

УДК 523.62-337, 523.62-726

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТОПАУЗЫ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ С КАППА-РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЧАСТИЦ ПО ЭНЕРГИЯМ

© 2021 г. Член-корреспондент РАН Вл. В. Кочаровский<sup>1,\*</sup>, В. В. Кочаровский<sup>1,2</sup>, А. А. Нечаев<sup>1</sup>

Поступило 24.11.2020 г.

После доработки 24.11.2020 г.

Принято к публикации 30.11.2020 г.

Предложена аналитическая модель распределенного токового слоя с варьируемым профилем, разделяющего две области анизотропной бесстолкновительной плазмы с различными величинами магнитного поля и различными эффективными температурами каппа-распределений электронов и ионов по энергиям. Модель допускает также наличие нескольких компонент ионов с различными эффективными температурами и присутствие разнесенных в пространстве локализованных встречных токов каждой из этих компонент. Продемонстрировано изменение характеристик токового слоя при переходе от максвелловского к каппа-распределению, которое учитывает наличие степенного спектра энергичных частиц, типичного для неравновесной магнитоактивной плазмы. Развита теория впервые позволяет проводить аналитическое моделирование подобных токовых конфигураций как в лабораторной, так и в космической плазме, например, в магнитопаузах планет, корональных арках или звездном ветре с магнитными облаками.

*Ключевые слова:* токовый слой, магнитопауза, бесстолкновительная плазма, солнечный ветер, анизотропия, каппа-распределение, гирорадиус

DOI: 10.31857/S2686740021010077

В течение более полувека в физике плазмы остается открытым вопрос о структуре магнитопаузы – стационарного переходного слоя между двумя областями по-разному замагниченной плазмы, который с необходимостью содержит ток, текущий вдоль плоскости раздела этих областей. В лабораторной и особенно космической плазме, являющейся слабо столкновительной, толщина слоя много меньше длины свободного пробега и достигает гирорадиуса токонесящих частиц, а расчет профиля тока невозможен в магнитодинамическом приближении и требует согласованного учета кинетики частиц различных компонент плазмы. Сказанное подтверждают спутниковые наблюдения магнитопауз планет, гелиопауз и магнитопауз, расположенных на границах магнитных облаков в солнечном ветре; см., например, [1–9].

До последнего времени анализ общей картины наблюдаемых явлений отсутствовал, поскольку

производился преимущественно узко специализированными численными или приближенными аналитическими методами (ссылки на них можно найти в [7, 9, 10]). Трудности представляют как выявленные непростые профили плотности тока, например, немонотонные и обладающие двумя-тремя горбами или несколькими разными масштабами, так и измеряемые существенно анизотропные и немаксвелловские функции распределения электронов и ионов, которые могут иметь сравнимое энергосодержание. Попытки точного аналитического описания токовых слоев также приводят к весьма частным моделям, приведенным, например, в обзоре [10] или в работах [11, 12], включая модель авторов [13], которая, как и большинство других моделей, предполагает максвелловское распределение частиц по энергиям.

Бесстолкновительная плазма с высокой плотностью энергии неравновесна и демонстрирует существенные отклонения от максвелловского распределения частиц, обычно связанные со степенными хвостами их энергетического спектра. Подобные спектры хорошо представляются каппа-распределением [6, 14, 15] и часто наблюдаются в космической плазме, например, в солнечном ветре. Поэтому требуется теория переходных токовых слоев с каппа-распределением частиц в маг-

<sup>1</sup> *Институт прикладной физики  
Российской академии наук, Нижний Новгород, Россия*

<sup>2</sup> *Department of Physics and Astronomy, Texas A&M  
University, College Station, USA*

\*E-mail: kochar@appl.sci-nnov.ru

нитопаузах планет или других намагниченных объектов, обдуваемых солнечным (звездным) ветром.

Мы предлагаем новую модель, допускающую каппа-распределения и позволяющую аналитически рассчитать все параметры стационарного слоя, включая неоднородную анизотропию частиц различных компонент плазмы, неоднородность их плотности тока и соответствующего магнитного поля, профили плотности и эффективной температуры частиц и т.п. Ограниченный объем сообщения исключает возможность представить модель в общем виде, и ниже сформулирован упрощенный вариант, включающий основные элементы и демонстрирующий типичные свойства слоев.

