

УДК 534.34; 534.231.1

ЛИНИИ РАВНЫХ ФАЗ ЗВУКОВОГО ДАВЛЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ ГИДРОАКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

© 2021 г. Г. Н. Кузнецов^{1,*}, А. Н. Степанов^{1,2}

Представлено академиком РАН И.А. Шербаковым 02.03.2021 г.

Поступило 02.03.2021 г.

После доработки 02.03.2021 г.

Принято к публикации 10.03.2021 г.

Впервые показано существование линий равных фаз в пространственно-частотной области и получено дифференциальное уравнение для их расчета применительно к комплексным спектрам звуковых сигналов в волноводе. Показано, что такие линии связаны с фазовым инвариантом, аналогичным известному интерференционному инварианту Чупрова, но имеющему иной физический смысл: они рассчитываются на фазовой плоскости, а не с использованием поля интенсивности. Эти линии постоянной фазы устойчивы, слабо зависят от условий распространения сигналов и позволяют выполнять оптимизированную обработку слабых сигналов для их обнаружения на фоне помех.

Ключевые слова: частотно-пространственная фазовая область, дифференциальное уравнение для расчета линий равной фазы, помехоустойчивая обработка в волноводе

DOI: 10.31857/S2686740021030111

В регулярных волноводах любой физической природы наблюдается интерференция сигналов, пришедших по разным лучам или модам. Конструктивная интерференционная структура формируется при движении источника или приемника и когерентном суммировании сигналов, распространяющихся в воздушных или водных волноводах. Наиболее рельефно проявляется интерференция при распространении в волноводах широкополосных сигналов – в этом случае в частотно-пространственной области образуются “гребни”, представляющие собой зоны интерференционных максимумов, расположенные на поле интенсивности в виде веерных структур (рис. 1а) [1, 2]. Характерной особенностью этих структур является их предсказуемость (описание с использованием инвариантов) и робастность (устойчивость к вариации условий распространения и координат) [1, 2].

К настоящему времени сформировался большой класс практически важных задач, которые

решаются с опорой на экспериментально и теоретически обоснованную устойчивость пространственно-частотной интерференционной структуры акустических полей в широкой полосе частот и расстояний. Теоретически и экспериментально показано, что накопление мощности сигнала вдоль линий гребней интерференционной структуры может быть использовано для повышения эффективности обнаружения слабых сигналов, оценки расстояния и радиальной компоненты скорости движения [3, 4]. Отметим, что теоретические построения, описывающие свойства обсуждаемой интерференционной структуры, основаны на анализе поля интенсивности широкополосных или тональных сигналов, в которых, как известно, фазовая информация отсутствует. Вместе с тем естественно предположить, что эффективное накопление мощности сигнала в процессе его обработки можно было бы осуществить, используя для этого линии равных фаз поля звукового давления, вычисленные на фазовой плоскости. В случае существования таких “особых линий” окажется возможным дополнительное и эффективное накопление мощности слабых сигналов совместно с алгоритмами, предложенными и исследованными в [3, 4]. Такая обработка может способствовать повышению помехоустойчивости обнаружения и оценки параметров слабых сигна-

¹ Институт общей физики им. А.М. Прохорова
Российской академии наук, Москва, Россия

² Самарский национальный исследовательский
университет имени академика С.П. Королёва,
Самара, Россия

*E-mail: skbmortex@mail.ru

лов, поскольку в поле гидроакустических помех такие закономерности отсутствуют.

Рассмотрим в общем виде эту задачу в трехмерном пространстве (ω, r, φ) , где ω – частота источника, r – расстояние до источника, φ – интегральная фаза давления. На линиях равных фаз $\varphi(\omega, r) = \text{const}$, выбранных на этой поверхности, полный дифференциал должен быть равен нулю, откуда может быть получено обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, решением которого являются функции $\varphi(\omega, r)$. Задавая некоторое начальное условие для t_0 , в любом волноводе в водной или воздушной среде можно поставить задачу Коши для выделения конкретных линий, на которых фазы постоянные, например, кратны π : $\varphi_l(r_l, \omega_l) = n\pi$. Решим этим путем задачу применительно к волноводу Пекериса, в котором на достаточно больших расстояниях поле звукового давления P может быть описано известным выражением [2]:

$$P(\omega, r, z_0, z, t) = \frac{\omega \rho_0}{h} \sqrt{\frac{8\pi}{kr}} \sum_{l=1}^N p_l \exp[i\varphi_l(\omega, r)], \quad (1)$$

