ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. ФИЗИКА, ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ, 2021, том 501, с. 5–7

ФИЗИКА

УДК 629.78

ОБОБЩЕНИЕ ФОРМУЛЫ РЕЗЕРФОРДА ДЛЯ СИНТЕЗА ЦЕПОЧЕК ГРАВИТАЦИОННЫХ МАНЕВРОВ

Ю. Ф. Голубев[1,*], А. В. Грушевский[1,], В. В. Корянов[1,***], А. Г. Тучин[1,****], Д. А. Тучин[1,*****]**

Представлено академиком РАН А.М. Липановым 10.08.2021 г.
Поступило 02.09.2021 г.
После доработки 02.09.2021 г.
Принято к публикации 20.10.2021 г.

Формула Резерфорда для рассеивания заряженных α-частиц в кулоновском поле может быть легко обобщена на случай гравитационного рассеивания. Одним из типов гравитационного рассеивания в Солнечной системе являются гравитационные маневры космических аппаратов. В работе для них по аналогии вводится эффективное гравитационное сечение рассеивания и выписывается обобщенная формула Резерфорда для гравитационного рассеивания при совершении гравитационного маневра. Показано, что с ее использованием можно существенно повысить эффективность рекуррентной процедуры поиска баллистических сценариев межпланетных перелетов.

Ключевые слова: гравитационное рассеивание, обобщенная формула Резерфорда, гравитационный маневр, цепочки гравитационных маневров

DOI: 10.31857/S2686740021060109

Баллистическое проектирование перспективных малозатратных космических миссий в пределах Солнечной системы предполагает применение гравитационных маневров [1, 2]. При этом часто оказывается, что одного гравитационного маневра недостаточно. Тогда необходимо найти такие методы формирования последовательности гравитационных маневров, которые рекуррентно обеспечат продолжение их серии для формирования полной целевой орбиты исследовательского космического аппарата (КА). Для соединения гравитационных маневров в одну серию предлагается использовать то обстоятельство, что нужное изменение асимптотической скорости пролетной гиперболы КА относительно одного небесного тела можно осуществить гравитационным маневром у другого. Например, в проектах исследования Солнца для формирования внеэклиптической орбиты КА с этой целью используются Венера и Земля. Для проектирования цепочек гравитационных маневров оказывается полезной модель гравитационного рассеивания, которая описывает изменение плотности потока виртуальных траекторий до и после гравитационного маневра.

Для гравитационного рассеивания справедливо [3]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = -\frac{1}{4}\frac{\mu_p^2}{V_\infty^4}\frac{1}{\sin^4\dfrac{\varphi}{2}}, \qquad (1)$$

где $\mu_p = Gm_p$, G – гравитационная постоянная, m_p – масса тела, оказывающего гравитационное воздействие, $d\sigma$ – элементарная площадка нерассеянного пучка траекторий, так что число проходящих через нее траекторий $dN = nd\sigma$, n – локальная интенсивность пучка, характеризующая число траекторий, проходящих через нормальную единичную поверхность за единицу времени, $d\Omega$ – телесный угол с вершиной в центре рассеивающего небесного тела, в который попадают соответствующие траектории после рассеивания, V_∞ – модуль вектора асимптотической скорости, φ – угол рассеивания между исходным и повернутым векторами асимптотической скорости. Так как для эксцентриситета e_{hyp} и полуоси a_{hyp} пролетной гипер-

[1] *Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук, Москва, Россия*
**E-mail: golubev@keldysh.ru*
***E-mail: alexgrush@rambler.ru*
****E-mail: korianov@keldysh.ru*
*****E-mail: tag@kiam1.rssi.ru*
******E-mail: den@kiam1.rssi.ru*

болы справедливы соотношения: $\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{1}{e_{\text{hyp}}}$, $a_{\text{hyp}} = \frac{\mu_p^2}{V_\infty^4}$ [3], то (1) можно записать в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = -\frac{e_{\text{hyp}}^4}{4}a_{\text{hyp}}^2. \qquad (2)$$

