ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. ФИЗИКА, ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ, 2022, том 502, с. 19–23

ФИЗИКА

УДК 534.2

СКАЛЯРНО-ВЕКТОРНАЯ И ФАЗОВАЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПРОИЗВОЛЬНОЙ РЕГУЛЯРНО-НЕОДНОРОДНОЙ ЖИДКОЙ СРЕДЕ

© 2022 г. В. П. Дзюба[1,*], член-корреспондент РАН Р. В. Ромашко[1,2,**], академик РАН Ю. Н. Кульчин[1,2,***]

Поступило 29.11.2021 г.
После доработки 29.11.2021 г.
Принято к публикации 06.12.2021 г.

В работе, используя предложенное авторами волновое уравнение для вектора колебательной скорости частиц и известное уравнение для акустического давления в неоднородной неподвижной среде, исследуется влияние параметров среды на векторно-фазовые свойства акустического поля. Впервые найдены аналитические выражения для фаз и модулей векторов комплексной интенсивности и плотности потока акустической энергии (вектора акустической интенсивности), колебательной скорости, давления, плотности энергии, которые связывают их с плотностью среды и скорость звука. Предлагаемый подход позволяет аналитически проанализировать влияние как неоднородностей плотности среды, так и неоднородности скорости звука в среде с их произвольными зависимостями от координат на параметры акустического поля. Это, в свою очередь, открывает перспективы решения обратной задачи по определению пространственного распределения плотности среды и скорости звука по измеренным значениям акустического давления и вектора колебательной скорости.

Ключевые слова: вектор колебательной скорости, вектор акустической интенсивности, неоднородная среда, фаза, волновые числа

DOI: 10.31857/S2686740022010060

Существует несколько подходов к теоретическому анализу векторно-фазовой и энергетической структуры акустического поля. Так, в рамках одного из них используется связь между акустическим давлением $P_a(\mathbf{r},t)$ и вектором колебательной скорости частицы $\mathbf{V}(\mathbf{r},t)$, в другом – связь уравнения неразрывности и уравнения состояния неоднородной среды, третий базируется на динамических уравнениях движения элементарных объемов или частиц неоднородной среды [1, 2, 5–9]. При этом, как правило, используются упрощенные модели окружающей среды или численные методы, что значительно снижает общность анализа, например, [8–14]. Неотъемлемой частью анализа также является уравнение переноса акустической энергии [3, 15]. Оно позволяет описать энергетическую структуру акустического поля, но не позволяет моделировать поля акустического давления и вектора колебательной скорости. Эффективность численных методов сильно зависит от модели среды и постановки задачи и требует больших вычислительных ресурсов [16–19]. В этой связи перспективным, на наш взгляд, является направление анализа, основанное на использовании двух волновых уравнений в неоднородной среде: уравнения для акустического давления и уравнения для вектора колебательной скорости частиц среды. Этот подход с использованием метода последовательных приближений позволяет решать задачу связи векторно-фазовых и энергетических характеристик акустического поля с плотностью среды и скоростью звука при их произвольной зависимостью от координат.

Волновое уравнение акустического давления в стационарной, неподвижной и неоднородной среде с источником поля с плотностью объемных сил $\mathbf{f}(\mathbf{r},t)$ хорошо известно:

$$\frac{1}{c^2(\mathbf{r})}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P_a(\mathbf{r},t) - \nabla^2 P_a(\mathbf{r},t) + \left[\nabla P_a(\mathbf{r},t) + \mathbf{f}(\mathbf{r},t)\right]\nabla \ln\rho_0(\mathbf{r}) = \nabla\cdot\mathbf{f}(\mathbf{r},t), \quad (1)$$

[1] *Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук, Владивосток, Россия*
[2] *Дальневосточный федеральный университет, Владивосток, Россия*
**E-mail: vdzyuba@iacp.dvo.ru*
***E-mail: romashko@iacp.dvo.ru*
****E-mail: kulchin@iacp.dvo.ru*