где z_0 и z – глубины источника и приемника соответственно, ρ_0 – плотность воды, h – толщина волновода, N – количество нормальных волн, $p_l = \sin\left(\frac{l\pi z_0}{H}\right) \sin\left(\frac{l\pi z}{H}\right)$, $l = 1, 2, \dots, N$ – коэффициенты их возбуждения, $H = h + \frac{m}{kv_0}$ – эффективная толщина волновода, $m = \frac{\rho_1}{\rho_0}$, ρ_1 – плотность среды, $v_0^2 = 1 - n_0^2$, $n_0 = \frac{c_0}{c_1} < 1$, c_1 – скорость звука в подстилающем полупространстве, $\varphi_l(\omega, r) = k_l r - \omega t - \frac{\pi}{4}$ – фаза и $k_l = k \cos\left(\frac{\pi l}{kH}\right)$ – волновое число l -й нормальной волны. В этих соотношениях частоту ω и расстояние r будем считать аргументами, а время t – параметром. Выделим в выражении для давления

$$P(\omega, r) = |P(\omega, r)| \exp[i\varphi(\omega, r)]$$

вещественную и мнимую части:

$$\begin{aligned} \text{Re } P(\omega, r) &= \frac{\omega \rho_0}{h} \sqrt{\frac{8\pi}{kr}} \sum_{l=1}^N p_l \cos[\varphi_l(\omega, r)], \\ \text{Im } P(\omega, r) &= \frac{\omega \rho_0}{h} \sqrt{\frac{8\pi}{kr}} \sum_{l=1}^N p_l \sin[\varphi_l(\omega, r)] \end{aligned} \quad (2)$$

(здесь и далее глубины z_0, z и время t в обозначениях функций для краткости опускаются). Отсюда находим фазу звукового давления:

$$\varphi(\omega, r) = \text{arctg} \frac{\text{Im } P(\omega, r)}{\text{Re } P(\omega, r)} = \text{arctg} \frac{A(\omega, r)}{B(\omega, r)},$$

где

$$\begin{aligned} A(\omega, r) &= \sum_{l=1}^N p_l \sin[\varphi_l(\omega, r)], \\ B(\omega, r) &= \sum_{l=1}^N p_l \cos[\varphi_l(\omega, r)]. \end{aligned}$$

Выпишем полный дифференциал функции $\varphi(\omega, r)$ и, приравняв его к нулю, получим уравнение для описания линии равных фаз в рассматриваемом волноводе:

$$\frac{dr}{d\omega} = - \frac{A_\omega(\omega, r)B(\omega, r) - B_\omega(\omega, r)A(\omega, r)}{A_r(\omega, r)B(\omega, r) - B_r(\omega, r)A(\omega, r)}, \quad (3)$$

где $A_\omega(\omega, r)$, $A_r(\omega, r)$, $B_\omega(\omega, r)$ и $B_r(\omega, r)$ – частные производные по соответствующим аргументам ω и r . Вычисляя все эти производные, будем считать, что рассматривается частотная область, в пределах которой изменение количества нормальных волн N невелико и вкладом от такого изменения можно пренебречь. Подставляя их в (3), получим окончательный вид дифференциального уравнения, описывающего линии равных фаз давления в рассматриваемом волноводе:

$$\frac{dr}{d\omega} = - \frac{[r(1 + \pi h C / k H^2) + t c_0 D]}{\omega} = \frac{(\beta_\varphi r - t c_0 D)}{\omega}, \quad (4)$$

где $C = \frac{S_1}{S}$, $D = \frac{S_2}{S}$,

$$S = \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N p_l p_m \cos \frac{m\pi}{kH} \cos(\varphi_l - \varphi_m),$$

$$S_2 = \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N p_l p_m \cos(\varphi_l - \varphi_m),$$

$$S_1 = \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N m p_l p_m \sin \frac{m\pi}{kH} \cos(\varphi_l - \varphi_m).$$

