

УДК 539.3

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФЕНОВЫХ КОМПОЗИТОВ ДЛЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ SMART-СТРУКТУР НА ОСНОВЕ ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТОВ

© 2020 г. Академик РАН В. П. Матвеев¹, Д. А. Ошмарин¹, Н. А. Юрлова^{1,*}

Поступило 20.01.2020 г.

После доработки 27.02.2020 г.

Принято к публикации 28.02.2020 г.

Рассматривается вариант smart-структуры, представляющей собой кусочно-однородное тело, состоящее из упругих, вязкоупругих материалов, а также пьезоэлементов, к электродированным поверхностям которых могут быть присоединены шунтирующие цепи. В качестве одной из основных задач для таких структур рассматривается демпфирование колебаний. Содержание работы связано с вариантом использования в шунтирующей цепи вместо классического резистора графенового композита, который в smart-структуре является не только механическим деформируемым телом, но и выполняет роль резистора. Приводится математическая постановка задачи о вынужденных установившихся колебаниях и собственных колебаниях конструкций, состоящих из упругих и вязкоупругих элементов, пьезоэлементов и графеновых композитов, выполняющих роль деформируемого тела и резистора. Результаты численных экспериментов демонстрируют использование графеновых композитов для реализации дополнительного механизма демпфирования колебаний smart-структур на основе пьезоэлементов.

Ключевые слова: графеновые композиты, пьезоэлектрические элементы, собственные колебания, вынужденные установившиеся колебания, шунтирующие цепи

DOI: 10.31857/S2686740020020194

ВВЕДЕНИЕ

В общем случае smart-материалы обладают способностью фиксировать и изменять свои характеристики в зависимости от состояния окружающей среды [1]. Реализация этих задач достигается при наличии в smart-материалах, или, что точнее, в smart-структурах, элементов, выполняющих функции сенсоров, актуаторов и процессоров, устанавливающих заданные связи между сенсорами и актуаторами. В многообразии smart-структур возможны варианты с различными комбинациями этих элементов и, соответственно, с частично выполняемыми перечисленными задачами [2].

Следует отметить в последние два-три десятилетия почти экспоненциальный рост числа публикаций, посвященных различным аспектам smart-структур и их практическим приложениям. Для smart-структур, у которых основные параметры связаны с их механическим поведением, наибольшее распространение в качестве сенсоров получили

пьезоэлектрические и оптоволоконные датчики, а в качестве актуаторов используются элементы, обладающие памятью формы, пьезоэлектрическими, магнитореологическими, электрореологическими, термоупругими свойствами.

В работе рассматриваются smart-структуры на основе пьезоэлементов. Следует отметить, что компонентная база для таких smart-структур быстро развивается. В настоящее время число материалов, обладающих пьезоэффектом, более полутора тысяч [3]. Для smart-структур на основе пьезоэлементов появляется дополнительная возможность управления их динамическим поведением, связанная с подключением к электродированным поверхностям пьезоэлементов шунтирующих электрических цепей, состоящих из резистивных, емкостных и индуктивных элементов. В таких системах электрический потенциал с пьезоэлементов рассеивается в шунтирующих цепях в виде тепла или электромагнитного излучения, а элементы шунтирующей цепи являются механическими аналогами дополнительной массы, упругости, вязкости. Возможность использования в smart-структурах шунтирующих электрических цепей стимулирует развитие соответствующей элементной базы для выполнения резистивных, емкостных и индуктивных свойств.

¹ Институт механики сплошных сред
Уральского отделения Российской академии наук,
Пермь, Россия

*E-mail: yurlova@icmm.ru

Анализ информации о графеновых компози-
тах [4, 5] позволяет сделать заключение, что меха-
ническое поведение этих композитов может быть
описано моделью упругого или вязкоупругого те-
ла. При этом элементы из этих материалов могут
выполнять роль резистора.