где $\rho_0(\mathbf{r})$ – плотность невозмущенной акустическим полем среды и $c(\mathbf{r})$ – скорость звука в ней. Уравнение (1) выводится путем исключения вектора $\mathbf{V}(\mathbf{r},t)$ из линеаризованных уравнений Эйлера, непрерывности и состояния среды. Если исключить акустическое давление из этих уравнений, то мы придем к уравнению для вектора колебательной скорости частиц акустического поля в неоднородной, стационарной и неподвижной среде с источником излучения:

$$\frac{1}{c^2(\mathbf{r})}\frac{\partial^2\mathbf{V}(\mathbf{r},t)}{\partial t^2}-\boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{V}(\mathbf{r},t)-$$
$$-\boldsymbol{\nabla}\ln[\rho_0(\mathbf{r})c^2(\mathbf{r})]\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{V}(\mathbf{r},t)-\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{V}(\mathbf{r},t)=$$
$$=-\frac{1}{\rho_0(\mathbf{r})c^2(\mathbf{r})}\frac{\partial\mathbf{f}(\mathbf{r},t)}{\partial t}. \quad (2)$$

Уравнение (2) в области вне источника преобразуется к виду

$$\frac{1}{c^2(\mathbf{r})}\frac{\partial^2\mathbf{V}(\mathbf{r},t)}{\partial t^2}-\boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{V}(\mathbf{r},t)-$$
$$-\boldsymbol{\nabla}\ln[\rho_0(\mathbf{r})c^2(\mathbf{r})]\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{V}(\mathbf{r},t)+ \quad (3)$$
$$+\boldsymbol{\nabla}\times[\boldsymbol{\nabla}\ln\rho_0(\mathbf{r})]\times\mathbf{V}(\mathbf{r},t)=0.$$

Вихревой член в уравнении (3) $\boldsymbol{\nabla}\times[\boldsymbol{\nabla}\ln\rho_0(\mathbf{r})]\times\mathbf{V}(\mathbf{r},t)$ пропорционален градиенту логарифма невозмущенной плотности среды. Поэтому в области среды, где

$$\left|\frac{\boldsymbol{\nabla}\ln\rho_0(\mathbf{r})}{\boldsymbol{\nabla}\ln[\rho_0(\mathbf{r})c^2(\mathbf{r})]}\right|\ll 1,$$

вихревым членом можно пренебречь, а акустическое поле может рассматриваться как имеющее слабовихревой характер. Примером такой среды может быть океанические воды вдали от поверхности и дна океана, где локальный градиент скорости звука определяется не столько изменением плотности воды, сколько соленостью и температурой [12]. На границе раздела сред градиент относительной плотности среды может быть большим. В этих областях поле вектора скорости частицы и интенсивность звука могут уже иметь значительную вращательную (вихревую) составляющую.

Если четвертый член в уравнении (3) приравнять к нулю, то можно найти решения уравнения (1) и уравнения (3), которые, в свою очередь, позволяют найти аналитические выражения, связывающие фазы и модули вектора комплексной интенсивности и вектора скорости частиц, давления, плотности акустической энергии с плотностью среды и скоростью звука в ней. Для этого введем скалярную $\psi(\mathbf{r},t)$ и векторную $\mathbf{U}(\mathbf{r},t)$ функции и представим через них акустическое давление $P_a(\mathbf{r},t)$ и вектор колебательной скорости частицы $\mathbf{V}(\mathbf{r},t)$ следующим образом:

$$P_a(\mathbf{r},t)=\sqrt{\frac{Z_p(\mathbf{r})}{Z_p^0}}\psi(\mathbf{r},t);\ \mathbf{V}(\mathbf{r},t)=\sqrt{\frac{Z_v(\mathbf{r})}{Z_v^0}}\mathbf{U}(\mathbf{r},t). \quad (4)$$