Полученное в [3] выражение (1) есть обобщение формулы Резерфорда [4–6] на случай гравитационного рассеивания. Воспользовавшись тем, что эксцентриситет e_{hyp} связан с прицельной дальностью b равенством $e_{\text{hyp}}^2 = 1 + \frac{b^2}{a_{\text{hyp}}^2}$ [7], получим формулу

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = -\frac{1}{4}\frac{V_\infty^4}{\mu_p^2}\left(b^2 + \frac{\mu_p^2}{V_\infty^4}\right)^2. \qquad (3)$$

Она выражает зависимость от начальной прицельной дальности b вероятности объемного распределения рассеянных траекторий КА и показывает, что число рассеянных виртуальных траекторий КА резко убывает согласно биквадратической зависимости от прицельной дальности.

В традиционной постановке пучкового баллистического проектирования на левом конце (до проведения гравитационного маневра) формируется трубка равномерно распределенных виртуальных траекторий КА. Таким образом, ситуация оказывается аналогичной опытам Резерфорда по атомному рассеиванию. В дальнейшем производится протяжка трубки через гравитационный маневр с помощью численного интегрирования согласно точным эфемеридам. Производится селекция полученных траекторий. Для дальнейшего моделирования оставляются только те траектории, которые при дальнейшей протяжке “дуплетом” попадают во вторичную целевую планету.

Ценность найденного набора таких траекторий состоит в их построении с использованием реальных эфемерид, и поэтому они не требуют решения каскада не всегда хорошо сходящихся итерационных процедур в задаче Ламберта. В свою очередь, каждая из новых траекторий может использоваться в качестве опорной оси для создания нового пучка с локализацией и углубленной детализацией [1, 3].

Для успешного нахождения цепочки гравитационных маневров алгоритм поиска сценариев должен обеспечить наличие после гравитационного маневра хоть какой-нибудь виртуальной траектории, попадающей в окрестность новой целевой планеты. Поэтому определяющую роль в ее обнаружении приобретает плотность множества виртуальных траекторий КА на выходе из сферы действия планеты. Достаточно большая плотность повышает вероятность близкого пролета хотя бы одной траектории вблизи намеченной планеты. При анализе достаточного числа траекторий виртуальной трубки, направленной к некоторой планете, целесообразно учитывать минимальное число ее виртуальных сфер действия в покрытии ее орбиты. Таблицы соответствующих характеристик для основных планет и спутников Солнечной системы представлены в [3].

Ситуация с первичным обнаружением целевой планеты на множестве траекторий после выполнения гравитационного маневра осложняется его пространственной неравномерностью, которая соответствует формуле (1). Многим исследователям-баллистикам знакома проблема неустойчивости, возникающая при эксплуатации итерационных процедур в процессе моделирования цепочек гравитационных маневров. В первую очередь, речь идет о сходимости метода Ньютона (и его модификаций) при вычислении действительных эфемеридных траекторий КА по прообразу найденного решения задачи Ламберта [1, 2]. Одна из причин кроется в гиперболическом расхождении соседних виртуальных траекторий КА, полученных в результате гравитационного маневра. При численном моделировании возникает существенный промах пробной эфемеридной траектории КА мимо планеты-мишени. Использование пучков траекторий повышает вероятность встречи с планетой хотя бы одной из них. При этом, однако, все равно требуется достаточная плотность рассеянного пучка, не позволяющая проскочить планете-мишени сквозь ячейку пучка незамеченной. Зачастую это требует рассмотрения миллионов виртуальных вариантов [1, 3].