Основное содержание настоящего сообщения
связано с предложением использования графено-
вых композитов одновременно в качестве кон-
струкционного материала и резистора.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ О КОЛЕБАНИЯХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ С ЭЛЕМЕНТАМИ ИЗ ПЬЕЗОМАТЕРИАЛОВ И РЕЗИСТОРАМИ

Для математической постановки задач о коле-
баниях деформируемых тел с пьезоэлементами
используется вариационное уравнение движения
деформируемого тела, элементы которого прояв-
ляют пьезоэффект [6, 7]

$$\sum_{k=1}^N \left(\int_{V_1^k} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \rho_k \ddot{u}_i \delta u_i) dV \right) + \int_{V_2} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - D_i \delta E_i + \rho \ddot{u}_i \delta u_i) dV = \int_{S_\sigma} p_i \delta u_i dS + \int_{S_p} q_e \delta \varphi dS. \quad (1)$$

Здесь $V_1 = \sum_k V_1^k$ – часть объема кусочно-одно-
родного тела $V = V_1 + V_2$, состоящая из однород-
ных упругих или вязкоупругих элементов, V_2 –
объем элемента, обладающего пьезоэлектриче-
скими свойствами; D_i, E_i – компоненты вектора
электрической индукции и напряженности элек-
трического поля; σ_{ij} – компоненты симметрично-
го тензора напряжений Коши, ε_{ij} – компоненты
тензора линейных деформаций, u_i – компоненты
вектора перемещений, ρ_k – удельная плотность
материала k -й составляющей кусочно-однород-
ного тела V_1^k , ρ – удельная плотность пьезоэлектри-
ческого материала, S_σ – часть поверхности тела
объемом V_2 , на которой заданы поверхностные уси-
лия p_i , S_p – поверхность пьезоэлектрического те-
ла объемом V_2 , q_e – поверхностная плотность сво-
бодных зарядов, φ – электрический потенциал.

Для электрического поля выполняется усло-
вие потенциальности

$$\varphi_{,i} = -E_i. \quad (2)$$

Для рассматриваемого тела принимаются следу-
ющие физические соотношения:

для упругих элементов объема V_1

$$\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G_k \left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \vartheta \delta_{ij} \right), \quad \sigma = B_k \vartheta, \quad (3)$$

для вязкоупругих элементов объема V_1 [8]

$$s_{ij} = 2G_k^0 \left(e_{ij} - \int_0^t R_k(t-\tau) e_{ij}(\tau) d\tau \right), \quad (4)$$

$$\sigma = B_k^0 \left(\vartheta - \int_0^t U_k(t-\tau) \vartheta(\tau) d\tau \right),$$

для пьезоэлектрического элемента объемом V_2

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - \beta_{ijk} E_k, \quad (5)$$

$$D_k = \beta_{ijk} \varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ki} E_i.$$

Здесь G_k, B_k – упругие сдвиговые и объемные мо-
дули, G_k^0, B_k^0 – мгновенные сдвиговые и объемные
модули, R_k, U_k – ядра релаксации, σ – среднее
напряжение, ϑ – объемная деформация, s_{ij}, e_{ij} –
компоненты девиаторов тензоров напряжений и
деформаций, C_{ijkl} – компоненты тензора упругих
констант пьезоэлемента, β_{ijk} и ε_{ki} – компоненты
тензоров пьезоэлектрических и диэлектрических
коэффициентов.

В рассматриваемой задаче отдельные элементы
объема V_1 могут быть выполнены из графеновых
композитов, которые наряду с механическими
свойствами, которые описываются соотношения-
ми (3) или (4), обладают электрической проводимо-
стью и, следовательно, могут выполнять дополни-
тельно роль резистора. В этом случае при наличии
электродированных поверхностей (S_3^i) у элемента
из графенового композита (V_k) (рис. 1а), послед-
ний дополнительно к деформационным свой-
ствам будет выполнять роль резистора R_k , а при
соединении проводником (рис. 1б) электродиро-
ванных поверхностей пьезоэлемента (S_3^1, S_3^2) с
электродированными поверхностями элемента
из графенового композита (S_3^3, S_3^4) систему следу-
ет рассматривать как электродеформируемое те-
ло из упругих и вязкоупругих элементов с рези-
стором.

При наличии такого резистора в уравнении (1)
должно быть добавлено слагаемое δA_R , учитыва-
ющее работу электрического поля с разностью
потенциалов $\Delta \varphi$ по перемещению заряда q на со-
противлении R :

$$\Delta \varphi_R = \varphi_1^R - \varphi_2^R, \quad \delta A_R = \frac{1}{R} \int (\varphi_1^R - \varphi_2^R) \delta \varphi dt. \quad (6)$$

Здесь φ_1^R, φ_2^R – электрические потенциалы на элек-
тродированных поверхностях пьезоэлемента.