Используя подстановки (4), перепишем уравнения (1) и (3) в следующем виде:

$$\frac{1}{c^2(\mathbf{r})}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi(\mathbf{r},t)-\nabla^2\psi(\mathbf{r},t)+$$
$$+\left[\frac{3\boldsymbol{\nabla}Z_p(\mathbf{r})\boldsymbol{\nabla}Z_p(\mathbf{r})}{4Z_p^2(\mathbf{r})}-\frac{\nabla^2 Z_p}{2Z_p}\right]=0, \quad (5)$$

$$\frac{1}{c^2(\mathbf{r})}\frac{\partial^2\mathbf{U}(\mathbf{r},t)}{\partial t^2}-\boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{U}(\mathbf{r},t)+$$
$$+\left[\frac{3\boldsymbol{\nabla}Z_\mathbf{V}(\mathbf{r})\boldsymbol{\nabla}Z_\mathbf{V}(\mathbf{r})}{4Z_\mathbf{V}^2(\mathbf{r})}-\frac{\boldsymbol{\nabla}^2 Z_\mathbf{V}}{2Z_\mathbf{V}}\right]\mathbf{U}(\mathbf{r},t)=0, \quad (6)$$

где $Z_p(\mathbf{r})=\rho_0(\mathbf{r})$, $Z_\mathbf{V}(\mathbf{r})=\dfrac{1}{\rho_0(\mathbf{r})c^2(\mathbf{r})}$, а Z_p^0 и $Z_\mathbf{V}^0$ – значения функций $Z_p(\mathbf{r})$ и $Z_\mathbf{V}(\mathbf{r})$ в некоторой точке $\mathbf{r}_0$. С помощью преобразования Фурье уравнений (5) и (6) получаем следующие уравнения для спектральных составлявших функций $\psi(\mathbf{r},\omega)$ и $\mathbf{U}(\mathbf{r},\omega)$:

$$\boldsymbol{\nabla}^2\psi(\mathbf{r},\omega)+k_\psi^2(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r},\omega)=0,(7) \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{U}(\mathbf{r},\omega)+k_\mathbf{U}^2(\mathbf{r})\mathbf{U}(\mathbf{r},\omega)=0, \quad (8)$$

где

$$k_\mathbf{U}^2(\mathbf{r})=\frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{r})}+\frac{5}{4}\left[\frac{\boldsymbol{\nabla}\rho_0(\mathbf{r})}{\rho_0(\mathbf{r})}\right]^2+\frac{\boldsymbol{\nabla}\rho_0(\mathbf{r})\boldsymbol{\nabla}c(\mathbf{r})}{\rho_0(\mathbf{r})c(\mathbf{r})}+$$
$$+3\left[\frac{\boldsymbol{\nabla}c(\mathbf{r})}{c(\mathbf{r})}\right]^2-\frac{\boldsymbol{\nabla}^2\rho_0(\mathbf{r})}{\rho_0(\mathbf{r})}-2\frac{\nabla^2 c(\mathbf{r})}{c(\mathbf{r})};$$

$$k_\psi^2(\mathbf{r})=\frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{r})}-\frac{3}{4}\left[\frac{\boldsymbol{\nabla}\rho_0(\mathbf{r})}{\rho_0(\mathbf{r})}\right]^2+\frac{\boldsymbol{\nabla}^2\rho_0(\mathbf{r})}{2\rho_0(\mathbf{r})}.$$

Из выражений для $k_\mathbf{U}^2(\mathbf{r})$ и $k_\psi^2(\mathbf{r})$ видно, что реакция полей $\mathbf{V}(\mathbf{r},t)$ и $P_a(\mathbf{r},t)$ на градиент плотности среды и градиент скорости звука различна. Это приводит к образованию разности фаз акустического давления $\Phi_p(\mathbf{r},t)$ и колебательной скорости $\Phi_\mathbf{V}(\mathbf{r},t)$ при распространении акустической волны в неоднородной среде. Представим акустическое давление и вектор колебательной скорости как

$$P_a(\mathbf{r},t)=P_0(\mathbf{r})\exp i[\omega t-\Phi_p(\mathbf{r})],$$
$$\mathbf{V}(\mathbf{r},t)=\mathbf{V}_0(\mathbf{r})\exp i[\omega t-\Phi_\mathbf{V}(\mathbf{r})].$$

Тогда средний по времени вектор комплексной интенсивности акустического гармонического поля будет равен

