

УДК 532.5.013.5

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ К ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУЕ

© 2021 г. Ю. С. Зайко<sup>1,\*</sup>, Л. Р. Гареев<sup>1</sup>, А. Д. Чичерина<sup>1</sup>, В. В. Трифонов<sup>1</sup>,  
В. В. Веденеев<sup>2</sup>, А. И. Решмин<sup>1</sup>

Представлено академиком РАН А.Г. Куликовским 31.01.2021 г.

Поступило 07.02.2021 г.

После доработки 07.02.2021 г.

Принято к публикации 11.02.2021 г.

Экспериментально получена затопленная струя воздуха круглого поперечного сечения диаметром 0.12 м с длинным ламинарным участком (не менее пяти диаметров струи) при числе Рейнольдса 5400. В рамках линейного анализа устойчивости обнаружены две ветви растущих возмущений, генерируемые тремя точками перегиба на профилях скорости струи, получаемой экспериментально. Определены диапазоны частот растущих возмущений, их скорости роста и длины волн. Проведены эксперименты по внесению контролируемых возмущений в струю с длинным ламинарным участком. Характеристики волн, усиливающихся в экспериментах вследствие внесения возмущений, оказались близки к предсказаниям линейной теории устойчивости. Таким образом, экспериментально подтверждена применимость линейной теории устойчивости к затопленной струе.

*Ключевые слова:* линейная теория устойчивости, уравнение Рэлея, затопленная струя

DOI: 10.31857/S2686740021020115

Развитие малых возмущений в соответствии с линейной теорией устойчивости было подтверждено экспериментально лишь для некоторых течений: например, для пограничного слоя Блазиуса [1, 2], плоского течения Пуазейля [3, 4], течения Пуазейля в трубе круглого поперечного сечения [5]. Подобные эксперименты для затопленных струй осложняются тем, что при обычных условиях критические числа Рейнольдса  $Re_{cr}$  перехода к турбулентности в струях низкие, в случае струи круглого поперечного сечения  $Re_{cr}$  лежит в диапазоне от 14 до 44 [6–8]. Результаты линейной теории устойчивости в применении к затопленным струям верифицировались экспериментально лишь на турбулентных струях (в них длина участка до перехода составляла 1–2 диаметра), а вносимые в струи возмущения были интенсивными и существенно влияли на течение [9–11].

В НИИ механики МГУ была создана установка для формирования затопленной струи диаметром  $D = 0.12$  м с длиной ламинарного участка  $\sim 5D$

при числах Рейнольдса, посчитанных по диаметру и средней скорости, в диапазоне 5000–10 000 [12, 13]. Такая струя позволяет провести детальные экспериментальные наблюдения развития возмущений и сравнить их с предсказаниями линейной теории устойчивости, примененной к профилям скорости струи на различных расстояниях от ее начала. В настоящей работе показано, что полученные в эксперименте диапазоны частот, длины волн и скорости роста наиболее быстро растущих возмущений согласуются с предсказаниями линейной теории.