С учетом выражения (6) вариационное уравнение движения электровязкоупругого тела с резистором записывается в следующем виде [9]:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^N \left(\int_{V_1^k} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \rho_k \ddot{u}_i \delta u_i) dV \right) + \\ & + \int_{V_2} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - D_i \delta E_i + \rho \ddot{u}_i \delta u_i) dV - \\ & - \int_{S_\sigma} p_i \delta u_i dS - \int_{S_p} q_e \delta \varphi dS + \\ & + \sum_{q=1}^{n_R} \frac{1}{R_q} \int (\varphi_1^{R_q} - \varphi_2^{R_q}) \delta \varphi dt = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь n_R – количество реализованных в системе резисторов.

Оценка диссипативных свойств в рассматриваемых системах проводится на основе величин амплитудных значений перемещений для резонансных режимов при вынужденных установившихся колебаниях или по скорости затухания соответствующей моды при собственных колебаниях.

Решение задачи о вынужденных установившихся колебаниях отыскивается в форме [9]

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \bar{U}_i(\mathbf{x}) e^{ipt}, \quad \varphi_i(\mathbf{x}, t) = \bar{\varphi}_i(\mathbf{x}) e^{ipt}, \quad (8)$$

здесь p – частота внешнего периодического воздействия.

Характеристикой скорости затухания колебаний является мнимая составляющая комплексной собственной частоты колебаний [8, 10]. В задаче о собственных колебаниях при однородных граничных условиях решение принимается как

$$u_i(x, t) = \bar{u}_i(\mathbf{x}) e^{i\omega t}, \quad \varphi(x, t) = \bar{\varphi}(\mathbf{x}) e^{i\omega t}. \quad (9)$$

Здесь $\omega = \omega_R + i\omega_I$ – комплексная собственная частота колебаний, где ω_R соответствует собственной частоте, а ω_I характеризует скорость затухания колебаний, $\bar{u}_i(\mathbf{x})$, $\bar{\varphi}(\mathbf{x})$ – собственные формы колебаний. В задачах о собственных колебаниях физические уравнения (4) заменяются их комплексными аналогами (10) [10]:

$$\begin{aligned} s_{ij} &= 2(G_k^R + iG_k^I) e_{ij}, \\ \sigma &= (B_k^R + iB_k^I) \vartheta, \end{aligned} \quad (10)$$

где G_k^R , G_k^I , B_k^R , B_k^I – действительные и мнимые составляющие сдвигового и объемного комплексных динамических модулей.

С учетом вида решения (9) вариационное уравнение для задачи о собственных колебаниях

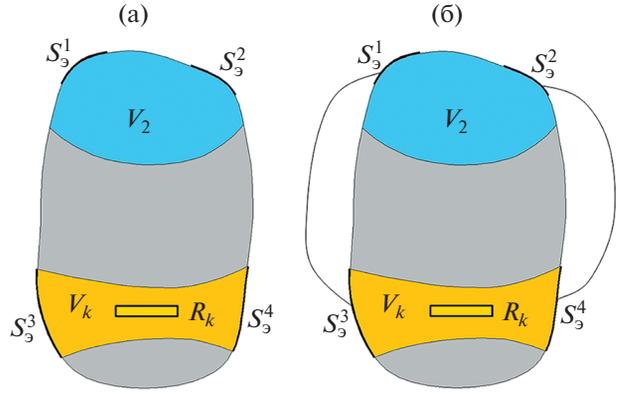


Рис. 1. Кусочно-однородное тело с элементами, обладающими пьезоэлектрическими свойствами (V_2), элементами из графенового композита (V_k) и электродированными поверхностями (S_3^1 , S_3^2 , S_3^3 , S_3^4).

электровязкоупругого тела с внешними электрическими цепями может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^N \left(\int_{V_1^k} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \rho_k \omega^2 u_i \delta u_i) dV \right) + \\ & + \int_{V_2} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - D_i \delta E_i + \rho \omega^2 u_i \delta u_i) dV + \\ & + \sum_{q=1}^{n_R} \frac{1}{i\omega R_q} \int (\varphi_1^{R_q} - \varphi_2^{R_q}) \delta \varphi dt = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

ЧИСЛЕННАЯ ДЕМОНСТРАЦИЯ ДИССИПАТИВНЫХ СВОЙСТВ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА ИЗ УПРУГИХ И ВЯЗКОУПРУГИХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ НАЛИЧИИ РЕЗИСТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА

Для численной реализации задачи о вынужденных установившихся колебаниях и о собственных колебаниях электровязкоупругого тела с электрическими цепями, состоящими из резисторов, емкостей и индуктивностей, используется процедура метода конечных элементов [9, 11].

