

УДК 538.9; 537.874

ТОНКОЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЕ КВАНТОВОЕ КОЛЬЦО – АНАЛОГ АТОМА БОРА, УПРАВЛЯЕМОГО МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

© 2021 г. А. М. Мандель^{1,*}, В. Б. Ошурко^{1,2,**}, С. М. Першин^{2,***}

Представлено академиком РАН И.А. Щербаковым 23.06.2021 г.

Поступило 25.06.2021 г.

После доработки 25.06.2021 г.

Принято к публикации 03.08.2021 г.

Главный признак полуклассического боровского атома – целочисленное квантование орбитального момента электрона – можно реализовать в тонком полупроводниковом квантовом кольце. Такое кольцо из-за наличия двух неэквивалентных гетерограниц обладает уникальными правилами отбора. Они позволяют свести спектр кольца к единственному одноэлектронному состоянию с заранее определенными квантовыми числами, полностью управляемыми магнитным полем. Переключая поле, можно формировать в кольце состояния с заранее необходимыми квантовыми числами и вызывать требуемые переходы между этими состояниями. Обсуждается энергетика этих переходов. Установлено, что существует теоретическая возможность преобразования тепловой энергии в энергию направленного монохроматического излучения.

Ключевые слова: полупроводниковые квантовые кольца, правила отбора, одноэлектронные состояния с управляемыми квантовыми числами

DOI: 10.31857/S2686740021050047

Тонкие полупроводниковые квантовые кольца (закольцованные квантовые нити толщиной в несколько нанометров и диаметром до нескольких десятков нанометров) в последнее время исследуются очень активно [1–6]. Незатухающий квантовый ток (persistent-currents), управляемый эффект Ааронова–Бома, дробное квантование магнитного потока и т.д. – все эти явления чрезвычайно перспективны для квантовой электроники. В частности, в нашей недавней работе [7] показано, что тонкие квантовые кольца из-за наличия двух неэквивалентных гетерограниц обладают уникальными селекционными свойствами. Спектр электронных состояний, локализованных на кольце с фиксированными геометрическими параметрами, либо вообще пуст, либо сводится к единственному уровню, все квантовые числа которого определяются значением внешнего магнитного поля. До последнего времени это свойство колец оставалось скрытым, ибо для радиального

удерживающего потенциала кольца использовались неадекватные модели. Если же использовать потенциал конечной глубины вида

$$U(r) = \begin{cases} 0, & r < R_{in}, \quad r > R_{ex}, \\ -\Delta E_c, & R_{in} < r < R_{ex}, \end{cases}$$

где ΔE_c – скачок дна зоны проводимости на гетерогранице, r – радиальная координата, R_{in} и R_{ex} – соответственно внутренний и внешний радиусы кольца, то уникальность правил отбора в квантовом кольце становится очевидной. Обычно спектр полупроводниковой гетероструктуры формирует условие непрерывности логарифмической производной волновой функции на гетерогранице. В квантовых ямах, нитях и точках таких границ либо одна, либо две, но эквивалентных. И только в квантовых кольцах (хоть и тонких, но конечной толщины, что критически важно) условия сшивки на внешней и внутренней границах неэквивалентны, что и обуславливает их особые селекционные свойства. Фактически такие кольца аналогичны “плоским боровским атомам” с целочисленным орбитальным моментом, но равновесие в таком “атоме” поддерживает магнитное поле вместо ядра.

Везде в дальнейшем используются естественные единицы длины $r_0 \equiv \hbar/\sqrt{2m^*\Delta E_c}$ (m^* – эффективная масса матричного электрона) и энергии $\varepsilon = E/|\Delta E_c|$. “Единица длины” r_0 – деброй-

¹ Московский государственный технологический университет “СТАНКИН”, Москва, Россия

² Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: arkadimandel@mail.ru

**E-mail: vbo08@yandex.ru

***E-mail: pershin@kapella.gpi.ru

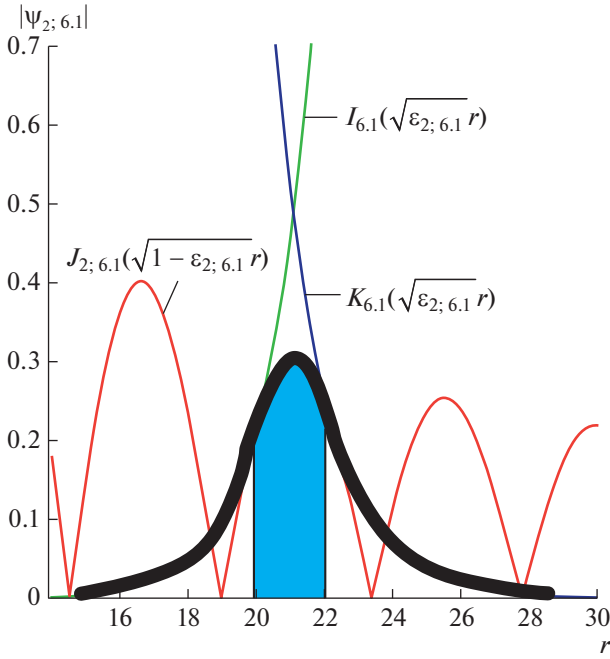


Рис. 1. Волновая функция (2) локализованного на кольце электрона в гетероструктуре InAs/AlSb ($m^* = 0.14m$; $g^* = 1.9$; $\Delta E_c = 2.2$ эВ [11]). Параметры кольца $R_{in} = 20$, $R_{ex} = 22$. Квантовые числа описываемого состояния $l = 1$, $n = 2$, $\Phi/\Phi_0 = 7.15$, $q \approx 6.1$. Площадь внутри кольца выделена.

левская длина электрона на дне зоны проводимости матрицы с энергией, равной глубине потенциальной ямы кольца, ε – энергия связи электрона в кольце в “долях” от глубины ямы. Электрон, даже локализованный на кольце, большую часть времени проводит в матрице, так что изменением его эффективных свойств (массы и g -фактора) можно пренебречь. Отметим, что этот фактор играет существенную роль для восстановления энергии электрона при выключении магнитного поля.

Исходная математическая модель для волновой функции электронных компонентов 8-компонентного спинора Кейна, локализованных на кольце, в указанных единицах имеет вид

$$\left[-\Delta^{(2)} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} - i \frac{e\hbar B}{2m^* \Delta E_c} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \left(\frac{eBr}{2\hbar} \right)^2 + \frac{V(\mathbf{r})}{\Delta E_c} \right] \psi(r, \varphi, z) = \left(\begin{array}{l} 0 \\ 1 \end{array} - \varepsilon \pm \frac{g^* \mu_B B}{2\Delta E_c} \right) \psi(r, \varphi, z) \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial \psi}{\partial r}(0, \varphi, z) = 0; \\ \psi(r, \varphi, z) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty.$$

Здесь $\Delta^{(2)}$ – двумерный лапласиан, B – индукция внешнего однородного магнитного поля, e – элементарный заряд, $V(\mathbf{r})$ – периодический потенциал матричного полупроводника, ε – энергия связи электрона в кольце. Верхний индекс в фигурных скобках в правой части соответствует области матрицы (как обычно, энергия отсчитывается от дна зоны проводимости матрицы), нижний индекс – области внутри кольца, g^* – эффективный фактор Ланде для матричного электрона, μ_B – магнетон Бора. Последний член в правой части – энергия взаимодействия спина электрона с магнитным полем; верхний знак соответствует направлению спина вдоль поля, нижний – соответственно против. Спин-орбитальным взаимодействием в обоих общепринятых вариантах [5] мы здесь пренебрегаем, ибо на удерживающем потенциале кольца, определяемом радиальными функциями, оно сказывается слабо. Магнитное поле достаточно велико, чтобы влиять на энергию углового движения электрона, но не настолько велико, чтобы квантовать движение электрона в матрице ($\sim 1-10$ Тл). В этом случае использовать для волновой функции разложение по уровням Ландау нецелесообразно [8, 9].

После отделения решеточных функций Ванье, локализованных на узлах тонкого кольца (для такого рода ситуаций они удобнее периодических блоховских функций [10]), решения уравнений для вертикальной и угловой составляющих получаем уравнение для гладкой огибающей радиальной волновой функции $\psi_{nq}(r)$. Оно явно приведено в [7], так что здесь продемонстрируем лишь характер его решения для конкретного примера гетероструктуры InAs/AlSb (рис. 1)

$$\psi_{nq}(r) = \begin{cases} AI_q(\sqrt{\varepsilon_{nq}}r), & r < R_{in}, \\ BJ_{nq}(\sqrt{1-\varepsilon_{nq}}r), & R_{in} < r < R_{ex}, \\ DK_q(\sqrt{\varepsilon_{nq}}r), & R_{ex} < r, \end{cases} \quad (2)$$

где I , J , K – цилиндрические функции соответственно Инфельда, Бесселя и Макдональда, A , B и D – нормировочные постоянные (их значения в дальнейшем не понадобятся), n – номер экстремума функции Бесселя, описывающего волновую функцию внутри кольца, q – “эффективное орбитальное число” в магнитном поле

$$q^2 = \left(l - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 \pm \frac{g^* m^* \Phi}{2 m \Phi_0},$$

$\Phi = \pi BR_0^2$ – магнитный поток через кольцо, $\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar}{e}$ – его квант (с учетом того, что у нас в кольце не куперовская пара $2e$, а уединенный электрон).