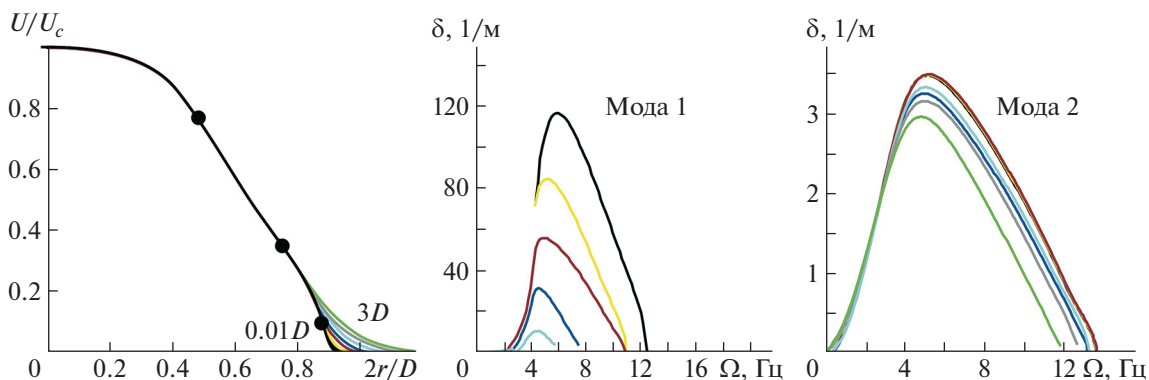
### СТРУЯ С ДЛИННЫМ ЛАМИНАРНЫМ УЧАСТКОМ

Устройство и формируемая им струя с длинным ламинарным участком детально описаны в [12, 13]. Далее в настоящей работе теоретический анализ и эксперименты проводятся для струи с числом Рейнольдса, посчитанным по диаметру  $D$  и средней скорости, равным 5400 (скорость на оси струи  $U_c = 1.5$  м/с). Профили скорости на различных расстояниях от начала струи были измерены термоанемометром, сравнены с профилями, получающимися в расчете стационарного ламинарного течения (см. [13]), и приближены аналитическими функциями (рис. 1).

<sup>1</sup> Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

\*E-mail: [zayko@imec.msu.ru](mailto:zayko@imec.msu.ru)



**Рис. 1.** Обезразмеренные на максимальную скорость и радиус струи профили скорости на различных удалениях от начала струи (кружками показаны обобщенные точки перегиба начального профиля); зависимости скоростей роста мод двух ветвей растущих возмущений от частоты, цвета соответствуют цветам профилей скорости и указывают различные удаления от начала струи.

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ

Проведен теоретический линейный анализ устойчивости струи на основе невязкого приближения — с использованием уравнения Рэлея. Основанием для этого послужило достаточно высокое число Рейнольдса (5400) исследуемого течения. Рассматривалась осесимметричная мода. Были проанализированы 9 профилей продольной скорости на различных удалениях от начала струи, причем в начальном срезе струи профиль скорости  $u(r)$  имеет три обобщенные точки перегиба — точки, где  $(U'(r)/r)' = 0$ , штрих обозначает дифференцирование по  $r$ , см. рис. 1. Установлено, что в изучаемом течении существует две ветви растущих возмущений. Отметим, что в классических профилях скорости (ударный “top-hat”, автотомельный “far-downstream”) существует лишь одна ветвь растущих возмущений, генерируемая одной обобщенной точкой перегиба. В рассматриваемой в настоящей работе струе первая ветвь растущих возмущений генерируется точками перегиба, расположенными вблизи границы, и вторая ветвь — точкой перегиба, расположенной ближе к оси струи (см. рис. 1). Получены скорости пространственного роста и длины волн растущих возмущений. Оказывается, что наиболее быстро растущие возмущения первой ветви имеют частоты в диапазоне ~4..8 Гц (рис. 1). При этом при движении вниз по потоку крайняя точка перегиба смещается внутрь струи из-за изменения профиля, вызванного его вязким “расплыванием”, что сопровождается падением максимальной скорости роста возмущения и сужением диапазона частот растущих волн. Частоты наиболее быстро растущих возмущений второй ветви также лежат в диапазоне ~4..8 Гц (рис. 1); на участке ламинарности струи эта мода не претерпевает суще-

ственных изменений, связанных с эволюцией профиля скорости.

### ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ВНЕСЕНИЮ КОНТРОЛИРУЕМЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В СТРУЮ

Устройство для внесения возмущений в струю показано на рис. 2. Оно состоит из натянутых между приводами тонких металлических струн, на которых соосно струе закреплено кольцо из более толстой проволоки (сечения струн и проволоки подбирались таким образом, чтобы числа Рейнольдса их обтекания были ниже чисел Рейнольдса образования за ними дорожек Кармана). Струны с кольцом приводятся в движение управляемым по частоте и амплитуде приводом, что позволяет перемещать кольцо вдоль оси струи с заданной частотой и амплитудой. Использовались кольца двух диаметров: кольцо № 1 имеет такой диаметр, что располагается между двумя точками перегиба, генерирующими первую ветвь растущих возмущений; радиус кольца № 2 равен расстоянию от оси струи до точки перегиба, расположенной ближе к оси струи и генерирующей вторую ветвь растущих возмущений.