В рамках одномерного описания магнитопаузы без потока частиц через нее и без учета турбулентности будем считать, что физические величины зависят от координаты  $x$  и  $y$  векторного потенциала  $\mathbf{A}(x)$  есть одна ненулевая проекция  $A_z(x)$ , т.е. токи текут вдоль оси  $z$ , а магнитное поле параллельно оси  $y$ . В рассматриваемых электронейтральных слоях, в отсутствие электрического поля и столкновений, при движении частиц сохраняются их инварианты – величина полного импульса,  $m_\alpha v$ , и проекция обобщенного импульса на ось  $z$ ,  $P_z = m_\alpha v_z + e_\alpha A_z/c$ , где  $e_\alpha$  и  $m_\alpha$  – электрический заряд и масса частицы компоненты (сорта)  $\alpha$ ,  $c$  – скорость света в вакууме. Поэтому, как известно [10], функции распределения электронов и ионов,  $f_\alpha(v, P_z/m_\alpha)$  при  $\alpha = e, i$  соответственно, зависящие только от этих инвариантов, являются точными решениями стационарного кинетического уравнения Власова.

В простом варианте возьмем эти функции в виде, включающем ступенчатое обрезание на “магнитном” барьере и пространственное смещение отдельных фракций  $s$  с противотоками для каждой компоненты  $\alpha$  посредством введения постоянных  $A_{\alpha s}$ :

$$f_e(x, v, v_z) = \sum_{s=1,2} N_{es} F_{es}(v) \times H \left( (-1)^s \left[ v_z - \frac{e}{m_e c} \tilde{A}_{\alpha s}(x) \right] \right) + n_{e0}(x) F_{e0}(v), \quad (1)$$

$$f_i(x, v, v_z) = \sum_{s=1,2} N_{is} F_{is}(v) \times H \left( (-1)^{s+1} \left[ v_z + \frac{e}{m_i c} \tilde{A}_{\alpha s}(x) \right] \right) + n_{i0}(x) F_{i0}(v). \quad (2)$$

Здесь  $\tilde{A}_{\alpha s}(x) = A_z(x) - A_{\alpha s}$ ;  $N_{\alpha s} = \text{const}$  – концентрации токнесущих фракций частиц ( $s = 1, 2$ ) вдали от магнитопаузы, при  $A_z \rightarrow \pm\infty$ ; их энергетические распределения там характеризуют функции  $F_{\alpha s}(v)$ , нормированные на 1; ионы считаем одно-

зарядными;  $e$  – элементарный заряд;  $H(\xi)$  – функция Хевисайда, равная 1 при  $\xi > 0$  и равная 0 при  $\xi < 0$ . Последние, бестоковые фракции  $n_{\alpha 0}(x)$  в выражениях (1), (2) присутствуют только внутри магнитопаузы и призваны обеспечить электронейтральность слоев согласно соотношению для локальных концентраций частиц

$$n_i + n_{i0} - n_e - n_{e0} = 0, \quad (3)$$

причем ниже для простоты их распределения  $F_{\alpha 0}(v)$  предполагаются холодными.

Согласованное магнитное поле  $B_y = -\frac{dA_z}{dx}$  определяется входящим в выражения (1), (2) вектор-потенциалом, который задается суммарной плотностью тока,  $\mathbf{j}(x) = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int \mathbf{v} f_{\alpha}(x, \mathbf{v}) d^3 \mathbf{v}$ , посредством закона Ампера, имеющего вид уравнения Грэда–Шафранова [10],

$$\frac{d^2 A_z}{dx^2} = -4\pi \frac{d}{dA_z} P_{xx}(A_z), \quad (4)$$

где  $P_{xx}$  – газокинетическое давление:

$$P_{xx}(A_z) = \sum_{\alpha=e,i} \int m_{\alpha} v_x^2 f_{\alpha} d^3 \mathbf{v} + \text{const}. \quad (5)$$

Всякое решение уравнения (4) отвечает самосогласованному токовому слою, обеспечивающему баланс давлений магнитного поля и частиц  $B_y^2 + 8\pi P_{xx} = 8\pi P_0 \equiv \text{const}$ . Само уравнение (4) имеет вид уравнения движения материальной точки в потенциале, что позволяет классифицировать типы токовых конфигураций [10] подобно тому, как это делается в механике. Выберем постоянную  $P_0$  всюду больше кинетического давления частиц  $P_{xx}(A_z)$  (5), так чтобы при переходе через токовый слой направление магнитного поля не менялось (полагаем  $B_y < 0$ ), а величина изменялась от одной константы к другой, что и соответствует случаю магнитопаузы.