Дополнительный анализ и вычислительные эксперименты показывают, что параметр β_φ из уравнения (4) в достаточно широких пределах не зависит от расстояния r и частоты ω . Аналогичным свойством обладает и параметр D этого же уравнения, что дает возможность преобразовать (4):

$$\frac{dr}{d\omega} = \frac{\beta_\varphi (r - At)}{\omega},$$

где $A = \frac{Dc}{\beta_\varphi}$ – практически не зависящий от частоты и расстояния параметр. Следовательно, после замены переменной $r' = r - At$ уравнение (4) принимает вид $\frac{dr'}{d\omega} = \frac{\beta_\varphi r'}{\omega}$. Выполненная замена переменной фактически представляет собой происходящий во времени параллельный перенос вдоль оси расстояний всей совокупности линий равных фаз и, следовательно, всей структуры фазового

поля в целом. Очевидно, что такой перенос эквивалентен движению в указанном направлении источника или приемника со скоростью, определяемой параметром A .

Заметим, что в [1–4] используется полностью аналогичное дифференциальное уравнение вида $\frac{dr}{d\omega} = \frac{\beta r}{\omega}$, которым в пространственно-частотной области поля интенсивности описываются линии “гребней”. При этом во многих практически важных случаях коэффициент β оказывается близок к “+1”, в связи с чем его принято называть интерференционным инвариантом [1–4]. Вид решений уравнения (4) существенно зависит от знака параметра β_ϕ , который подобен инварианту β , но отличается количественно и по физическому смыслу: $\beta_\phi = -\left[1 + \frac{\pi h C}{k H^2}\right]$. Если рассматривать волновод,

частоты и расстояния, при которых $1 + \frac{\pi h C}{k H^2} > 0$, то решениями уравнения (4) являются функции вида $r(\omega) = \frac{a}{\omega^{|\beta_\phi|}}$, и линии равных фаз оказываются подобны гиперболом. С физической точки зрения гиперболическая зависимость расстояния r от частоты ω на линиях равных фаз в волноводе Пекериса и в других реальных звуковых волноводах, как и в неограниченном пространстве, обосновывается тем, что в общем случае для достижения заданного значения интегральной фазы на большей частоте колебанию требуется меньшее расстояние, а для меньшей частоты – большее расстояние. Можно предположить, что такие зависимости будут обнаружены и в электромагнитных волноводах.

На рис. 1 приведены контурные графики, отображающие существенное отличие веерной структуры поля интенсивности (а) от структуры поля фазы (б) звукового давления в частотно-пространственной области. Расчеты выполнены в волноводе глубиной 200 м с параметрами дна $m = 2.7$ и $n_0 = 0.83$, скорости звука в воде 1500 м/с. Источник находится на глубине 20 м, прием осуществляется на глубине 100 м. Расчеты выполнены для диапазона частот 5–40 Гц и расстояний от 100–40 000 м. Видно, что линии равных фаз близки к гиперболом (рис. 1б), но на этих линиях присутствуют резкие скачки фазы, обусловленные наличием в волноводе полюсов – зон дислокации фаз, которые формируются в зонах интерференционных минимумов амплитуды давления. В этих зонах резко уменьшается отношение сигнал/помеха и, как показывают расчеты и эксперименты, формируются скачки фаз в вертикальной и горизонтальной плоскости [5]. Возникают разрывы монотонной зависимости $\phi(\omega, r)$. В качестве примера, более подробно иллюстрирующего выполненный

