность профиля скорости в пристеночной области является, прежде всего, результатом гидродинамического взаимодействия большого количества гранул друг с другом и с внешней границей. А возможное наличие неравномерности распределения гранул в слое и искривление границы слоя способствуют усилению этого эффекта.

Следует отметить, что в записи решения (5) приведены только те функции, которые при осреднении дают вклад в коэффициент перед первой степенью объемной доли гранул в слое ϕ в формулах (6). Для получения решения вида (6) с точностью до более высоких степеней объемной доли ϕ необходимо при решении системы (4) просто учесть все функциональные члены, описывающие взаимодействия частиц соответствующего порядка, и затем применить к ним процедуру осреднения [15]. Это возможно в рамках метода [10, 11], что может быть предметом дальнейших исследований.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках Государственного задания, номер госрегистрации темы АААА-А19-119012290136-7.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987.
2. Гольдштик М.А. Процессы переноса в зернистом слое. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1984.
3. Кириллов В.А., Кузьмин В.А., Пьянов В.И., Ханавев В.М. // ДАН СССР. 1979. Т. 245. № 1. С. 159–162.
4. Стрижов А.А., Халилов В.Ш. // Изв. РАН. МЖГ. 1994. Т. 29. № 6. С. 9–13.
5. Dalabaev U. // J. Eng. Phys. Thermophysics. 1997. V. 70. № 3. P. 379–382.
6. Freund H., Zeiser T., Huber F. et al. // Chem. Eng. Sci. 2003. V. 58. № 3–6. P. 903–910.
7. Ширко И.В., Парфус В.О. // ТОХТ. 2004. Т. 38. № 6. С. 630–633.
8. Ouriemi M., Aussillous P., Guazzelli E. // J. Fluid Mech. 2009. V. 636. P. 295–319.
9. Михайленко К.И., Кулешов В.С. // Вычислительные технологии. 2015. Т. 20. № 6. С. 46–58.
10. Струминский В.В., Гуськов О.Б., Корольков Г.А. // ДАН СССР. 1986. Т. 290. № 4. С. 820–824.
11. Гуськов О.Б., Бошнятов Б.В. // ДАН. 2011. Т. 438. № 5. С. 626–628.
12. Гуськов О.Б. // ДАН. 2012. Т. 442. № 1. С. 50–53.
13. Гуськов О.Б. // ПММ. 2014. Т. 78. № 2. С. 186–193.
14. Гуськов О.Б. // ПММ. 2017. Т. 81. № 4. С. 471–482.
15. Batchelor G.K. // J. Fluid Mech. 1972. V. 52. № 2. P. 245–268.

THE FLOW OF AN IDEAL FLUID THROUGH A STATIONARY GRANULAR LAYER IN THE PRESENCE OF A FLAT WALL

O. B. Gus'kov^a

^a Institute of Applied Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

Presented by Academician of the RAS R.I. Nigmatulin

We consider the problem of the flow of an ideal incompressible fluid along a flat surface perpendicular to which a stationary granular layer is located. The model of a granular layer is adopted as a set of an infinite number of identical spherical granules, which are statistically uniformly distributed in a layer of finite thickness. The problem is solved on the basis of the previously developed method of self-consistent field. In the first approximation in the volume fraction of granules in the layer, the functions describing the ensemble-averaged fluid velocity profile both inside and outside the layer are obtained in analytical form.

Keywords: hydrodynamic interaction, ideal incompressible fluid, potential flow, dispersed particle, self-consistent field method