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = P_a(\mathbf{r},\omega)\,\mathbf{V}^*(\mathbf{r},\omega) = \\ = \mathbf{J}_0(\mathbf{r})\exp i\left[\Phi_p(\mathbf{r}) - \Phi_{\mathbf{V}}(\mathbf{r})\right], \tag{9}$$

где $\mathbf{V}^*(\mathbf{r},\omega)$ – вектор, комплексно сопряженный $\mathbf{V}(\mathbf{r},\omega)$. В среде без диссипации звуковой энергии $\Phi_p(\mathbf{r})$ и $\Phi_{\mathbf{V}}(\mathbf{r})$ соответственно равны фазам $\psi(\mathbf{r},\omega)$ и $\mathbf{U}(\mathbf{r},\omega)$. Волновые числа $k_{\mathbf{U}}^2(\mathbf{r})$ и $k_\psi^2(\mathbf{r})$ можно полагать равными волновым числам волнам акустического давления $k_p(\mathbf{r})$ и колебательной скорости $k_{\mathbf{V}}(\mathbf{r})$ при выполнении неравенств

$$\left|\frac{\nabla^2\psi_0(\mathbf{r})}{\psi_0(\mathbf{r})}\right| \ll \left|k_\psi^2(\mathbf{r}) - \left[\nabla\Phi_p(\mathbf{r})\right]^2\right|,$$

$$\left|\frac{\nabla^2\mathbf{U}_0(\mathbf{r})}{\mathbf{U}_0(\mathbf{r})}\right| \ll \left|k_{\mathbf{U}}^2(\mathbf{r}) - \left[\nabla\Phi_{\mathbf{V}}(\mathbf{r})\right]^2\right|.$$

В такой среде, используя скалярную $G(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)$ и тензорную $\mathbf{G}_{ij}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)$ функции Грина, решения уравнений (7) и (8) можно найти методом последовательных приближений. Представим их в виде

$$\nabla^2\psi(\mathbf{r},\omega) + k_0^2\psi(\mathbf{r},\omega) = k_{1p}^2(\mathbf{r})\,\psi(\mathbf{r},\omega), \tag{10}$$

$$\nabla^2\mathbf{U}(\mathbf{r},\omega) + k_0^2\mathbf{U}(\mathbf{r},\omega) = k_{1\mathbf{V}}^2(\mathbf{r})\,\mathbf{U}(\mathbf{r},\omega), \tag{11}$$

где $k_0 = \dfrac{\omega}{c(\mathbf{r}_0)}$, $k_{1p}^2 = k_0^2 - k_p^2(\mathbf{r})$, $k_{1\mathbf{V}}^2(\mathbf{r}) = k_0^2 - k_{\mathbf{V}}^2(\mathbf{r})$.

Запишем эти уравнения в интегральном виде

$$\psi(\mathbf{r},\omega) = \\ = \psi_0(\mathbf{r},\omega) + \iiint\limits_\Omega G(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)k_{1p}^2(\mathbf{r}_1)\,\psi(\mathbf{r}_1,\omega)\,d\mathbf{r}_1, \tag{12}$$

$$\mathbf{U}_i(\mathbf{r},\omega) = \\ = \mathbf{U}_{0i}(\mathbf{r},\omega) + \iiint\limits_\Omega G_{ii}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1)k_{1\mathbf{V}}^2(\mathbf{r}_1)\,\mathbf{U}_i(\mathbf{r},\omega)\,d\mathbf{r}_1, \tag{13}$$

где $\mathbf{U}_i(\mathbf{r},\omega)$ – i-я компонента вектора $\mathbf{U}(\mathbf{r},\omega)$; $\psi_0(\mathbf{r},\omega)$ и $\mathbf{U}_{0i}(\mathbf{r},\omega)$ – решения однородных уравнений (10) и (11). Выбирая $\psi_0(\mathbf{r},\omega)$ и $\mathbf{U}_{0i}(\mathbf{r},\omega)$ в качестве нулевого приближения и подставляя их в уравнения (12) и (13) после интегрирования по области, занимаемой полем, получим первое приближение, учитывающее однократное рассеяние и переизлучение первичного поля в неоднородной среде. Используя это приближение вместо нулевого, можно получить второе приближение. Аналогичным образом могут быть получены более точные решения, учитывающие многократное рассеяние и переизлучение поля на неоднородностях среды.