Зависимость вектор-потенциала от координаты определяется из выражения

$$x(A_z) = \int_0^{A_z} \frac{dA'}{-B_y(A')}, \quad (6)$$

где  $A_z = 0$  в условном центре слоя  $x = 0$ . Поскольку всюду  $B_y < 0$ , зависимость  $x(A_z)$  является монотонной и обратимой, позволяя найти в параметрическом виде однозначное решение задачи о равновесной магнитопаузе. Для получения аналитического ответа необходимо только явно вычислить интеграл (5), что ранее делалось для максвелловского распределения частиц (см. [13] и указанную там литературу).

Для каппа-распределения [14] частиц с эффективными температурами  $T_{\alpha s}$ ,

$$F_{\alpha s}(v) = \frac{M_{\kappa}}{\pi^{3/2} v_{\alpha s}^3} \left( 1 + \frac{v^2}{(\kappa - 3/2) v_{\alpha s}^2} \right)^{-\kappa-1}, \quad (7)$$

где  $\kappa > 3/2$  и введены характерная скорость  $v_{\alpha s} = \left( \frac{2T_{\alpha s}}{m_{\alpha}} \right)^{1/2}$  и числовой фактор

$$M_{\kappa} = \left( \kappa - \frac{3}{2} \right)^{-3/2} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)}, \quad (8)$$

интеграл (5) берется и находятся плотности тока, концентрации частиц и давление:

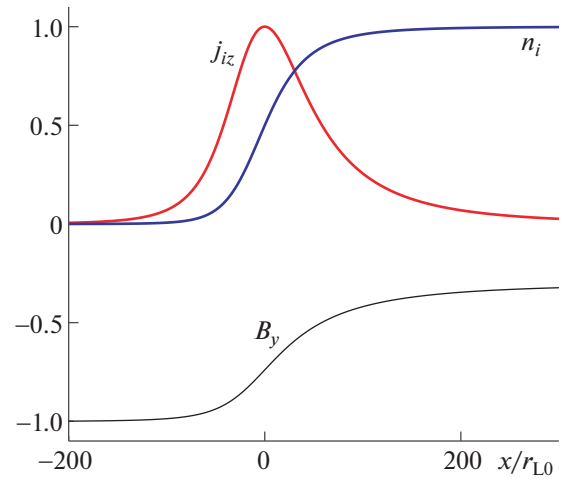
$$j_{\alpha s, z}(A_z) = \frac{(-1)^{s+1}}{2\pi^{1/2}} e N_{\alpha s} v_{\alpha s} M_{\kappa} \times \left( \frac{\kappa - 3/2}{\kappa(\kappa - 1)} \right)^2 \left( 1 + \frac{a_{\alpha s}^2}{\kappa - 3/2} \right)^{-\kappa+1}, \quad (9)$$

$$n_{\alpha s}(A_z) = \frac{N_{\alpha s}}{2} + \frac{(-1)^{s+1}}{\pi^{1/2}} N_{\alpha s} M_{\kappa} \times \frac{\kappa - 3/2}{\kappa} a_{\alpha s} \cdot {}_2F_1 \left( \frac{1}{2}, \kappa; \frac{3}{2}; -\frac{a_{\alpha s}^2}{\kappa - 3/2} \right), \quad (10)$$

$$P_{xx}(A_z) = \sum_{\alpha, s} \frac{(-1)^{s+1}}{\pi^{1/2}} N_{\alpha s} T_{\alpha s} M_{\kappa} \frac{(\kappa - 3/2)^2}{\kappa(\kappa - 1)} \times \left[ a_{\alpha s} \cdot {}_2F_1 \left( \frac{1}{2}, \kappa; \frac{3}{2}; -\frac{a_{\alpha s}^2}{\kappa - 3/2} \right) + \frac{a_{\alpha s}^3}{3\kappa - 9/2} \cdot {}_2F_1 \left( \frac{3}{2}, \kappa; \frac{5}{2}; -\frac{a_{\alpha s}^2}{\kappa - 3/2} \right) \right] + \text{const.} \quad (11)$$

Здесь использованы обозначение  $a_{\alpha s}(x) = \frac{[A_z(x) - A_{\alpha s}]e}{cm_{\alpha} v_{\alpha s}}$  и гипергеометрическая функция  ${}_2F_1(\dots)$ .