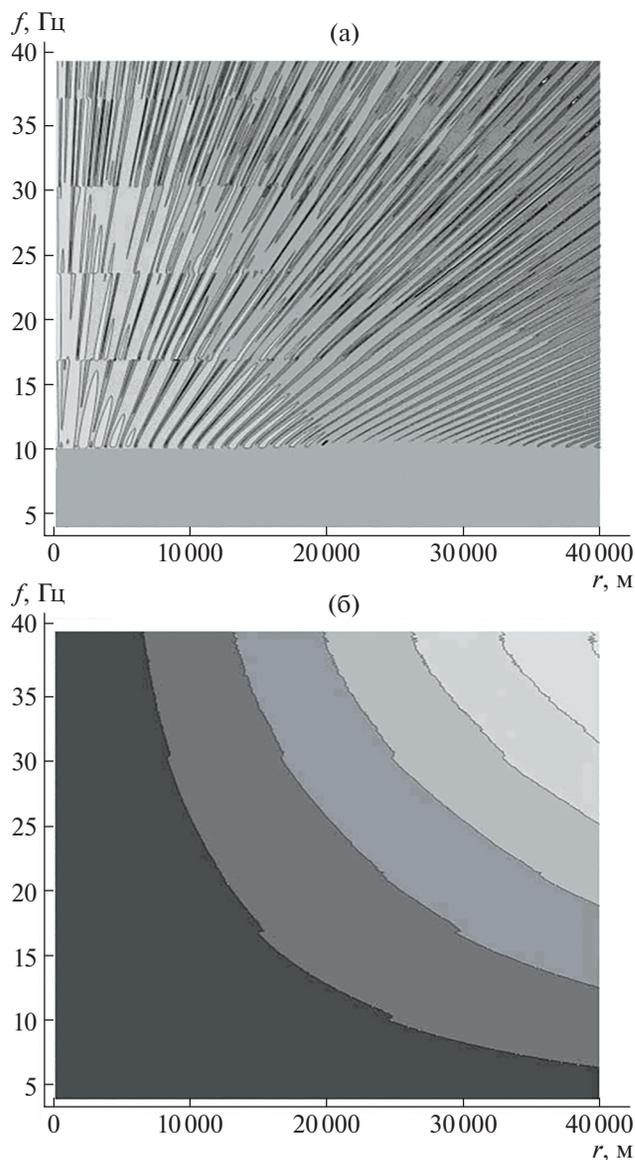


Рис. 1. Контурные графики полей интенсивности фаз давления в частотно-пространственной области.

анализ в описанном выше волноводе Пекериса, в диапазоне частот 100–120 Гц и на расстояниях 1000–2000 м выполнены расчеты фактической (численной) линии гребня и равных фаз, а также рассчитанной по уравнению (4) теоретической линии равных фаз. На рис. 2а представлены: выходящие из одной из точек локального максимума на частоте 100 Гц фактическая линия гребня (1), а также привязанные к этой точке начальным условием фактическая (2) и теоретическая (3) линии равных фаз.

Из совпадения кривых 2 и 3 следует, что уравнение (4) достаточно точно описывает линии равных фаз, поэтому это уравнение может быть использовано для прогноза таких линий в реальных ситуациях, в том числе, при анализе экспериментальных результатов.

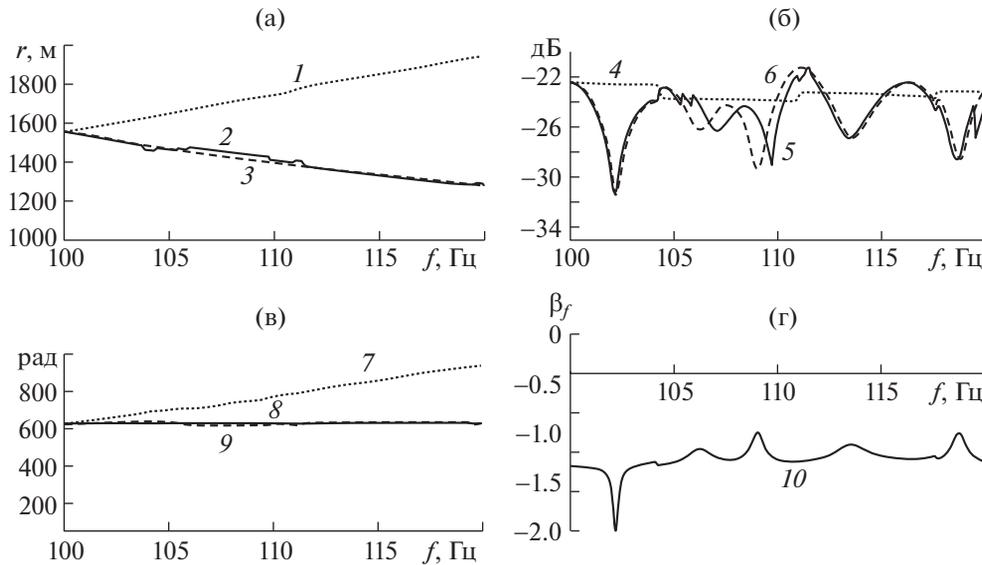


Рис. 2. Зависимости от частоты: линии гребня (1), фактической (2) и теоретической (3) линий равных фаз; амплитуды давления вдоль гребня (4, б) и вдоль фактической (5) и теоретической (6) линий равных фаз; фазы давления вдоль гребня (7) и вдоль теоретической (8) и фактической (9) линий равных фаз. Кривая 10 – зависимость от частоты β_ϕ (фазового инварианта).