Толщина кольца позволяет “вместить” окрестность только одного такого экстремума. Решение (2)

должно удовлетворять трем дополнительным условиям: двум условиям непрерывности логарифмической производной на двух гетерограницах кольца

$$\sqrt{\varepsilon_{nq}} J_{nq}(\sqrt{1-\varepsilon_{nq}} R_{in}) \frac{dI_q}{dr} = -\sqrt{1-\varepsilon_{nq}} I_q(\sqrt{\varepsilon_{nq}} R_{in}) \frac{dJ_{nq}}{dr},$$

$$\sqrt{\varepsilon_{nq}} J_{nq}(\sqrt{1-\varepsilon_{nq}} R_{ex}) \frac{dK_q}{dr} = \sqrt{1-\varepsilon_{nq}} K_q(\sqrt{\varepsilon_{nq}} R_{ex}) \frac{dJ_{nq}}{dr}, \quad (3)$$

а также условию того, что экстремум функции Бесселя лежит внутри кольца

$$\frac{dJ_{nq}(\sqrt{1-\varepsilon_{nq}} R_0)}{dr} = 0 \quad \text{при} \quad R_{in} < R_0 < R_{ex}. \quad (4)$$

Именно сочетание этих условий и формирует селекционные свойства кольца. В отсутствие магнитного поля $\Phi = 0$ индекс функций Бесселя $q = l$, т.е. меняться может лишь дискретно. При этом условия (3), (4) могут согласоваться лишь случайно, при строго определенных значениях R_{in} и R_{ex} . Для произвольных геометрических размеров кольца согласование может обеспечить лишь непрерывное изменение q , а это возможно лишь за счет магнитного поля. Разумеется, в нашем случае магнитный поток Φ не кратен Φ_0 , как в объемном сверхпроводнике; в кольце условия квантования совсем другие.

Таким образом, устойчивые связанные одно-электронные состояния формируются в кольце лишь при строго определенных значениях магнитного поля, причем каждый уровень соответствует единственному набору $n, l, \pm g^*$. Это показано на рис. 2 для S - и P -состояний электрона в кольце.

Легко видеть, что если состояние (1) – исходное, то любое его квантовое число мы можем изменить, меняя должным образом магнитное поле. Фактически это – аналог “плоского атома Бора” с полностью управляемыми свойствами.

Коротко остановимся на энергии переходов между состояниями, показанными на рис. 2. Отметим, что трансцендентные условия (3) не дают возможности явно увидеть зависимость энергии состояния от его квантовых чисел и параметров гетероструктуры. Это можно сделать, используя аналитическую аппроксимацию функций Бесселя в (3). В результате для энергии связанного уровня получаем хоть и весьма приближенное, но качественно понятное выражение

$$E = \Delta E_c \left(-\frac{d}{1+d} + \frac{q^2}{R_0^2} \right) - \frac{\hbar^2 q_z^2}{2m^*}, \quad (5)$$

где $d = R_{ex} - R_{in}$ – ширина кольца в единицах r_0 , последнее слагаемое – энергия вертикального движения (q_z – волновое число в z -компоненте