Укажем некоторые свойства магнитопауз в данной модели с обрезанными каппа-распределениями. Прежде всего отметим, что в центральной части токового слоя анизотропия самосоглазованного распределения частиц по скоростям оказывается довольно сильной, с характерным отношением эффективных ортогональных полуосей порядка двойки. Профили типичных токовых слоев получаются асимметричными уже в простейшем случае двух компонент плазмы в отсутствие противотоковых фракций и даже в случае одной доминирующей компонентой, например, протонов в условиях пренебрежимо малого энергосодержания электронов. Последнее показано на рис. 1, где справа на бесконечности протоны имеют каппа-распределение по импульсам (7) с индексом  $\kappa = 3$ .



**Рис. 1.** Асимметричный токовый слой с единственной анизотропной фракцией протонов при  $N_i T_i \gg N_e T_e$  (когда ток электронов пренебрежимо мал), обладающей каппа-распределением (2), (7) с  $\kappa = 3$ . Параметры  $P_0 = 0.6 N_i T_i$ ,  $T_i = 2T_e$ ,  $A_i = 0$ ; величины магнитного поля, плотности тока и концентрации протонов нормированы на их максимальные значения; координата  $x$  нормирована на ларморовский радиус электрона, который взят при значении магнитного поля в центре слоя и для используемых параметров примерно на два порядка меньше аналогичного гирорадиуса протона.

Вычисляя толщины слоев, сформированных частицами различных компонент,

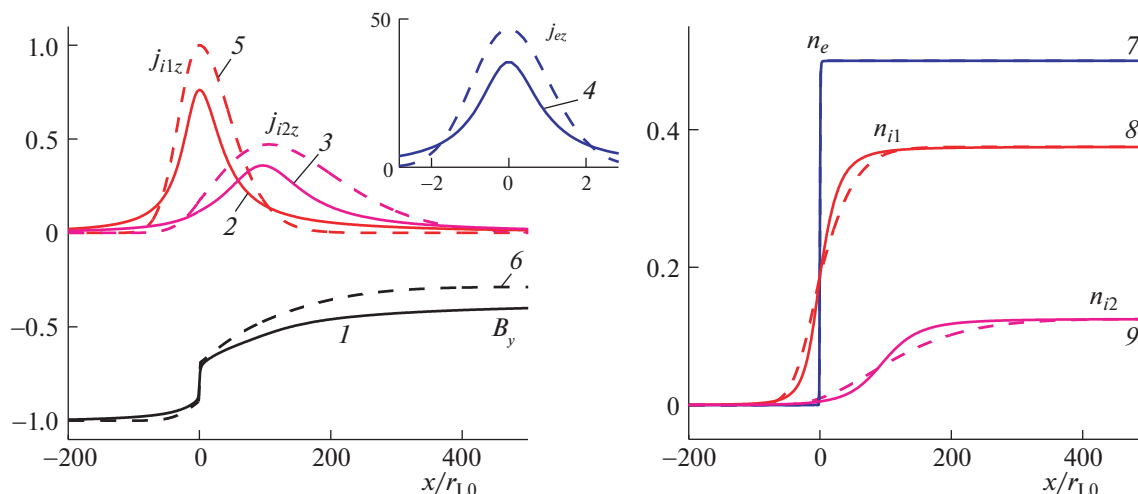
$$\ell_{\alpha s}(x) \equiv |j_{\alpha s z}| \cdot \left| \frac{dj_{\alpha s z}}{dx} \right|^{-1} = \frac{r_{\alpha s 0} (8\pi P_0)^{1/2}}{2 |a_{\alpha s} B_y(x)|}, \quad (12)$$

легко убедиться, что масштаб магнитопаузы составляет порядка гирорадиуса токообразующих частиц

ее энергонесущей фракции,  $r_{\alpha s 0} = \left( \frac{T_{\alpha s} m_{\alpha}}{4\pi P_0} \right)^{1/2} c/e$ .

Так, в магнитопаузе Земли это обычно гирорадиус протонов, а в токовых слоях на границах магнитных облаков в солнечном ветре это может быть и гирорадиус электронов.