Численная демонстрация рассматриваемой задачи приводится на примере пластинки ($500 \times 100 \times 1$ мм), представленной на рис. 2. Основная пластина выполнена из алюминия: $E = 6.85 \times 10^{10}$ Па; $\nu = 0.3$; $\rho = 2750$ кг/м³. Пьезоэлемент ($60 \times 90 \times 1.3$ мм) выполнен из материала ПКР7: $C_{11} = C_{22} = 12.5 \times 10^{10}$ Па, $C_{12} = 8.40 \times 10^{10}$ Па, $C_{13} = C_{23} = 8.10 \times 10^{10}$ Па, $C_{33} = 12.1 \times 10^{10}$ Па, $C_{44} = 2.05 \times 10^{10}$ Па, $C_{55} = C_{66} = 2.36 \times 10^{10}$ Па, $\beta_{31} = \beta_{32} = -9.0$ Кл/м², $\beta_{33} = 28.3$ Кл/м², $\beta_{52} = \beta_{61} = 17.9$ Кл/м², $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 1.27 \times 10^{-8}$ Ф/м, $\varepsilon_{33} = 1.20 \times 10^{-8}$ Ф/м, $\rho = 7500$ кг/м³.

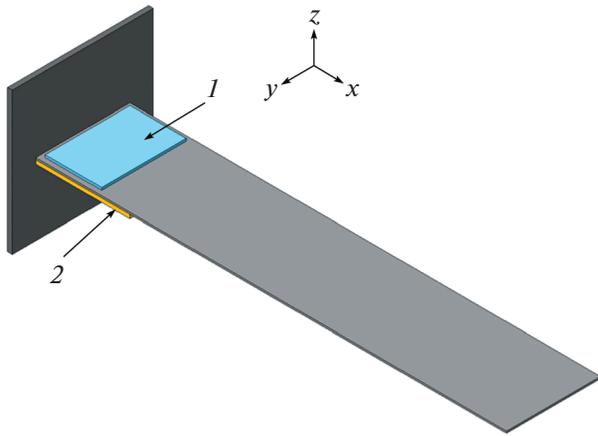


Рис. 2. Пластина с пьезоэлементом (1) и элементом из графенового композита (2).

В выполненных расчетах рассмотрен вариант графенового композита, в котором в качестве матрицы используется полиметилметакрилат (ПММА), а графен выполняет роль наполнителя [4]. При моделировании этого элемента в рамках упругой модели были заданы следующие свойства материала: модуль сдвига $G = 2.29 \times 10^8$ Па; объемный модуль $B = 5.96 \times 10^8$ Па; удельная плотность $\rho = 1190$ кг/м³. При моделировании элемента в рамках вязкоупругой модели комплексный модуль сдвига $G = G^R + iG^I$ и упругий объемный модуль задавались следующим образом: $G^R = 2.29 \times 10^8$ Па, $G^I = 5.73 \times 10^7$ Па, $B = 5.96 \times 10^8$ Па.

В задаче о вынужденных установившихся колебаниях принимается, что закрепленный торец пластины совершает колебания

$$x = 0, \quad u_x = u_y = 0, \quad u_z = U_0 e^{ipt}. \quad (12)$$

На рис. 3 приведены амплитудно-частотные характеристики компоненты вектора перемещений u_z свободного торца в окрестности первого и второго резонансов для трех вариантов:

- 1) учитываются только вязкоупругие свойства элемента из графенового композита (штрихпунктирная линия 1);
- 2) графеновый композит – упругий и реализует функцию резистора (пунктирная линия 2);
- 3) графеновый композит – вязкоупругий и реализует функцию резистора (сплошная линия 3).

Для этих же вариантов получены значения комплексных собственных частот колебаний. В табл. 1 для этих же вариантов приведены комплексные собственные частоты для первых двух мод собственных колебаний. Мнимые части этих собственных частот характеризуют скорость затухания собственных форм колебаний.

