

УДК 614.841.332;69:614.8

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЗАЖИГАНИЯ НАКАЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

© 2022 г. А. А. Филиппов<sup>1,\*</sup>, академик РАН А. А. Берлин<sup>1,\*\*</sup>

Поступило 01.01.2022 г.

После доработки 01.01.2022 г.

Принято к публикации 28.01.2022 г.

В теории зажигания широко известным стал критерий, полученный Я.Б. Зельдовичем в 1939 г., позволивший приблизительно вычислять параметры некоторых процессов зажигания. В 1984 г. один из авторов (А.А. Филиппов), решая уравнение теплопроводности, при ряде допущений, получил критерий зажигания, точно описывающий данные эксперимента. В 2015 г. он получил этот критерий, используя теорию устойчивости, а позднее вывел его из уравнения теплового баланса. В этом сообщении, решая стационарное уравнение теплопроводности при предельных граничных условиях, были получены критерии Зельдовича и Филиппова, при этом первый относится к самовоспламенению, а второй к зажиганию горючего накаленной поверхностью. Критерий зажигания связывает в одно простое уравнение все параметры горючей системы: температуры среды и горячей поверхности; геометрию и размер горячего тела; условия теплоотвода и параметры химической реакции горючего. Используя критерий зажигания, можно моделировать и другие природные взрывные процессы.

*Ключевые слова:* теория и критерий зажигания, условие зажигания, взрывные процессы, точки перегиба и бифуркации

DOI: 10.31857/S2686740022020055

Зажигание, являющееся первым этапом горения, активно изучалось в XX в. на основе ряда математических теорий [1–12], но они позволяли лишь качественно оценивать параметры реального процесса зажигания, поэтому продолжались поиски новых математических решений [3–8]. В 1984 г. А.А. Филиппов [6], решая стационарное уравнение теплопроводности, при ряде допущений, получил критерий зажигания горючего газа горячим цилиндром (25), позволивший точно обрабатывать надежные экспериментальные данные. Однако он не был замечен, так как актуальная на то время теория зажигания [7] использовала критерий (28), полученный Зельдовичем [1, 2]. В 2015 г. Филиппов [8] вывел критерий (25) из уравнения теплопроводности, используя идею теории устойчивости – возникновение точки перегиба  $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = 0\right)$  в профиле температуры горючего у горячей поверхности цилиндра в момент за-

жигания, а позднее [9] он получил критерий (25) из уравнения теплового баланса.

В этой статье, как и в работах [1, 2, 6, 8, 9], под зажиганием мы понимаем достижение предельного стационарного профиля температуры в горючем, после которого даже бесконечно малое повышение температуры поверхности горячего тела приводит к тепловому взрыву. В работе обобщены результаты предыдущих исследований [6, 8, 9], а также, впервые, представлено решение стационарного уравнения теплопроводности при противоположных, предельных граничных условиях – очень малом и очень большом потоках тепла от горячего тела к горючему. В результате получены критерии (25) и (28), и, как оказалось, Я.Б. Зельдович вывел критерий самовоспламенения, а А.А. Филиппов – критерий зажигания горючего накаленным цилиндром.

Для проверки обоих критериев зажигания были использованы надежные данные эксперимента, представленные С. Кумагаи [10]. Опыты проводились в трубе, по которой двигался поток сити-газа (в основе метан) температурой  $T_0 = 298$  К. Поперек трубы, горизонтально, проходил цилиндрический провод, по которому протекал электрический ток, нагревавший его. В работе измеряли температуру поверхности цилиндра ( $T_s$ ) в момент зажигания горючего газа, в зависимости

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н.Н. Семенова Российской академии наук, Москва, Россия

\*E-mail: 7987961@mail.ru

\*\*E-mail: berlin@chph.ras.ru

от диаметра цилиндра ( $d$ ) и скорости потока газовой смеси ( $v$ ). Для объяснения результатов опытов [10] рассмотрим стационарное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах (1), предполагая наличие теплового потока у поверхности цилиндра и отсутствие выгорания:

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = -Qk \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (1)$$

$$T|_{r=r_s} = T_s \quad \text{и} \quad \lambda \cdot 2\pi r_s \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = -q, \quad (2)$$

где  $Q$ ,  $k$ ,  $E$  – теплота, предэкспоненциальный множитель и энергия активации химической реакции;  $\lambda$  – теплопроводность горячего около горячего тела;  $r_s$  – радиус цилиндра. Сделаем общепринятую замену переменных [1, 2, 7, 11]:

$$\theta = (T - T_s)E/RT_s^2, \quad \xi = r/\ell, \quad \xi_s = r_s/\ell, \quad (3)$$

где

$$\ell = \left[ \exp\left(\frac{E}{RT_s}\right) \cdot 2\lambda RT_s^2 / kQE \right]^{1/2} \quad (4)$$

есть характерный размер.