Если в магнитопаузе имеется более одной компоненты токонесящих частиц со сравнимым энергосодержанием и тем более с противотоками, то профили магнитного поля и плотности тока могут быть сложными, многомасштабными и немонотонными (с переосцилляциями), а толщина магнитопаузы может значительно превышать максимальный из характерных гирорадиусов токонесящих частиц. Рисунок 2 демонстрирует сказанное на примере трехмасштабной структуры магнитопаузы с электронной и двумя ионными фракциями, ток одной из которых смещен в пространстве, и все три сравнимы по энергосо-



**Рис. 2.** Трехмасштабный токовый слой без противотоков с двумя анизотропными фракциями протонов и фракцией электронов с  $N_e = N_{i1} + N_{i2}$ ,  $T_{i1} = 1.5T_{e1}$  и  $\kappa = 1.9$ . Величина  $P_0 = 0.7(N_{i1}T_{i1} + N_{i2}T_{i2} + N_eT_e)$ . Смещение  $A_{i2e}/c = m_{i2}v_{i2}$  ( $A_{i1e1} = 0$ ). Слева профили магнитного поля (1), плотности тока протонов 1-й и 2-й фракций (2, 3). На врезке показана плотность тока электронов (4). Пунктирные кривые отвечают слою с максвелловскими функциями  $F_{\alpha s}(p)$ . Плотности токов всех фракций и магнитное поле нормированы на максимальные значения пунктирных кривых 5 и 6 соответственно. Справа нормированные на  $\sum N_{\alpha s}$  профили концентрации анизотропных фракций – одной электронной (7) и двух протонных (8 и 9).

держанию. Как видно, имеются значительные отличия профилей тока этих трех фракций для каппа-распределения и максвелловского распределения при одних и тех же концентрациях и эффективных температурах.

Другие расчеты токов и магнитного поля, проведенные на основе развитой аналитической модели для разных комбинаций компонент плазмы, в частности, типичных для магнитопауз планет, также показывают, что случаи рассматриваемого каппа-распределения и исследовавшегося ранее максвелловского распределения [13] для аналогичных параметров фракций отвечают заметно различающимся структурам, что важно для интерпретации наблюдений. Получающиеся профили варьируются в широких пределах при учете противотоков различных компонент, которые уменьшают скачок магнитного поля в магнитопаузе и увеличивают ее толщину.

Таким образом, уже в простом варианте предложенной модели со ступенчатым обрезанием изотропной функции распределения частиц по импульсам (каппа-распределения в настоящей работе) имеются широкие возможности комбинирования вкладов различных компонент плазмы в результирующие профили распределенного тока магнитопаузы, согласованно учитывающие различные энергосодержания, эффективные температуры и степени анизотропии этих компонент, так или иначе заданные или ограниченные наблюдениями. Обобщения данного варианта аналитической

модели магнитопаузы на более общий случай с различным сглаженным обрезанием тех или иных изотропных функций распределения частиц многокомпонентной плазмы, в том числе релятивистской, с зависящим от энергии частиц пространственным сдвигом области сосредоточения противотоков различных компонент плазмы и с широм силовых линий магнитного поля, существенным для реализации бессиловых конфигураций магнитопаузы, будут сделаны в отдельных работах.

#### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа проводилась при поддержке гранта РФФИ, проект № 16–12–10528.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Burlaga L.F., Ness N.F., Berdichevsky D.B., Park J., Jian L.K., Szabo A., Stone E.C., Richardson J.D. Magnetic field and particle measurements made by Voyager 2 at and near the heliopause // *Nature Astronomy*. 2019. V. 3. № 11. P. 1007–1012. <https://doi.org/10.1038/s41550-019-0920-y>
2. Baumjohann W., Blanc M., Fedorov A., Glassmeier K.-H. Current Systems in Planetary Magnetospheres and Ionospheres // *Space Science Reviews*. 2010. V. 152. № 1–4. P. 99–134. <https://doi.org/10.1007/s11214-010-9629-z>
3. Heikkila W.J. Earth's Magnetosphere: Formed by the Low-Latitude Boundary Layer. Elsevier, 2011. P. 536. <https://doi.org/10.1016/c2009-0-05888-7>

