———— ФИЗИКА ——

УДК 537.635; 537.874.3

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ НАНОКОМПОЗИТНЫХ СРЕД

© 2021 г. Член-корреспондент РАН А. Б. Ринкевич<sup>1,\*</sup>, Д. В. Перов<sup>1</sup>

Поступило 16.04.2021 г. После доработки 10.05.2021 г. Принято к публикации 12.05.2021 г.

Рассматривается метод определения эффективной магнитной проницаемости для композитных сред, содержащих магнитные частицы в виде эллипсоидов вращения общего вида. Приведены примеры расчетов данной величины для ансамблей произвольно ориентированных частиц в зависимости от их формы и объемной доли в нанокомпозитах.

*Ключевые слова:* нанокомпозитная среда, магнитные частицы, тензор магнитной проницаемости, комплексная эффективная магнитная проницаемость

DOI: 10.31857/S2686740021040106

Рассмотрим вопрос об высокочастотных эффективных магнитных параметрах композитной среды, в которой магнитные частицы помещены в матрицу из немагнитного материала. Обзор результатов для случая, когда внешнее магнитное поле отсутствует, дан в работе [1]. В магнитном поле динамическая магнитная проницаемость – это тензорная величина, и для описания резонансных явлений важны как диагональные, так и недиагональные компоненты этого тензора. Если магнитные частицы по форме отличаются от сферы, то для описания ширины и формы линии необходим учет пространственной ориентации частиц. Эти проблемы решаются в данном сообщении. Рассмотрены частицы в форме эллипсоида, параметры которого изменяются в широких пределах, и предложенный метод позволяет выполнить расчет проницаемости композитов с частицами различной формы, в том числе далекой от сферической.

Будем рассматривать среду, магнитные свойства любого элементарного объема которой будут считаться одинаковыми. Размеры этого объема много меньше таких характерных пространственных масштабов задачи, как длина распространяющейся в среде электромагнитной волны и размеры образца, но много больше размера любой содержащейся в нем магнитной частицы. Намагниченность композитной среды характеризуется количеством магнитного вещества, т.е. его объемной долей  $\theta_v$ , которая предполагается одинаковой для любого элементарного объема среды. Для такого вида композитной среды могут быть введены определенные усредненные или эффективные параметры.

Предположим, что свойства ферромагнитных частиц в композитной среде описываются тензором магнитной проницаемости  $\ddot{\mu}$ . Для определения тензора магнитной проницаемости композитной среды  $\ddot{\mu}^m$  используем одну из моделей смешения на основе приближения степенными законами. Простейшее из таких приближений основано на использовании линейного закона или формулы Зильберштейна [2], что приводит к соотношению

$$\ddot{\boldsymbol{\mu}}^{m} = (1 - \boldsymbol{\theta}_{v}) \cdot \ddot{\boldsymbol{\mathbf{I}}} + \boldsymbol{\theta}_{v} \cdot \ddot{\boldsymbol{\mu}}, \qquad (1)$$

где  $\mathbf{\ddot{I}} = \delta_{ij}$  – единичный тензор,  $\delta_{ij}$  – дельта-функция Кронекера. Формула (1) справедлива при  $\theta_v \ll 1$ , а при учете изменений среднего поля из-за присутствия магнитных частиц, область ее применения может быть расширена в сторону бо́льших концентраций, как это показано ниже.

Для частиц в виде эллипсоидов вращения общего вида тензор **µ** имеет следующий вид [3]:

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & 0\\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
(2)  
$$\mu_{xx} = 1 + \frac{\omega_M \left[ \omega_H + i\omega\alpha - (N_{33} - N_{22})\omega_M \right]}{D},$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Институт физики металлов им. М.Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук, Екатеринбург, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: rin@imp.uran.ru

$$\mu_{xy} = \frac{\omega_M \left[ i\omega - N_{12}\omega_M \right]}{D},$$
  

$$\mu_{yx} = -\frac{\omega_M \left[ i\omega + N_{12}\omega_M \right]}{D},$$
  

$$\mu_{yy} = 1 + \frac{\omega_M \left[ \omega_H + i\omega\alpha - (N_{33} - N_{11})\omega_M \right]}{D},$$
  

$$D = (\omega_H + i\omega\alpha - (N_{33} - N_{11})\omega_M) \times$$
  

$$\times (\omega_H + i\omega\alpha - (N_{33} - N_{22})\omega_M) - (N_{12}\omega_M)^2 - \omega^2.$$

Здесь используются обозначения:  $\mathbf{\ddot{N}}$  – тензор размагничивания с элементами  $N_{ij}$ , tr  $\mathbf{\ddot{N}}$  = 1;  $\omega_H$  =  $\gamma H_z$ ,  $\omega_M$  =  $4\pi\gamma M_z$ , где  $\alpha$  – параметр диссипации,  $\omega$  – круговая частота,  $\gamma$  – гиромагнитное отношение для электрона,  $H_z$  – постоянное поле намагничивания, направленное вдоль оси *z*,  $M_z$  – проекция постоянного поля намагничивания на ось *z*. Заметим, что модуль вектора **M** равен намагничиенности насыщения материала.