В качестве примера рассмотрим задачу распространения плоской акустической волны вдоль оси OX. В приближении отсутствия бокового рассеяния задачу можно считать одномерной. Пусть волна проходит через точку x_0. Выберем $\psi_0(x,\omega)$ и $U_{0x}(x,\omega)$ в виде плоских волн, также распространяющихся вдоль оси OX. Модули этих плоских волн положим равными модулям акустического давления $P_0(\omega)$ и колебательной скорости $V_0(\omega)$ в точке x_0. Скалярная функция Грина G и компонента тензора Грина G_{xx} будут равны

$$G(x-x_1) = G_{xx}(x-x_1) = \frac{1}{2ik_0}\exp[ik_0|x-x_1|].$$

С учетом этого в первом приближении находим

$$\psi(x,\omega) = P_0(\omega)\exp ik_0x + \psi_1(x,\omega) + \psi_2(x,\omega), \tag{14}$$

где

$$\psi_1(x,\omega) = \int\limits_{x_0}^{x} k_{1p}^2(x_1)\frac{P_0(\omega)}{2ik_0}\exp(ik_0x)dx_1;$$

$$\psi_2(x,\omega) = \int\limits_{x}^{\infty} k_{1p}^2(x_1)\frac{P_0(\omega)}{2ik_0}\exp(-ik_0x + 2ik_0x_1)\,dx_1,$$

$$\mathbf{U}_x(x,\omega) = \\ = \mathbf{V}_0(\omega)\exp(ik_0x) + \mathbf{U}_1(x,\omega) + \mathbf{U}_2(x,\omega), \tag{15}$$

где

$$\mathbf{U_1}(x,\omega) = \int\limits_{x_0}^{x} k_{1\mathbf{V}}^2(x_1)\frac{\mathbf{V}_0(\omega)}{2ik_0}\exp(\mathrm{i}k_0x)\,dx_1;$$

$$\mathbf{U_2}(x,\omega) = \int\limits_{x}^{\infty} k_{1\mathbf{V}}^2(x_1)\frac{\mathbf{V}_0(\omega)}{2ik_0}\exp(-ik_0x + 2ik_0x_1)\,dx_1.$$

Отсюда с учетом (14) и (15) найдем $\mathbf{J}_x(x,\omega)$-компоненту вектора комплексной интенсивности вдоль оси X:

$$\mathbf{J}_x(x,\omega) = \sqrt{\frac{Z_p(x)Z_V(x)}{Z_p^0 Z_\mathbf{V}^0}}\big(P_0(\omega)\mathbf{V}_0^*(\omega) + P_0(\omega)\mathbf{U_1^*}(x,\omega) + \\ + \psi_1(x,\omega)\mathbf{V}_0^*(\omega) + \psi_1(x,\omega)\mathbf{U_1^*}(x,\omega) + \\ + \psi_1(x,\omega)\mathbf{U_2^*}(x,\omega) + \\ + \psi_2(x,\omega)\mathbf{V}_0^*(\omega) + \psi_2(x,\omega)\mathbf{U_1^*}(x,\omega) + \\ + \psi_2(x,\omega)\mathbf{U_2^*}(x,\omega)\big). \tag{16}$$

В выражении (16) первый член описывает комплексный вектор интенсивности первичного излучения, пятый член соответствует распространяющемуся вперед вторичному излучению, а девятый член соответствует рассеянному назад излучению. Остальные члены описывают взаимную энергию первичного и рассеянного излучения. Если регистрируемое акустическое излучение приходит только из области $x_1 < x$, то $\mathbf{J}_x(x, \omega)$ примет следующий вид:

$$\mathbf{J}_x(x,\omega) = P_0(\omega)\mathbf{V}_0(\omega)\left[1 + \frac{i}{2k_0}(\alpha_V - \alpha_p) + \frac{\alpha_V\alpha_p}{4k_0^2}\right],$$