Было проверено, что установка в струю неподвижного кольца не оказывает существенного влияния на течение, длина ламинарного участка струи не сокращается; см. рис. 3, на котором приведена фотография струи при покоящемся кольце (0 Гц). Проведено две серии экспериментов: в первой серии ставилась цель возбудить первую моду, полученную теоретически (использовалось кольцо № 1), во второй серии — вторую моду, генерируемую точкой перегиба вблизи оси струи (использовалось кольцо № 2). В первой серии экспериментов струя засеивалась частицами глицерина, проводилась съемка струи в сечении лазерного ножа при колебаниях кольца № 1 с частотой

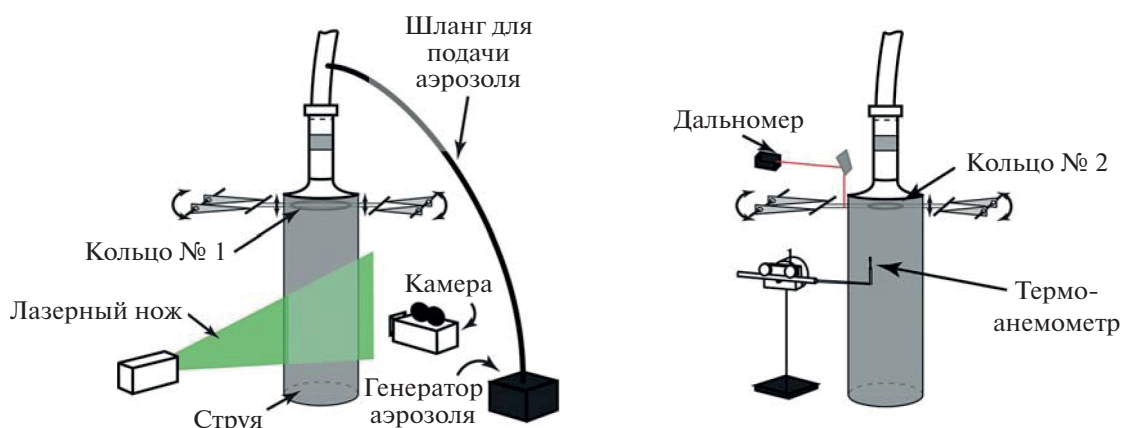


Рис. 2. Схема течения, внесения возмущений в струю, лазерного ножа и термоанемометра с дальномером.

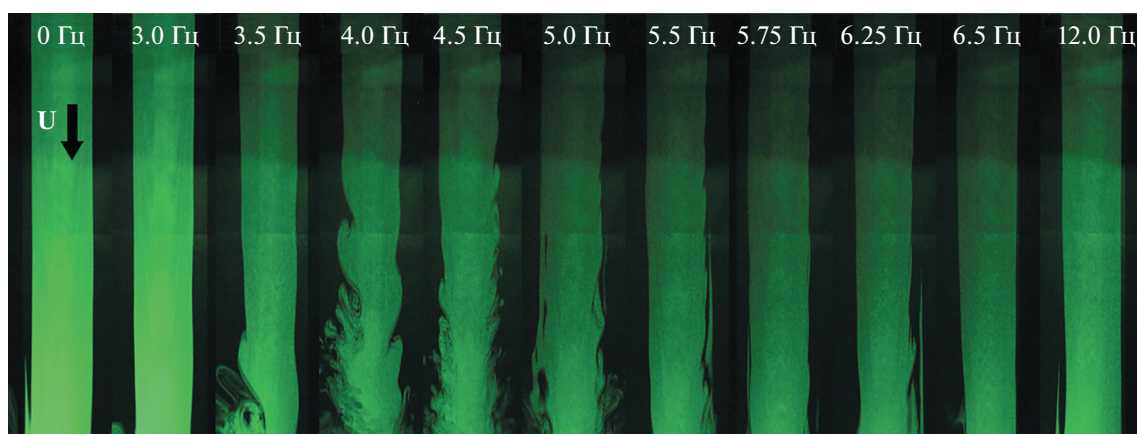


Рис. 3. Фотографии струи в сечении лазерного ножа при различных частотах колебаний кольца № 1.

тами от 0 до 12 Гц с шагом 0.25 Гц (см. фотографии струй на рис. 3). Были получены картины течения при различных частотах колебаний кольца и длины волн, образующихся на границе струи. Во второй серии экспериментов производилась синхронная запись сигналов с дальнометра, фиксировавшего положение в пространстве кольца № 2, и датчика термоанемометра, снимающего показания вдоль диаметра струи на различных расстояниях от начала струи. Для различных частот строились корреляционные картины полученных сигналов, которые позволили определить длины волн, имеющих заданную частоту.

