

УДК 532.526

## САМОИНДУЦИРОВАННЫЕ ПРОЦЕССЫ ВЯЗКО-НЕВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НАД ПОРИСТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

© 2021 г. Член-корреспондент РАН И. И. Липатов<sup>1,2,\*</sup>

Поступило 13.10.2020 г.

После доработки 13.12.2020 г.

Принято к публикации 15.12.2020 г.

Исследовано локальное течение в пограничном слое в окрестности пористого элемента поверхности. На основе асимптотического анализа сформулированы математические модели процессов взаимодействия и определены параметры подобия. Представлены численные и аналитические результаты, описывающие взаимодействие ламинарных течений около пористых поверхностей с внешним потоком в условиях, когда давление под пористой поверхностью превосходит возмущенное давление в течении над поверхностью. Исследованы режимы падения давления под влиянием донного перепада давлений.

**Ключевые слова:** пограничный слой, асимптотический анализ, вязко-невязкое взаимодействие, пористая поверхность

**DOI:** 10.31857/S2686740021010090

При обтекании пористых поверхностей может реализоваться вдув газа, в условиях, если давление под пористой поверхностью превосходит давление над поверхностью.

Во многих случаях можно предположить, что распределенный массообмен подчиняется закону Дарси или реализуется линейная зависимость между распределением вертикальной скорости на поверхности и распределением перепада давления.

Соответствующая модель, описывающая такое течение, включает в себя уравнения пограничного слоя с дополнительным условием, определяющим распределение давления. Оказалось, что для случая нестационарного самоиндуцированного отрыва или для описания процессов длинноволновой неустойчивости необходимо рассматривать модифицированный закон Дарси, учитывающий запаздывание по времени. В данной работе вопросы развития неустойчивости не рассматриваются и анализ ограничен применением обычного закона Дарси.

Существенно, что граничное условие на стенке, описывающее связь между вертикальной скоростью и перепадом давления, является линейной и не меняет однородность линейной задачи. Граничное условие этого вида позволяет пересмотреть ранее полученные результаты [1–4], описывающие самоиндуцированные процессы взаимодействия течения в пограничном слое с внешним сверхзвуковым потоком.

Используя полученные в [1] результаты, можно записать задачу следующим образом:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \quad p = -\frac{\partial A}{\partial x}, \\ u = 0, \quad v = -\beta p &\quad \text{при } y = 0; \\ u = y + A(x) &\quad \text{при } y \rightarrow \infty; \\ u = y &\quad \text{при } x \rightarrow -\infty, \end{aligned} \quad (1)$$

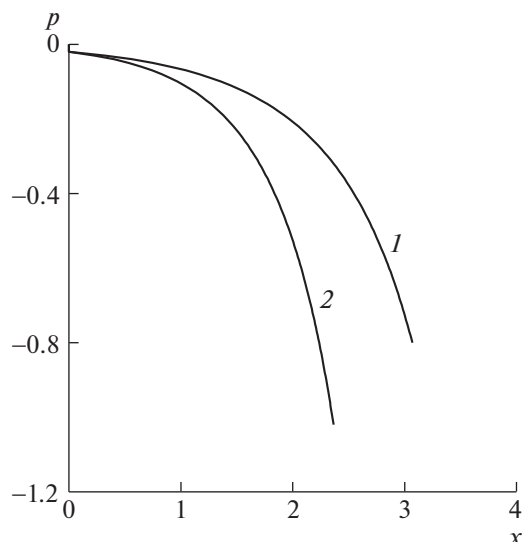
где для безразмерных параметров, соответствующих декартовым координатам, отсчитываемым вдоль поверхности и по нормали к ней, для компонент вектора скорости, давления, толщины вытеснения и коэффициента пористости приняты следующие обозначения:  $x$ ,  $y$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $p$ ,  $A$ ,  $\beta$ .

Эта задача отличается от задачи, описывающей возмущенное течение около непроницаемой стенки вследствие появления условия для вертикальной скорости на стенке [1, 2].