Тензор размагничивания для некоторой магнитной частицы определяет отличие магнитного поля внутри нее от заданного внешнего магнитного поля в окружающей частицу немагнитной среде. Магнитное поле в элементарном объеме однородной композитной среды фактически является результатом усреднения полей внутри и вне магнитных частиц, располагающихся в этом объеме. Если  $\theta_{\nu} \ll 1$ , то среднее поле мало отличается от поля в немагнитной среде. Однако по мере увеличения  $\theta_{\nu}$  отличие этих полей становится все больше. Такого рода изменения в композитной среде при различных значениях объемной доли  $\theta_{\mu}$ должны учитываться посредством введения эффективного тензора размагничивания Ü, который зависит от  $\theta_v$  следующим образом: при  $\theta_{v} \rightarrow 0$  используется тензор  $\ddot{\mathbf{L}} \approx \ddot{\mathbf{N}}$ , где тензор  $\ddot{\mathbf{N}}$ определен для единственной частицы заданной формы, в то время как при  $\theta_v \rightarrow 1$  выполняется равенство  $\ddot{\mathbf{L}} \approx \ddot{\mathbf{0}}$ , что соответствует неограниченной магнитной среде. Согласно [4], соответствующий эффективный тензор размагничивания может быть определен как

$$\ddot{\mathbf{L}} = (\ddot{\boldsymbol{\mu}} - \ddot{\boldsymbol{\mu}}^m) \cdot (\ddot{\boldsymbol{\mu}}^m \cdot (\ddot{\boldsymbol{\mu}} - \ddot{\mathbf{I}}))^{-1} \cdot \ddot{\mathbf{N}}.$$
 (3)

Подставляя (1) в (3) и пренебрегая, в первом приближении, влиянием тензора  $\ddot{\mu}$  на  $\ddot{L}$ , получаем, что

$$\ddot{\mathbf{L}} = (1 - \theta_{v}) \cdot \ddot{\mathbf{N}}.$$
 (4)

Таким образом, тензор магнитной проницаемости композитной среды  $\mathbf{\ddot{\mu}}^m$  будет определяться выражением (1), в котором элементы тензора  $\mathbf{\ddot{\mu}}$ соответствуют формулам (2), но с заменой соответствующих элементов тензора  $\mathbf{\ddot{N}}$  на  $\mathbf{\ddot{L}}$ , согласно соотношению (4). Окончательно можно записать, что

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}}^{m} = \begin{pmatrix} \mu_{xx}^{m} & \mu_{xy}^{m} & 0\\ \mu_{yx}^{m} & \mu_{yy}^{m} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
(5)

$$\begin{split} \mu_{xx}^{m} &= 1 + \theta_{v} \frac{\omega_{M}[\omega_{H} + i\omega\alpha - (N_{33} - N_{22})(1 - \theta_{v})\omega_{M}]}{\hat{D}}, \\ \mu_{xy}^{m} &= \frac{\theta_{v}\omega_{M} \left[i\omega - N_{12} \left(1 - \theta_{v}\right)\omega_{M}\right]}{\hat{D}}, \\ \mu_{yx}^{m} &= -\frac{\theta_{v}\omega_{M} \left[i\omega + N_{12} \left(1 - \theta_{v}\right)\omega_{M}\right]}{\hat{D}}, \\ \mu_{yy}^{m} &= 1 + \theta_{v} \times \\ \times \frac{\omega_{M} \left[\omega_{H} + i\omega\alpha - (N_{33} - N_{11})(1 - \theta_{v})\omega_{M}\right]}{\hat{D}}, \\ \hat{D} &= (\omega_{H} + i\omega\alpha - (N_{33} - N_{11})(1 - \theta_{v})\omega_{M}) \times \\ \times (\omega_{H} + i\omega\alpha - (N_{33} - N_{22})(1 - \theta_{v})\omega_{M}) - \\ &- (N_{12} \left(1 - \theta_{v}\right)\omega_{M})^{2} - \omega^{2}. \end{split}$$