В новых переменных уравнение (1) и условия (2) примут вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = -2 \exp \theta, \quad (5)$$

$$P|_{\xi=\xi_s} = 0 \quad \text{и} \quad -\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi_s} = M. \quad (6)$$

Сделаем замену переменных [7]:

$$v = P + 2 \ln \xi / \xi_s, \quad \eta = \xi_s \ln \xi / \xi_s. \quad (7)$$

В новых переменных, используя правило дифференцирования  $\frac{\partial v}{\partial \eta} = \frac{dv}{d\xi} \frac{d\xi}{d\eta}$ , система уравнений (5), (6) примет вид

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} + 2 \exp v = 0, \quad (8)$$

$$v|_{\eta=0} = 0, \quad -\frac{\partial v}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = M + 2/\xi_s = P. \quad (9)$$

Решение уравнения (8), согласно [7], имеет вид

$$\exp v = \operatorname{ch}^2 C / \operatorname{ch}^2 (C - \eta \operatorname{ch} C), \quad (10)$$

где  $C$  – константа интегрирования,  $\operatorname{ch}$  – гиперболический косинус. Прологарифмируем, а затем продифференцируем выражение (10):

$$v = 2 \ln \operatorname{ch} C - 2 \ln \operatorname{ch} (C - \eta \operatorname{ch} C), \quad (11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \eta} = 2 \operatorname{ch} C \operatorname{th} (C - \eta \operatorname{ch} C). \quad (12)$$

Используя выражение  $\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}$ , (12), а также учитывая выражение (9), при  $\eta = 0$ , найдем константу интегрирования:

$$C = \operatorname{arsh}(P/2). \quad (13)$$

Используя выражение (13) и формулу  $\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$ , выражение (12) для теплоотода в холодную зону примет вид

$$-\frac{\partial v}{\partial \eta} \Big|_{\eta=\infty} = P(1 + 4/P^2)^{0.5}. \quad (14)$$

Тепловыделение химической реакции  $H_s$  равно разнице теплоотода (14) от зоны реакции и прихода в нее тепла (9) от горячего тела, а при  $P \gg 1$ :

$$H_s = -\frac{\partial v}{\partial \eta} \Big|_{\eta=\infty} + \frac{\partial v}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = P(1 + 4/P^2)^{0.5} - P = P[(1 + 4/P^2)^{0.5} - 1] \approx 2/P. \quad (15)$$

Получим тепловыделение химической реакции  $H_s$  (15), в размерном виде [7], с учетом коэффициентов (2):

$$H = P[(1 + 4/P^2)^{0.5} - 1] \pi \lambda d R T_s^2 / \ell E. \quad (16)$$

Вычислим то же самое тепловыделение химической реакции, полагая, что она проходит у поверхности цилиндра в зоне химической реакции шириной  $X$ :

$$H = -\lambda \cdot 2\pi(r_s + X) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_s+X} + \lambda \cdot 2\pi r_s \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = 2\pi r_s X Q k \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right). \quad (17)$$

В работах [8, 9] показано, что в момент зажигания профиль температуры в зоне реакции проходит точку перегиба, становясь практически прямым. То есть производные температуры по координате на разных границах зоны реакции приблизительно равны между собой и выражение (17) примет вид

$$H = -\lambda \cdot 2\pi X \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = 2\pi r_s X Q k \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right). \quad (18)$$

Вычислим безразмерную ширину зоны химической реакции  $X_s$  [4, 8]:

$$X_s \exp v \Big|_{\eta=0} = \int_0^\infty \exp v d\eta. \quad (19)$$

Используем выражение (10) и сделав замену переменных  $\mu = C - \eta \operatorname{ch} C$ , а также заметив, что  $\exp v|_{\eta=0} = 1$ , получим выражение (19) в новых переменных:

$$X_s = -\operatorname{ch} C \int_{-\infty}^c (1/\operatorname{ch}^2 \mu) d\mu. \quad (20)$$

Первообразной от функции  $1/\operatorname{ch}^2(\mu)$  является  $\operatorname{th}\mu$ , и с учетом  $\operatorname{th}(-\infty) = -1$ , выражение (20) примет вид

$$X_s = -\operatorname{ch}C(\operatorname{th}C - 1) = \operatorname{ch}C - \operatorname{sh}C.$$

Вставим значение  $C$  (13) и найдем

$$X_s = P[(1 + 4/P^2)^{0.5} - 1]/2.$$

В размерном виде получим

$$X_s = \ell P[(1 + 4/P^2)^{0.5} - 1]/2. \quad (21a)$$

а при  $P \gg 1$ :

$$X_s \approx \ell/P. \quad (21b)$$

Средний теплоотвод от цилиндра в потоке газа [13, 14]:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\alpha(T_s - T_0)/\lambda = -\operatorname{Nu}(T_s - T_0)/d, \quad (22)$$