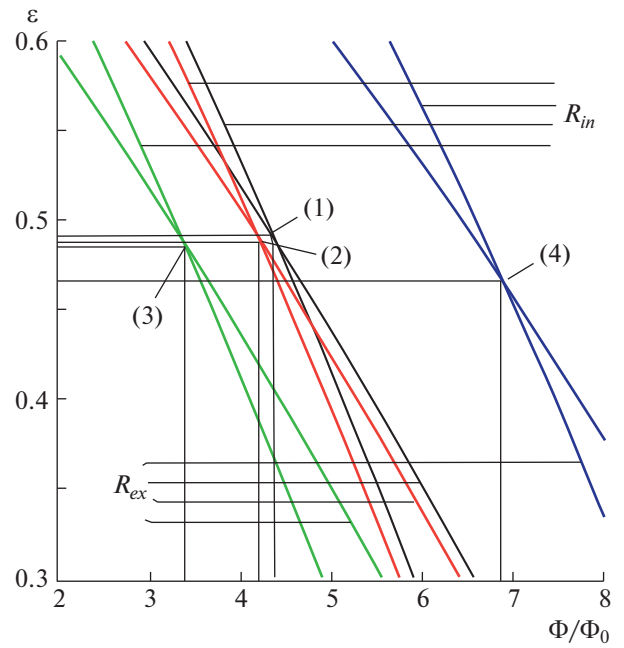


Рис. 2. Связь магнитного поля с энергией связи для 4-х стабильных состояний в тонком квантовом кольце. Наклонные линии – численное решение уравнений (3). Стабильные состояния в кольце существуют только на пересечении этих линий, когда оба условия (3) выполняются. Параметры кольца $R_{in} = 20$, $R_{ex} = 22$. Пара линий (1) описывает состояние с квантовыми числами $l = 1, s = -1/2, n = 3$; пара линий (2) – состояние с квантовыми числами $l = 1, s = 1/2, n = 3$; пара линий (3) – состояние с квантовыми числами $l = 0, s = -1/2, n = 3$, пара линий (4) – состояние с квантовыми числами $l = 1, s = 1/2, n = 2$. Видно, как меняя магнитное поле, мы можем изменить любое квантовое число.

волновой функции в (1), $\sim \cos(q_z z)$ и зависящее от ΔE_c и толщины кольца по оси z). Вертикальную толщину кольца всегда можно сделать столь малой, чтобы возбуждался только минимальный уровень вертикального движения. Меняется при переходах, таким образом, только параметр q , связанный с магнитным полем. При переходе из состояния (1) в состояние (2) меняется лишь ориентация спина, так что энергия кванта определяется соотношением:

$$\hbar\omega \sim \Delta E_c \frac{g^* m^* \Phi}{2R_0^2 m \Phi_0}.$$

Существенно, что такие переходы лежат в терагерцевом диапазоне [12] и теоретически могут быть использованы для прямой генерации ТГц-излучения с перестраиваемой частотой. Переход из (1) в (3), сопровождающийся изменением орбитального момента на 1, дает энергию кванта

$$\hbar\omega \sim \frac{\Delta E_c}{R_0^2} \left(\frac{\Phi_1^2}{\Phi_0^2} - \frac{\Phi_2^2}{\Phi_0^2} - 2 \frac{\Phi_1}{\Phi_0} + 1 \right),$$

где значения $\frac{\Phi_1}{\Phi_0}$ и $\frac{\Phi_2}{\Phi_0}$ можно оценить по рис. 2.

Такие переходы значительно больше первых по энергии. Самые высокоэнергетические переходы внутри кольца типа (1)–(4) связаны с изменением номера экстремума функции Бесселя n . Они описываются предыдущим выражением, но магнитный поток, как видно из рис. 2, меняется значительно существеннее. Таким образом, энергия кванта формируется почти исключительно из энергии магнитного поля.

В оптическом (а возможно, и ультрафиолетовом) диапазоне лежат переходы из зоны проводимости матрицы на (единственный) уровень кольца. Остановимся на них чуть подробнее в силу их, возможно уникальной, эффективности. Пусть в начальном состоянии магнитное поле выключено и уровни в кольцах “закрыты”. Включая магнитное поле нужной величины, мы эти уровни “открываем”, и электроны со дна зоны проводимости будут переходить на них, излучая, как можно показать, направленные и близкие к монохроматическим кванты (вопрос о когерентности, необходимой для лазерной генерации, мы сейчас даже не ставим). После обратного выключения поля электроны, локализованные на кольцах, будут терять устойчивость и вытесняться обратно в зону проводимости (либо в валентную зону) за счет энергии тепловых фононов. Напомним, что кольцо тонкое и электроны, даже локализованные на кольце, большую часть времени проводят в матрице (см. рис. 1). В итоге последовательность прямоугольных импульсов магнитного поля необходимой величины фактически преобразует тепловую энергию электронов в высокосортную энергию монохроматического излучения. Разумеется, второму закону термодинамики это не противоречит, так как и переключение магнитного поля требует затрат энергии для достижения порогового условия генерации.