Далее на обсуждаемых линиях для тех же частот были рассчитаны амплитуды (рис. 2б) и фазы (рис. 2в) звукового давления. На рис. 2б видно, что линия равных фаз может пересекать несколько соседних гребней и амплитуда давления на ней может быть близкой, меньше, а на отдельных участках даже больше (кривые 5, б), чем амплитуда на линии гребня (кривая 4). Фаза давления на линии гребня (кривая 7) в соответствии с теоретическими представлениями не постоянная, а растет с некоторым градиентом. Фазы на линии равных фаз (кривые 8, 9) постоянные – они параллельны оси абсцисс. Зависимость фазового инварианта β_ϕ от частоты (кривая 10) в среднем близка к “-1” и достаточно резко изменяется в зонах дислокаций – зонах с большими градиентами фазы. Расчеты, выполненные при различных условиях, показали стабильность инварианта β_ϕ . Таким образом, впервые установлено существование линий равных фаз и инварианта на фазовой плоскости, подобного интерференционному инварианту Чупрова, ранее полученному для описания полей интенсивности. Расчеты, выполненные для волноводов с различными параметрами, на различных частотах и расстояниях показали, что параметр β_ϕ из уравнения (4), так же как и параметр β , достаточно устойчив к вариации свойств среды и глубинам z и z_0 . Это позволяет по аналогии с интерференционным инвариантом рассматривать β_ϕ как своеобразный фазовый инвариант. Вместе с тем инвариант Чупрова для поля интенсивности (будем его называть “энергетический инвариант”) для волновода Пекериса близок к “+1”, в то время как фазовый инвариант, построенный на фазовой плоскости, близок к “-1”.

Существование устойчивого фазового инварианта позволяет прогнозировать направления, по которым на фазовой плоскости возможны формирование линий постоянных фаз и сканирование с целью когерентного суммирования комплексных фурье-компонент. Как следствие, должно происходить увеличение отношения сигнал/помеха. Следует отметить, что в отличие от свободного пространства, где сканирование и накопление мощности возможны без ограничений – во всей рабочей полосе и во всем выбранном интервале расстояний – для волновода Пекериса зоны накопления мощности ограничены интервалами $\Delta\phi(\omega, r)$ между двумя соседними дислокациями, так как в этих зонах монотонная зависимость $\phi(\omega, r) = \text{const}$ прерывается, а фаза теряется.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чупров С.Д. Акустика океана: современное состояние. М.: Наука, 1982. С. 71–91.
2. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007.
3. Kuznetsov G.N., Kuz'kin V.M., Pereselkov S.A. Estimation of the velocity of underwater objects in the passive mode using frequency-shift data // Phys. Wave Phenom. 2014. V. 22. № 4. P. 306–311.
4. Pereselkov S.A., Kuz'kin V.M., Kuznetsov G.N. Acoustic interferometry in problems of the passive localization of sound sources, underwater communications, and the monitoring of oceanic inhomogeneities // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. P. 648–652.
5. Белова Н.И., Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н. Экспериментальное исследование интерференционной и фазовой структуры потока мощности от локальных источников в мелком море // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 3. С. 318–329.

LINES OF EQUAL PHASES OF SOUND PRESSURE IN THE SPACE-FREQUENCY DOMAIN OF THE HYDRO-ACOUSTIC FIELD

G. N. Kuznetsov^a and A. N. Stepanov^{a,b}

^a *Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

^b *Korolev Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation*

Presented by Academician of the RAS I.A. Scherbakov

The existence of lines of equal phases in the space-frequency domain is shown for the first time, and a differential equation is obtained for their calculation in relation to the complex spectra of sound signals in a waveguide. It is shown that such lines are connected with a phase invariant similar to the well-known Chuprov interference invariant, but having a different physical meaning: they are calculated on the phase plane, and not using the intensity field. These constant-phase lines are stable, weakly dependent on signal propagation conditions, and allow optimized processing of weak signals to detect them against the background of interference.

Keywords: space-frequency phase domain, differential equation for calculating lines of equal phase, noise-proof processing in the waveguide