<sup>1</sup>Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Московская обл., Россия

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Жуковский, Московская обл., Россия

\*E-mail: igor\_lipatov@mail.ru



**Рис. 1.** Зависимость индуцированного возмущения давления  $p$  от продольной координаты  $x$  при различных значениях коэффициента пористости (1 –  $\beta = 0.25$ , 2 –  $\beta = 0.75$ ).

Для малых возмущений решение представимо в виде  $u = y + u_1$ ,  $p = p_1$ . Такое решение приводит к следующему виду уравнений в первом приближении:

$$\begin{aligned} y \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 + \frac{\partial p_1}{\partial x} &= \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Решение задачи представимо в виде  $(u_1, v_1, p_1, A) = e^{\alpha x}(U, V, P, B)$ :

$$\begin{aligned} y\alpha U + V + \alpha P &= U'', \\ \alpha U + V' &= 0, \quad U(\infty) = B. \end{aligned} \tag{3}$$

После ряда преобразований можно получить уравнение Эйри,

$$y = \alpha^{-1/3} Y, \quad U' = F, \quad YF = F'', \tag{4}$$

имеющему следующее решение  $F = CAi(Y)$ :

$$U(\infty) = \int_0^\infty F dY = C\alpha^{-1/3} \int_0^\infty Ai(Y) dY = \frac{C}{3\alpha^{1/3}}, \tag{5}$$

$$P = -\alpha B = -\frac{C\alpha^{2/3}}{3},$$

$$(\alpha - \beta)P = \alpha^{2/3} U_w'' = C\alpha^{1/3} Ai'(0),$$

$$-\frac{C\alpha^{2/3}}{3}(\alpha - \beta) = C\alpha^{1/3} Ai'(0).$$

Вводя новые переменные  $\alpha^{1/3}(\alpha - \beta) = -3Ai'(0)$ ,  $\alpha = \delta^3\beta$ , окончательно приходим к соотношению, связывающему инкремент роста возмущений и параметр проницаемости стенки:

$$\delta(\delta^3 - 1) = -\frac{3Ai'(0)}{\beta^{4/3}}.$$

Можно рассмотреть два предельных случая. Первый соответствует малому коэффициенту пористости  $\beta \ll 1$

$$\delta \approx \left[ -\frac{3Ai'(0)}{\beta^{4/3}} \right]^{1/4} \approx \frac{1}{\beta^{1/3}} [-3Ai'(0)]^{1/4}. \tag{6}$$

Тогда поскольку  $\alpha = \delta^3\beta$ , можно получить

$$\alpha \approx [-3Ai'(0)]^{3/4}. \tag{7}$$

Аналогичный результат получен для непроницаемой стенки [1, 2].

В другом предельном случае при больших значениях коэффициента пористости  $\beta \rightarrow \infty$

$$\delta \approx 1, \quad \alpha \approx \beta, \quad \beta \gg 1. \tag{8}$$

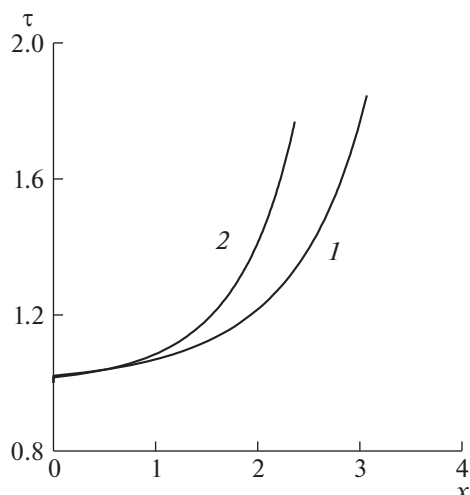
Тогда большие величины инкремента роста  $\alpha$  соответствуют малым величинам протяженности области возмущенного течения.

Задача допускает существование двух ветвей решения, соответствующих самоиндуцированным течениям сжатия и разрежения. Первый из режимов был изучен в работе [5], где были получены решения вплоть до точки нулевого трения. Этот режим характеризовался возникновением отсоса в области взаимодействия.