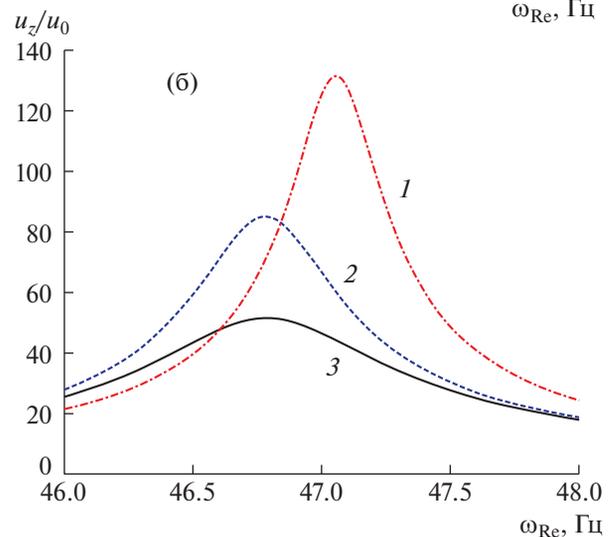
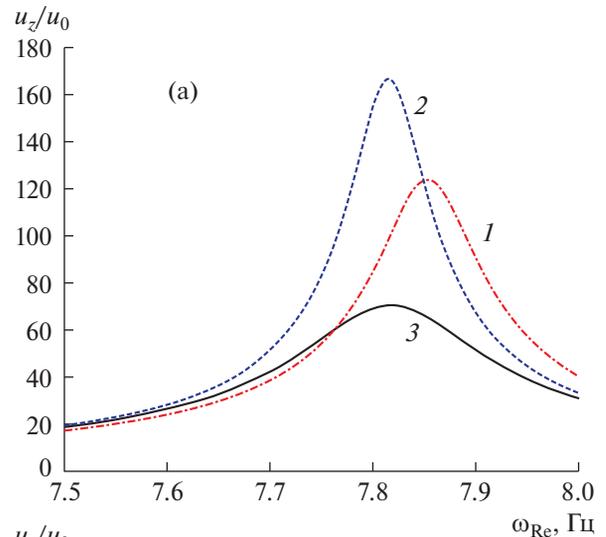


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики для u_z в окрестности первого резонанса (а) и в окрестности второго резонанса (б).

Для приведенных результатов значения сопротивления для первой моды колебаний 210 кОм, для второй моды – 35 кОм, были найдены при численном моделировании из условия обеспечения максимального демпфирования колебаний. Омическое сопротивление элемента из графенового материала может быть рассчитано по следующей формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{\sigma \cdot S}, \quad (13)$$

где ρ – удельное сопротивление материала проводника; σ – удельная проводимость проводника (величина обратная удельному сопротивлению); l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения проводника.

Для рассматриваемого элемента из графенового композита могут быть реализованы два вари-

Таблица 1

Вариант	$\omega = \omega_R + i\omega_I$
Первая мода колебаний	
1	$7.81597 - i \cdot 0.04401$
2	$7.78116 - i \cdot 0.03360$
3	$7.78344 - i \cdot 0.07784$
Вторая мода колебаний	
1	$46.33836 - i \cdot 0.16603$
2	$46.10908 - i \cdot 0.22177$
3	$46.11665 - i \cdot 0.38729$

анта электродированных поверхностей: две противоположные боковые поверхности; две большие поверхности элемента. В первом случае $l = 100$ мм, $S = 100 \times 2$ мм², а во втором случае $l = 2$ мм, $S = 100 \times 100$ мм².

Исходя из этого, для найденных оптимальных значений сопротивлений должны быть следующие значения удельной проводимости графенового композита соответственно для первого и второго вариантов электродирования поверхностей:

для первой моды колебаний

$$\sigma_1 = \frac{1}{\rho} \approx 2.38 \times 10^{-3} \text{ См/м,}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{\rho} \approx 9.52 \times 10^{-7} \text{ См/м;}$$

для второй моды колебаний

$$\sigma_1 = \frac{1}{\rho} \approx 1.42 \times 10^{-2} \text{ См/м,}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{\rho} \approx 5.71 \times 10^{-6} \text{ См/м.}$$

Следует заметить, что величина σ_1 находится в области значений удельной проводимости графеновых композитов, приведенных в работах [5, 12].

Анализ результатов, приведенных на рис. 3, и полученных значений комплексных собственных частот колебаний показывает, что использование свойств электрической проводимости графеновых композитов в smart-материалах, основанных на применении пьезоэлементов, дает дополнительный механизм демпфирования колебаний.