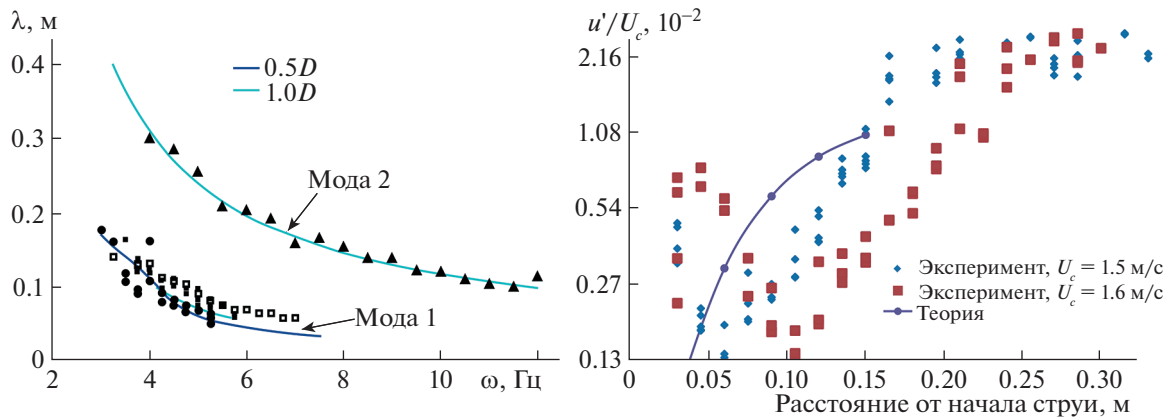
#### СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ С ПРЕДСКАЗАНИЯМИ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

На рис. 3 показана струя в сечении лазерного ножа при различных частотах колебаний кольца № 1 (и одинаковой скорости колебаний). Видно,

что при частотах меньше 3 и больше 6.5 Гц нет существенного влияния колебаний на течение. При частотах в диапазоне 3.5–6.25 Гц наблюдается сокращение ламинарного участка струи. Эти частоты соответствуют диапазону частот наиболее быстро растущих возмущений, полученному теоретически. По результатам съемки были определены длины волн, возникающих на границе струи. Они согласуются с длинами волн первой ветви растущих возмущений, полученной теоретически (см. сравнение на графике на рис. 4).

Длины волн, найденные с помощью корреляционных картин для различных частот колебаний кольца № 2, находятся в хорошем согласии с длинами волн второй ветви растущих возмущений (см. график на рис. 4, символы – треугольники).

На рис. 4 также приведено сравнение теоретически полученного роста возмущения первой ветви  $\int \delta(x) dx$  для частоты 5 Гц (с учетом эволюции профиля скорости струи вниз по потоку) с ампли-



**Рис. 4.** Сравнение экспериментальных и теоретических зависимостей длин волн  $\lambda$  от частоты. Символами показаны длины волн, полученные в экспериментах, кривыми – теоретически полученные длины волн. Сравнение теоретически установленной скорости роста возмущения, имеющего частоту 5 Гц, и максимальной амплитуды относительной пульсации скорости  $u'/U_c$  от расстояния от начала струи.

тудой пульсации скорости из эксперимента, в котором кольцо № 1, генерирующее первую ветвь растущих возмущений, колебалось с частотой 5 Гц (сигнал термоанемометра отфильтрован вокруг частоты 5 Гц). В непосредственной близости от колеблющегося кольца наблюдается присутствие не только возмущаемой моды, но целого спектра волн, которые быстро затухают, после чего наблюдается линейный (в логарифмической шкале) рост собственной моды (пульсации растут экспоненциально вниз по потоку), который на определенном расстоянии сменяется стадией нелинейного развития. Несмотря на смещения между теоретическим графиком и двумя сериями экспериментальных точек в осевом направлении (вызванные разными условиями измерений), наблюдается согласие в скорости роста между теорией и экспериментом.