где $\alpha_p = \int_{x_0}^{x} k_{1p}^2(x_1)\,dx_1$ и $\alpha_V = \int_{x_0}^{x} k_{1V}^2(x_1)\,dx_1$. Отсюда модуль и фаза вектора интенсивности будут, соответственно, равны

$$|\mathbf{J}_x(x, y_0, z_0, \omega)| = \frac{c(x_0, y_0, z_0)P_0(\omega)|\mathbf{V}_0(\omega)|}{4k_0^2 c(x, y_0, z_0)}\sqrt{(4k_0^2 + \alpha_p^2)(4k_0^2 + \alpha_V^2)},$$

$$\Phi(x) = \operatorname{arctg}\frac{2k_0(\alpha_p - \alpha_V)}{4k_0^2 + \alpha_p\alpha_V}.$$

Тогда вектор интенсивности (вектор плотности потока акустической энергии) будет равен

$$\mathbf{I}_x(x, y_0, z_0, \omega) = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\mathbf{J}_x(x, y_0, z_0, \omega) = \frac{c(x_0, y_0, z_0)P_0(\omega)\mathbf{V}_0(\omega)}{2c(x, y_0, z_0)}\left(1 + \frac{\alpha_p\alpha_V}{4k_0^2}\right),$$

а средняя по времени плотность энергии поля

$$\varepsilon(x,\omega) = \frac{P_0^2(\omega)}{\rho_0(x)c^2(x)}\left(1 + \frac{\alpha_p\alpha_V}{4k_0^2}\right).$$

Следует отметить, что приведенный пример относится к средам, в которых градиент плотности среды меньше градиента скорости звука.

Таким образом, предлагаемый подход позволяет аналитически проанализировать влияние как неоднородностей плотности среды, так и неоднородности скорости звука в среде с их произвольными зависимостями от координат на параметры акустического поля. Это, в свою очередь, открывает перспективы решения обратной задачи по определению пространственного (вдоль направления распространения акустической волны) распределения плотности среды и скорости звука по измеренным с помощью векторно-фазовых акустических приемников [20] значениям акустического давления и вектора колебательной скорости. В качестве вывода также следует отметить, что в неоднородной среде завихренность полей вектора скорости частицы и вектора акустической интенсивности, а следовательно, и линий тока акустической энергии определяется градиентом плотности среды. Это необходимо учитывать при моделировании распространения акустической энергии в неоднородных средах, особенно в средах с жесткими границами.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены при поддержке Российского научного фонда (проект 19-12-00323).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gordienko V.A.* Vector-phase methods in acoustics. Moscow: Fizmatlit; 2007. 480 p. ISBN978-5-92210864
2. *Fahy F. J.* Sound Intensity. 2nd ed. L.: Elsevier, 1989.
3. *Dzyuba V.P.* Scalar-vector methods of theoretical acoustics. Vladivostok: Dalnauka; 2006. 192 p. ISBN 5-8044-0559-4.
4. *Dall'Osto D.R.* Using vector sensors to measure the complex acoustic intensity field // JASA. 2015. V. 138. P. 1767. https://doi.org/10.1121/1.4933587
5. *Morse P.N., Ingard K.U.* Theoretical Acoustics. N.Y.: McGraw-Hill, 1968.
6. *Brekhovskikh L.* Waves in Layered Media. Elsevier, 2012.
7. *Skelton E.A.* Acoustics of anisotropic planar layered media // J. Sound and Vibration. 1992. V. 152. P. 157–174. https://doi.org/10.1016/0022-460X(92)90072-6
8. *Fichtner A.* Review of viscoelastic waves and rays in layered media // Seismological Research Letters. 2021. V. 92. P. 3899–3900. https://doi.org/10.1785/0220210230
9. *Olny X., Boutin C.* Acoustic wave propagation in double porosity media // JASA. 2003. V. 114. P. 73–89. https://doi.org/10.1121/1.1534607
10. *Hau J.N., Müller B.* Acoustic wave propagation in a temporal evolving shear-layer for low-Mach number perturbations // Physics of Fluids. 2018. V. 30 (1). P. 016105. https://doi.org/10.1063/1.4999044
11. *Friedland L., Marcus G., Wurtele J.S., Michel P.* Excitation and control of large amplitude standing ion acoustic waves // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. P. 092109. https://doi.org/10.1063/1.5122300
12. *Kalkofen W., Rossi P., Bodo G., Massaglia S.* Acoustic waves in a stratified atmosphere IV. Three-dimensional nonlinear hydrodynamics // Astronomy and astrophysics. 2010. V. 520. P. A100.1–A100.6. https://doi.org/10.1051/0004-6361/200912996
13. *Petersson N.A., Sjögreen B.* High order accurate finite difference modeling of seismo-acoustic wave propagation in a moving atmosphere and a heterogeneous earth model coupled across a realistic topography // J. Sci. Comput. 2018. V. 74. P. 290–323. https://doi.org/10.1007/s10915-017-0434-7
14. *Ulmschneider P., Kalkofen W.* Acoustic waves in the solar atmosphere. III. A theoretical tem- perature minimum // Astronomy and Astrophysics. 1977. V. 57. P. 199–209.
15. *Ishimaru A.* Wave Propagation and Scattering in Random Media. N.Y.: Academic, 1978.