Аналитический закон гравитационного рассеивания (3) является ключом для эффективного управления распределением виртуальных траекторий в их трубке до осуществления гравитационного маневра. Действительно, при равномерном распределении виртуальных траекторий трубки наиболее эффективные орбиты КА, в смысле воздействия на них гравитационного маневра, близко проходят над планетой. Однако после гравитационного маневра такие траектории сильно расходятся [3]. Вероятность проскока фронта рассеянных траекторий мимо планеты-мишени будет велика. Однако при изменении закона распределения плотности начальных виртуальных траекторий в пучке, т.е. при уходе от равномерной плотности, ситуация может кардинально поменяться [3]. Вместо равномерного распределения траекторий $n = n_0 = \text{const}$ следует генерировать начальную трубку виртуальных траекторий с неоднородным, концентрическим распределением $\tilde{n}$ по закону

$$\tilde{n}(b) = \frac{n_0}{\left(b^2 + \frac{\mu_p^2}{V_\infty^4}\right)^2}. \quad (4)$$

Тогда

$$dN = \tilde{n}(b) d\sigma = -\frac{n_0}{\left(b^2 + \frac{\mu_p^2}{V_\infty^4}\right)^2} d\sigma, \quad (5)$$

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{\tilde{n}(b) d\sigma}{d\Omega} = -\frac{n_0}{4}\frac{V_\infty^4}{\mu_p^2}\frac{\left(b^2 + \frac{\mu_p^2}{V_\infty^4}\right)^2}{\left(b^2 + \frac{\mu_p^2}{V_\infty^4}\right)^2} = -\frac{n_0}{4}\frac{V_\infty^4}{\mu_p^2}. \quad (6)$$

При предлагаемом методе баллистического проектирования постановка вычислительного эксперимента и само моделирование происходит в направлении, обратном опыту Резерфорда по анализу рассеивания заряженных частиц. Если плотность пучка траекторий до гравитационного маневра сформировать в соответствии с (6), то после него будет получен равномерно рассеянный достаточно плотный пучок виртуальных траекторий КА [3], ориентированный в направлении точки встречи с очередной планетой-мишенью. В итоге существенно повышается вероятность захвата сферой действия планеты-мишени хотя бы одного виртуального пробного объекта. За счет этого оказывается возможным значительно уменьшить необходимое число моделируемых вариантов для построения требуемой последовательности гравитационных маневров.

В результате существенно повышается эффективность рекуррентной процедуры поиска баллистических сценариев межпланетных перелетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г.* Гравитационные маневры космического аппарата в системе Юпитера // Известия РАН. Теория и системы управления. 2014. № 3. С. 149.
2. *Labunsky A.V., Papkov O.V., Sukhanov K.G.* Multiple Gravity Assist Interplanetary Trajectories. ESI Book Series. L.: Gordon and Breach, 1998.
3. *Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А.* Обобщенная формула Резерфорда и оптимизация пучкового моделирования гравитационных маневров в Солнечной системе. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2021. № 6.
4. *Коткин Г.Л., Сербо В.Г., Черных А.И.* Лекции по аналитической механике: учеб. пос. Изд. 2-е, испр. М.–Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”; Институт компьютерных исследований, 2017. 236 с. ISBN 978-5-4344-0427-3.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика. Т. 1. Теоретическая физика. Изд. 4-е, исправ. М.: Наука, 1988. 215 с. ISBN 5-02-013850-9.
6. *Rutherford E.* The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom // Philos. Mag. 1909. V. 6. P. 21.
7. *Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г.* Основы механики космического полета. М.: Наука, 1990. 448 с. ISBN 5-02-014090-2.

RUTHERFORD’S GENERALIZED FORMULA FOR THE SYNTHESIS OF GRAVITY ASSISTS CHAINS

Yu. F. Golubev[a], A. V. Grushevskii[a], V. V. Koryanov[a], A. G. Tuchin[a], and D. A. Tuchin[a]

[a] *Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

Presented by Academician of the RAS A.M. Lipanov

Rutherford’s formula for the scattering of charged of charged α-particles in the Coulomb field can be easily generalized to the case of gravitational scattering. One of the types of the gravitational scattering in the Solar system is the gravity assist maneuvers. In this paper, an effective gravitational scattering cross-section is introduced by analogy for them and the generalized Rutherford formula for gravitational scattering is presented out when performing gravity assists. It is shown that with its using, it is possible to significantly increase the efficiency of the recurrent procedure for the searching for ballistic scenarios of interplanetary flights.

Keywords: gravitational scattering, extended Rutherford’s formula, gravity assist maneuver, chains of gravity assists