4. Malova K.V., Zelenyi L.M., Mingalev O.V., Mingalev I.V., Popov V.Y., Artemyev A.V., Petrukovich A.A. Current Sheet in a non-Maxwellian collisionless plasma: Self-consistent theory, simulation, and comparison with spacecraft observations // *Plasma Physics Reports*. 2010. V. 36. № 10. P. 841–858. <https://doi.org/10.1134/s1063780x10100028>
5. Izmodenov V.V., Alexashov D.B. Three-dimensional kinetic – MHD model of the global heliosphere with the heliopause – surface fitting // *The Astrophysical Journal Supplement Series*. 2015. V. 220. № 2. P. 32. <https://doi.org/10.1088/0067-0049/220/2/32>
6. Dudík J., Dzifčáková E., Meyer-Vernet N., Zanna G.D., Young P.R., Giunta A., Sylwester B., Sylwester J., Oka M., Mason H.E., Vocks C., Matteini L., Krucker S., Williams D.R., Mackovjak Š. Nonequilibrium Processes in the Solar Corona, Transition Region, Flares, and Solar Wind (Invited Review) // *Solar Physics*. 2017. V. 292. № 8. <https://doi.org/10.1007/s11207-017-1125-0>
7. Zelenyi L.M., Malova H.V., Grigorenko E.E., Popov V.Y., Dubinin E.M. Universal Scaling of Thin Current Sheets // *Geophysical Research Letters*. 2020. V. 47. № 14. <https://doi.org/10.1029/2020gl088422>
8. Tang B.-B., Li W.Y., Graham D.B., Rager A.C., Wang C., Khotyaintsev Y.V., Lavraud B., Hasegawa H., Zhang Y.-C., Dai L., Giles B.L., Dorelli J.C., Russell C.T., Lindqvist P.-A., Ergun R.E., Burch J.L. Crescent-Shaped Electron Distributions at the Nonreconnecting Magnetopause: Magnetospheric Multiscale Observations // *Geophysical Research Letters*. 2019. V. 46. № 6. P. 3024–3032. <https://doi.org/10.1029/2019gl082231>
9. Zelenyi L.M., Malova H.V., Artemyev A.V., Popov V.Y., Petrukovich A.A. Thin current sheets in collisionless plasma: Equilibrium structure, plasma instabilities, and particle acceleration // *Plasma Physics Reports*. 2011. V. 37. № 2. P. 118–160. <https://doi.org/10.1134/s1063780x1102005x>
10. Kocharovskiy V.V., Kocharovskiy V.V., Martyanov V.Y., Tarasov S.V. Analytical theory of self-consistent current structures in a collisionless plasma // *Physics-Uspekhi*. 2016. V. 59. № 12. P. 1165–1210. <https://doi.org/10.3367/ufne.2016.08.037893>
11. Neukirch T., Wilson F., Allanson O. Collisionless current sheet equilibria // *Plasma Physics and Controlled Fusion*. 2018. V. 60. № 1. P. 014008. <https://doi.org/10.1088/1361-6587/aa8485>
12. Neukirch T., Vasko I. Y., Artemyev A.V., Allanson O. Kinetic Models of Tangential Discontinuities in the Solar Wind // *The Astrophysical Journal*. 2020. V. 891. № 1. P. 86. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab7234>
13. Kocharovskiy V.V., Kocharovskiy V.V., Martyanov V.Y., Nechaev A.A. An analytical model for the current structure of the magnetosheath boundary in a collisionless plasma // *Astronomy Letters*. 2019. V. 45. № 8. P. 551–564. <https://doi.org/10.1134/S1063773719080048>
14. Livadiotis G. *Kappa Distributions: Theory and Applications in Plasmas*. Elsevier, 2017. 738 p. ISBN 978-0-12-804638-8.
15. Yoon P.H. Kinetic instabilities in the solar wind driven by temperature anisotropies // *Reviews of Modern Plasma Physics*. 2017. V. 1. № 1. P. 4. <https://doi.org/10.1007/s41614-017-0006-1>

## ANALYTICAL MODEL OF A MAGNETOPAUSE IN A MULTICOMPONENT COLLISIONLESS PLASMA WITH A KAPPA ENERGY DISTRIBUTION OF PARTICLES

**Corresponding Member of the RAS V. V. Kocharovskiy<sup>a</sup>, V. V. Kocharovskiy<sup>a,b</sup>, and A. A. Nechaev<sup>a</sup>**

<sup>a</sup> *Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russian Federation*

<sup>b</sup> *Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, College Station, USA*

We propose an analytical model for a distributed current sheet with a variable profile that separates two regions of anisotropic collisionless plasma with different magnetic fields and different effective temperatures of the Kappa energy distributions of electrons and ions. The model also admits the presence of several ion components with different effective temperatures and spatially separated localized countercurrents of each of these components. We demonstrate the change in the characteristics of the current sheet when going from a Maxwellian to a kappa distribution, which takes into account the presence of a power-law spectrum of energetic particles typical of a nonequilibrium magnetoactive plasma. The developed theory allows for the first time to carry out analytical modeling of such current configurations both in laboratory and cosmic plasmas, e.g., in planetary magnetopauses, coronal loops, and stellar wind with magnetic clouds.

*Keywords:* current sheet, magnetopause, collisionless plasma, solar wind, anisotropy, kappa distribution, gyroradius