16. *Mishra S., Schwab Ch., Šukys J.* Multi-level Monte Carlo finite volume methods for uncertainty quantification of acoustic wave propagation in random heterogeneous layered medium // J. Computational Physic. 2016. V. 31. № 2. P. 192–217. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2016.02.014
17. *Hamzehpour H., Asgari M., Sahimi M.* Acoustic wave propagation in heterogeneous two-dimensional fractured porous media // Phys. Rev. E. 2016. V. 93. P. 063305. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.063305
18. *Hargreaves J.A., Lam Y.W.* The wave-matching boundary integral equation – An energy approach to Galerkin BEM for acoustic wave propagation problems // Wave Motion. 2019. V. 87. P. 4–36. https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2018.07.003
19. *Perras E., Zhang Chuanzeng.* Analysis of acoustic wave propagation in composite laminates via aspectral element method // PAMM – Proc. Appl. Math. Mech. 2019. V. 19. art. e201900282. https://doi.org/10.1002/pamm.201900282
20. *Ромашко Р.В., Кульчин Ю.Н., Стороженко Д.В., Безрук М.Н., Дзюба В.П.* Лазерная адаптивная векторно-фазовая гидроакустическая измерительная система // Квантовая электроника. 2021. Т. 51(3). С. 265–271.

SCALAR-VECTOR AND PHASE CHARACTERISTICS OF AN ACOUSTIC FIELD IN AN ARBITRARY REGULAR-INHOMOGENEOUS LIQUID MEDIA

V. P. Dzyuba[a], **Corresponding Member of the RAS R. V. Romashko**[a,b], **and Academician of the RAS Yu. N. Kulchin**[a,b]

[a] *Institute of Automation and Control Processes, Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russian Federation*

[b] *Far-Eastern Federal University, Vladivostok, Russian Federation*

In this work, by using the wave equations proposed by the authors for the vector of the vibrational velocity of particles and the well-known equation for acoustic pressure in an inhomogeneous stationary medium, the influence of the parameters of the medium on the vector-phase properties of the acoustic field is investigated. For the first time, the analytical equation are found for the phases and moduli of the vectors of complex intensity and acoustic energy flux density (acoustic intensity vector), vibrational velocity, pressure, energy density, which establish a relation between them and both medium density and speed of sound. The proposed approach allows an analytical analysis of the influence of inhomogeneous of medium density and speed of sound onto acoustic field parameters. In its turn this approach opens possibilities of solving reciprocal problem on finding spatial distribution of medium density and sound speed on the base of measured values of acoustic pressure and vibrational velocity.

Keywords: vector of vibrational velocity, vector of acoustic intensity, inhomogeneous media, phase, wave numbers