В заключение отметим, что, кроме эффективности, квантовые кольца как активные элементы обладают целым рядом преимуществ по сравнению с квантовыми точками. Связано это прежде всего с тремя факторами: 1) более жесткими правилами отбора, обеспечивающими более чистый энергетический спектр; 2) цилиндрической симметрией колец, ориентирующей излучаемые кванты вдоль оси симметрии и 3) главное преимущество – возможность перестройки частоты излучения простым переключением магнитного поля.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 20-07-00983А и № 18-52-16016).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Viefers S., Koskinen P., Singha Deo P., Manninen M.* Quantum rings for beginners: energy spectra and persistent currents // *Physica E*. 2004. V. 21. № 1. P. 1–35. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2003.08.076>
2. *Manninen M., Viefers S., Reimann S.M.* Quantum rings for beginners II: Bosons versus fermions // *Physica E*. 2012. V. 46. P. 119–132. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2012.09.013>
3. *Kammermeier M., Seith A., Wenk P., Schliemann J.* Persistent spin textures and currents in wurtzite nanowire-based quantum structures // *Phys. Rev. B*. 2020. V. 101. P. 195418–195435. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.101.195418> (2020); <https://arxiv.org/pdf/2001.06571.pdf>
4. *Li B., Magnus W., Peeters F.M.* Tunable exciton Aharonov-Bohm effect oin a quantum ring // *J. Physics: Conferens Series*. 2010. V. 210. In: 11th International Conference on Optics of Excitons in Confined Systems (OECS11). 7–11 September 2009, Madrid, Spain. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/210/1/012030/meta>
5. *Lia J.M., Tamborenea P.I.* Narrow quantum rings with general Rashba and Dresselhaus spin-orbit interaction // *Physica E*. 2020. V. 126. P. 114419–114431. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2020.114419>
6. *Kozin V.K., Iorsh I.V., Kibis O.V., Shelykh I.A.* Periodic array of quantum rings strongly coupled to circularly polarized light as a topological insulator // *Phys. Rev. B*. 2018. V. 97. P. 035416–035423. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.97.035416>
7. *Мандель А.М., Ошурко В.Б., Першин С.М., Карпова Е.Е., Артемова Г.Д.* О лазере с перестраиваемой частотой на тонких полупроводниковых квантовых кольцах // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2021. Т. 498. С. 17–21. <https://doi.org/10.31857/S2686740021030147>
8. *Родионов В.Н., Крацова Г.А., Мандель А.М.* Отсутствие стабилизации квазистационарных состояний электрона в сильном магнитном поле // ДАН. 2002. Т. 386. № 6. С. 753–755.
9. *Родионов В.Н., Крацова Г.А., Мандель А.М.* Волновая функция и распределение токов вероятности связанного электрона, движущегося в однородном магнитном поле // ТМФ. 2010. Т. 164. № 1. С. 157–171.
10. *Ансельм А.И.* Введение в теорию полупроводников. М.: Наука, 1978.
11. *Vurgaftman I., Meyer J.R., Ram-Mohan R.* // *J. Appl. Phys.* 2001. V. 89. 5815. <https://doi.org/10.1063/1.1368156>
12. *Мандель А.М., Ошурко В.Б., Соломахо Г.И., Шарц А.А.* О естественной намагниченности идеальных квантовых точек и возможности детектирования терагерцевого излучения в магнитном поле // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60. № 10. С. 1073–1079. <https://doi.org/10.1134/S1064226915100101>

A THIN SEMICONDUCTOR QUANTUM RING IS AN ANALOGUE OF A BOHR MODEL ATOM CONTROLLED BY A MAGNETIC FIELD

A. M. Mandel^a, V. B. Oshurko^{a,b}, and S. M. Pershin^b

^a MSTU “STANKIN”, Moscow, Russian Federation

^b Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

Presented by Academician of the RAS I.A. Shcherbakov

The main feature of a semiclassical Bohr atom – integer quantization of the orbital angular momentum of an electron – can be realized in a thin semiconductor quantum ring. Such a ring, due to the presence of two non-equivalent heterointerfaces, has unique selection rules. They allow you to reduce the spectrum of the ring to a single one-electron state with predetermined quantum numbers, completely controlled by a magnetic field. By switching the field, it is possible to form states in the ring with the necessary quantum numbers in advance and cause the required transitions between these states. The energetics of these transitions is discussed. It has been established that there is a theoretical possibility of converting thermal energy into high-grade energy of monochromatic radiation.

Keywords: semiconductor quantum rings, selection rules, one-electron states with controlled quantum numbers