При анализе распространения электромагнитных волн в поперечно намагниченной среде, когда поле намагничивания направлено перпендикулярно и переменному магнитному полю, и волновому вектору электромагнитной волны, необходимо использовать скалярную величину – эффективную магнитную проницаемость  $\mu_{eff}$  [3]. Если мы рассматриваем композитную среду, характеризуемую тензором магнитной проницаемости вида (5), то можно показать, что

$$\mu_{eff} = \mu_{xx}^{m} - \frac{\mu_{xy}^{m} \mu_{yx}^{m}}{\mu_{yy}^{m}}.$$
 (6)

Для получения усредненного тензора магнитной проницаемости композитной среды  $\langle \mathbf{\tilde{\mu}}^m \rangle$  в случае произвольно ориентированных эллипсоидальных частиц нужно провести статистическое усреднение его элементов с учетом различной пространственной ориентации ферромагнитных частиц, которая может быть определена введением параметров  $\Theta = (\alpha \beta \gamma)$  – векторов углов поворота ферромагнитных частиц относительно осей x, y, z на углы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  соответственно. Он обусловливает, во-первых, изменение тензора размагничивания частицы  $\ddot{\mathbf{N}}(\mathbf{\Theta})$  при изменении ее ориентации в пространстве, во-вторых, изменение величины  $M_z$ , а следовательно, и  $\omega_M(\Theta)$ , при таком изменении. Усредненное значение эффективной магнитной проницаемости (µ<sub>eff</sub>) композитной среды находится путем усреднения выражения (6) по всем возможным значениям углов ориентации магнитных частиц  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .



Рис. 1. Полевые зависимости вещественных (сплошные линии) и мнимых (пунктирные линии) частей комплексных эффективных магнитных проницаемостей в зависимости от объемной доли магнитного вещества в нанокомпозитах для наночастиц в форме эллипсоидов с различными соотношениями полуосей: (а) – a:b:c = 25:25:10; (б) – a:b:c = 25:25:10;

Результаты расчетов для нескольких значений  $\theta_v$  и различной формы частиц (с разными отношениями длин полуосей эллипсоидов *a*, *b*, *c*) показаны на рис. 1. Использованные при расчетах формулы для тензоров размагничивания частиц в форме эллипсоидов вращения общего вида приведены в [5]. Расчет эффективной магнитной проницаемости намагниченного композита был выполнен для ансамбля из 10 000 частиц из материала с намагниченностью насыщения  $4\pi M_s = 7.04$  кГс и постоянной магнитного затухания  $\alpha = 0.05$ , частота f = 30 ГГц. Наблюдаются изменения эффективной магнитной проницаемости, связанные с ферромагнитным резонансом.

Из рис. 1 видно, что резонанс занимает широкую область магнитных полей, несмотря на малое значение постоянной α. Рассмотренный метод определения эффективной проницаемости использован при анализе прохождения микроволн через композитную среду, содержащую чешуйки из сплава Fe–Si–Nb–Cu–B [6, 7].

### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 17-12-01002).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Lagarkov A.N., Rozanov K.N.* // JMMM. 2009. V. 321. № 14. P. 2082–2092. https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2008.08.099
- 2. *Sihvola A*. Electromagnetic mixing formulas and applications. London: The Institution of Electrical Engineers, 1999. 284 p.
- 3. *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны. М.: Наука, 1994. 464 с.
- 4. Стрэттон Дж.А. Теория электромагнетизма. М., Л.: ГИТТЛ, 1948. 539 с.
- Osborn J.A. // Phys. Rev. 1945. V. 67. № 11–12. P. 351– 357.
- Ринкевич А.Б., Рябков Ю.И., Перов Д.В., Пахомов Я.А., Кузнецов Е.А. // ФММ. 2021. Т. 122. № 4. С. 377– 383. https://doi.org/10.31857/S0015323021040082
- Rinkevich A.B., Ryabkov Yu.I., Perov D.V., Nemytova O.V. // JMMM. 2021. V. 529. 167901. https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2021.167901

# DETERMINATION OF THE EFFECTIVE MAGNETIC PERMEABILITY OF NANOCOMPOSITE MEDIA

## Corresponding Member of the RAS A. B. Rinkevich<sup>a</sup> and D. V. Perov<sup>a</sup>

<sup>a</sup> M.N. Miheev Institute of Metal Physics, Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, Russian Federation

In this work, the method of determination of the effective magnetic permeability is considered for composite media containing magnetic particles in the form of general ellipsoids of revolution. The examples of calculations of this value for ensembles of randomly oriented particles, depending on their shape and volume fraction in nanocomposites, are given.

*Keywords:* nanocomposite medium, magnetic particles, magnetic permeability tensor, complex effective magnetic permeability

24