В настоящей работе изучены режимы взаимодействия, связанные с разрежением. Такого рода течения могут реализовываться, если, например, в донной области задан отрицательный перепад давления или на пограничный слой падает волна разрежения. В этом случае при наличии пористого участка поверхности реализуется вдув газа.

В общем случае задача (1) должна быть решена численно. Численный метод описан в [3, 4]. В результате расчетов получены распределения индуцированного градиента давления и поверхностного трения как функции индуцированного возмущения давления. Отметим, что и распределение толщины вытеснения  $A(x)$  неизвестно заранее и определяется в результате решения. Представленные на рис. 1, 2 результаты соответствуют двум значениям коэффициента пористости  $\beta = 0.25, 0.75$ .

Следует отметить, что исследуемый режим взаимодействия течения в пограничном слое с внешним сверхзвуковым потоком характеризуется существенным влиянием, по крайней мере, двух факторов. Один связан с влиянием донного



**Рис. 2.** Зависимость поверхностного трения  $\tau = \frac{du}{dy}$  от продольной координаты  $x$  при различных значениях коэффициента пористости (1 –  $\beta = 0.25$ , 2 –  $\beta = 0.75$ ).

перепада давлений и разгоном течения в результате передачи возмущений в пограничном слое вверх по потоку от донного среза. Вторым связан с наличием пористого участка поверхности, вдув через который приводит к росту толщины вытеснения и ослабляет эффект разгона. При этом увеличение отрицательного значения перепада давления приводит к росту скорости поверхностного вдува. Для неразгонного течения это рано или поздно привело бы к появлению отсоединения пограничного слоя [6] или отрыва пограничного слоя, инициируемого вдувом. Но в данном случае в условиях разгона процесс оказывается более сложным, и отрыв пограничного слоя не происходит. Хотя в общем случае можно предпо-

жить, что разгонное течение будет плавно переходить в течение сжатия с появлением или обычного отрыва, или отсоединения пограничного слоя.

При разгоне газа вблизи донного среза в течиении возникает особенность. Анализ особого решения предполагает изменение структуры возмущенного течения. Этот анализ может быть проведен на основе модификации результатов [7], полученных при описании процессов отсоединения течения в ламинарном пограничном слое.

#### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа частично поддержана Российским научным фондом (соглашение 20–11–20006 от 27.05.2020 г.).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нейланд В.Я.* К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 4. С. 53–57.
2. *Stewartson K., Williams P.G.* // Self-induced separation. Proc. Roy. Soc. A. 1969. V. 312. № 1509. P. 181–206.
3. *Нейланд В.Я., Боголепов В.В., Дудин Г.Н.* Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа. М.: Наука, 2004. 536 с.
4. *Neyland V.Ya., Bogolepov V.V., Dudin G.N., Lipatov I.I.* Asymptotic Theory of Supersonic Viscous gas Flows. Elsevier Ltd, 2008. 536 p.
5. *Данилов Д.С., Толкачев Г.Ю., Липатов И.И.* Самоиндуцированный отрыв ламинарного пограничного слоя и процессы вязко-невязкого взаимодействия в течении около пористой поверхности // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. № 19. С. 68–75.
6. *Липатов И.И.* Отсоединение ламинарного пограничного слоя при вдуве в сверхзвуковой поток // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 6. С. 16–20.
7. *Lipatov I.I.* Some models of viscous-inviscid interaction // Phil.Trans. of the Royal Soc. Ser. A. 2005. V. 363. P. 1830.

## SELF-INDUCED VISCOUS-INVISCID INTERACTION PROCESSES IN THE LAMINAR BOUNDARY LAYER OVER POROUS WALL

Corresponding Member of the RAS **I. I. Lipatov**<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovskiy, Moscow Oblast, Russian Federation

<sup>b</sup>Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Oblast, Russian Federation

The local flow in the boundary layer in the vicinity of porous wall is investigated. On the asymptotical analysis basis mathematical models are formulated and similarity parameters are determined. Presented are numerical and analytical results describing laminar flows near porous wall interaction with external flow for the case when pressure under wall exceeds disturbed pressure over the wall. Pressure drop regimes are investigated.

**Keywords:** boundary layer, asymptotic analysis, viscous-inviscid interaction, porous wall