ВЫВОДЫ

Предлагается вариант smart-структур на основе пьезоэлементов с шунтирующей цепью, в которой роль резистора выполняет деформируемый элемент из графенового композита. Приведена математическая постановка задачи о вынужденных установившихся колебаниях и собственных колебаниях smart-структур, представляющих собой кусочно-однородное тело, состоящее из

упругих и вязкоупругих элементов, пьезоэлементов и элементов из графеновых композитов, которые являются не только механически деформируемым телом, но и выполняют роль резистора. Численными экспериментами продемонстрированы в рассмотренных smart-структурах дополнительный механизм демпфирования при использовании электрической проводимости графенового композита.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19–51–10003–КО_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Concise encyclopedia of composite materials / Ed. Anthony Kelly. England, 1994. 350 p.
2. *Reza Moheimani S.O., Fleming A.J.* Piezoelectric transducers for vibration control and damping. Springer, 2006. 272 p.
3. *Janos B.Z., Hagood N.W.* Overview of Active Fiber Composite Technologies // MST News. Actuator Applications. Home Automation. 1998. № 3. P. 25–29.
4. *Kumar A., Sharma K., Dixit A.R.* A Review of the Mechanical and Thermal Properties of Grapheme and Its Hybrid Polymer Nanocomposites for Structural Applications // J. Mater. Sci. 2019. V. 54. P. 5992–6026.
5. *Marsden A.J., Papageorgiou D.G., Vallés C., Liscio A., Palermo V., Bissett M.A., Young R.J., Kinloch I.A.* Electrical percolation in graphene–polymer Composites // 2D Mater. 2018. V. 5. art. № 032003.
6. *Washizu. K.* Variational Methods in Elasticity and Plasticity. London: Pergamon Press. 1982.
7. *Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф.* Электротермовязкоупругость. Киев: Наук. думка, 1988. 319 с.
8. *Адамов А.А., Матвеев В.П., Труфанов Н.А. и др.* Методы прикладной вязкоупругости. Екатеринбург: УрО РАН, 2003. 411 с.
9. *Матвеев В.П., Ошмарин Д.А., Севодина Н.В. и др.* Задача о собственных колебаниях электровязкоупругих тел с внешними электрическими цепями и конечно-элементные соотношения для ее численной реализации // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9. № 4. С. 476–485.
10. *Kligman E.P., Matveenko V.P.* Natural Vibration Problem of Viscoelastic Solids as Applied to Optimization of Dissipative Properties of Constructions // Intern. J. Vibration and Control. 1997. V. 3. № 1. P. 87–102.
11. *Iurlova N.A., Sevodina N.V., Oshmarin D.A., et al.* Algorithm for Solving Problems Related to the Natural Vibrations of Electro-Viscoelastic Structures with Shunt Circuits Using ANSYS Data // Intern. J. Smart and Nano Materials. 2019. V. 10. № 2. P. 156–176.
12. *Alemour B., Yaacob M.H., Lim H.N., et al.* Review of Electrical Properties of Graphene Conductive Composites // Intern. J. Nanoelectronics and Materials. 2018. V. 11. № 4. P. 371–398.

AN APPLICATION OF GRAPHENE COMPOSITES FOR ADDITIONAL DAMPING OF VIBRATIONS OF SMART-STRUCTURES BASED ON PIEZOELECTRIC ELEMENTS

Academician of the RAS **V. P. Matveenko^a, D. A. Oshmarin^a, and N. A. Iurlova^a**

^a *Institute of Continuous Media Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Perm, Russian Federation*

In this paper a variant of a smart-structure which is piecewise-homogeneous body composed of elastic and viscoelastic materials and also piezoelectric elements whose electrodes can be connected to shunting circuits is considered. One of the basic purposes of such structures is damping of vibrations. The content of the paper is related to an option of application a shunting circuit where a graphene composite is used as a resistor instead of the classic one. In this case a graphene composite in smart-structure is not only a deformable solid but also acts as a resistor. The mathematical formulation of the problem of natural vibrations and forced steady-state vibrations for structures consisted of elastic and viscoelastic elements, piezoelectric elements and graphene composites which serve as deformable bodies as resistors. The results of numerical experiments show the applicability of graphene-based composites for additional mechanism of damping of vibrations in smart structures based on piezoelectric elements.

Keywords: graphene composite, piezoelectric elements, natural vibrations, forced steady-state vibrations, shunting circuit