### ВЫВОДЫ

В работе экспериментально показано, что линейная невязкая теория устойчивости правильно предсказывает свойства волн в ламинарной затопленной струе круглого поперечного сечения при числе Рейнольдса 5400. В экспериментах усиливались волны, соответствующие полученным теоретически собственным модам обеих ветвей растущих возмущений. Длины волн, диапазоны частот и скорости роста возмущений, установленные экспериментально, близки к соответствующим величинам, предсказанным в рамках линейной невязкой теории устойчивости. Таким образом, благодаря использованию струи большого диаметра ( $D = 0.12$  м) с длинным ламинарным участком, позволяющей детально изучать развитие волн, в работе экспериментально верифицирована невязкая линейная теория устойчи-

вости в применении к ламинарной затопленной струе.

### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект 20-19-00404).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schubauer G.B., Skramstad H. K. Laminar boundary-layer oscillations and transition on a flat plate // J. Res. Nat. Bur. Stand. 1947. V. 38. P. 251–292.
2. Boiko A.V., Westin K.J.A., Klingmann B.G.B., Kozlov V.V., Alfredsson P.H. Experiments in a boundary layer subjected to free stream turbulence. Pt. 2. The role of TS-waves in the transition process // J. Fluid Mech. 1994. V. 281. P. 219–245.
3. Nishioka M., Iida S., Ichikawa Y. An experimental investigation of the stability of plane Poiseuille flow // J. Fluid Mech. 1975. V. 72(4). P. 731–751.
4. Козлов В.В., Рамазанов С.П. Экспериментальное исследование устойчивости течения Пуазейля // Изв. СОАН СССР. Сер. техн. наук. 1981. № 8. Вып. 2. С. 45–48.
5. Pfenniger W. Transition in the inlet length of tubes at high Reynolds numbers / Boundary layer and flow control (ed. G. Lachman). Pergamon. 1961. P. 970–980.
6. Morris P.J. The spatial viscous instability of axisymmetric jets // J. Fluid Mech. 1976. V. 77(3). P. 511–526.
7. Shtern V., Hussain F. Effect of deceleration on jet instability // J. Fluid Mech. 2003. V. 480. P. 283–309.
8. Мулладжанов Р.И., Яворский Н.И. Линейная гидродинамическая устойчивость дальнего поля затопленной ламинарной струи // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физ.-мат. науки. 2018. Т. 11(3). P. 108–121.

9. *Crow S.C., Champagne F.H.* Orderly structure of jet turbulence // *J. Fluid Mech.* 1971. V. 48. P. 547–591.
10. *Cohen J., Wygnanski I.* The evolution of instabilities in the axisymmetric jet. Pt. 1. The linear growth of disturbances near the nozzle // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 176. P. 191–219.
11. *Petersen R.A., Samet M.M.* On the preferred mode of jet instability // *J. Fluid Mech.* 1988. V. 194. P. 153–173.
12. *Зайко Ю.С., Решмин А.И., Тепловодский С.Х., Чичерина А.Д.* Исследование затопленных струй с увеличенной длиной начального ламинарного участка // *Изв. РАН. МЖГ.* 2018. № 1. С. 97–106.
13. *Zayko J., Teplovodskii S., Chicherina A., Vedeneev V., Reshmin A.* Formation of free round jets with long laminar regions at large Reynolds numbers // *Phys. Fluids.* 2018. V. 30. 043603.

## EXPERIMENTAL VALIDATION OF LINEAR STABILITY THEORY APPLIED TO THE SUBMERGED JET

**J. S. Zayko<sup>a</sup>, L. R. Gareev<sup>a</sup>, A. D. Chicherina<sup>a</sup>, V. V. Trifonov<sup>a</sup>,  
V. V. Vedeneev<sup>b</sup>, and A. I. Reshmin<sup>a</sup>**

<sup>a</sup> *Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation*

<sup>b</sup> *Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation*

Presented by Academician of the RAS A.G. Kulikovsky

The submerged air jet of round cross section, diameter 0.12 m and long laminar region (at least 5 jet diameters) was obtained experimentally at the Reynolds number 5400. By the linear stability analysis, two branches of growing perturbations are found that are generated by three generalized inflection points on the experimental jet profiles. Ranges of growing perturbations' frequencies are obtained, as well as their growth rates and wavelengths. Experiments, in which controlled perturbations has been introduced into the jet with long laminar region, are conducted. Characteristics of waves, which grew in experiments due to perturbations introduction, are close to the predictions of the linear stability theory. Hereby, the linear stability theory, applied to the submerged jet, is validated experimentally.

*Keywords:* linear stability theory, Rayleigh equation, submerged jet