где  $\alpha = \lambda \operatorname{Nu}/d$  – средний коэффициент теплопередачи,  $\operatorname{Nu}$  – число Нуссельта, выводимое из эмпирической кривой от значения числа Рейнольдса ( $\operatorname{Re} = vd/\varepsilon$ ), где  $\varepsilon$  – динамическая вязкость при температуре  $T_f = (T_s + T_0)/2$ . Локальный коэффициент теплопередачи  $\alpha_s(\varphi) = b(\varphi)\alpha$  в конкретной точке поверхности цилиндра зависит от угла ( $\varphi$ ), отсчитываемого от лобовой точки натекания потока, а в условиях эксперимента [10] достигает минимума в точке отрыва потока ( $\varphi \approx 100^\circ$ ), где  $b(\varphi) \approx 0.5$  [13, 14]. На фотографиях, данных в работе [10], видно, что очаг зажигания возникает именно в этом месте. Таким образом, теплоотвод от цилиндра в месте зажигания определяется выражением

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -b(\varphi)\operatorname{Nu}(T_s - T_0)/d \approx \operatorname{Nu}(T_s - T_0)/2d. \quad (23)$$

Тепловыделение химической реакции (18) в месте зажигания, используя выражения (21), (23) примет вид

$$H = b(\varphi)\pi\lambda\operatorname{Nu}(T_s - T_0)P[(1 + 4/P^2)^{0.5} - 1]\ell/d. \quad (24)$$

Приравняем выражения для тепловыделения химической реакции (16) и (24) и, вставив в тождество значение  $\ell$  (4), получим критерий зажигания:

$$2b(\varphi)\frac{\lambda\operatorname{Nu}}{d^2}(T_s - T_0) = Qk\exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right). \quad (25)$$

Критерий зажигания (25) вытекает из уравнения энергетического баланса (18), что не может быть волей случая – закон сохранения энергии “не играет в кости”. При возникновении в профиле температуры точки перегиба начинается перераспределение потока тепла от полного отвода в холодную зону к его бесконечно малому накоплению в зоне реакции. А так как тепловыделение химической реакции экспоненциально увеличивается с ростом

$$\text{температуры } \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{Qk}{c\rho}\right)\exp\left[\frac{E(T - T_s)}{RT_s^2}\right] \quad [11], \text{ то}$$

также экспоненциально накапливается и тепло в зоне реакции, в то время как отвод тепла из нее растет от температуры слабо (линейно). В результате включается положительная температурная обратная связь, накапливаемое тепло не успевает отводиться – происходит тепловой взрыв. Критерий зажигания у поверхности цилиндра можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = 0 \quad \text{и} \quad -\frac{\partial T}{\partial r} \gg 0. \quad (26)$$

При выводе критерия (25) выражение  $[P(1 + 4/P^2)^{0.5} - P/2]$  сократилось, т.е. он справедлив для любых  $P$ , что верно только для  $P \gg 1$ , так как при  $P \ll 1$  действует критерий самовоспламенения, вытекающий из выражений (9), (14):

$$\left.\frac{\partial v}{\partial \eta}\right|_{\eta=\infty} = -2, \quad \left.\frac{\partial v}{\partial \eta}\right|_{\eta=0} = 0. \quad (27)$$

В плоской геометрии ( $r \gg 1$ ), при  $M \ll 1$ , критерий (27) примет вид

$$\left.\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right|_{\xi=\infty} \approx -2, \quad \left.\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right|_{\xi_s} \approx 0. \quad (28)$$

Критерий (28) был получен Я.Б. Зельдовичем в статье [1], где он писал, что выражение для предельного потока тепла “будет правильным и при любом другом способе отвода тепла”. Это утверждение было принято научным сообществом, так как вывод условий (28) был верен. В результате выражение для предельного теплового потока на долгие годы легло в основание теории зажигания, которое в размерных координатах имеет вид [1, 7]:

$$q = \lambda_s dT/dx|_{x=\infty} = -\lambda_s \left(\left.\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right|_{\xi_s=\infty}\right) RT_s^2/E\ell q = \quad (29)$$

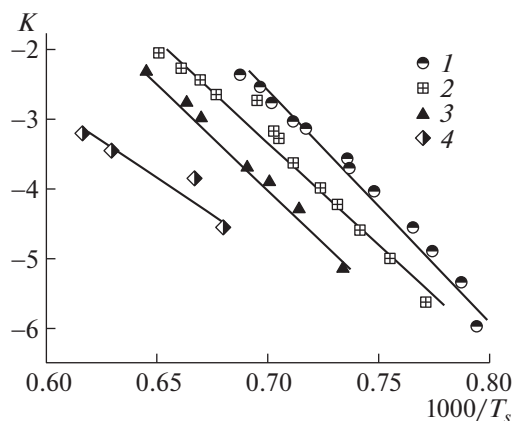
$$= [(2\lambda_s RT_s^2 kQ \times \exp(-E/RT_s)/E)]^{0.5}.$$

Воспользуемся этим утверждением Зельдовича и получим “критерий зажигания” потока горючей смеси накаливаемым цилиндром, вставив в условие (29) формулу (23) для отвода потока тепла от зоны химической реакции:

$$\lambda b \operatorname{Nu}(T_s - T_0)/d = \quad (30)$$

$$= [(2\lambda_s RT_s^2 kQ \times \exp(-E/RT_s)/E)]^{0.5}.$$

Оказалось, условие (30) укладывает данные таблицы на разные кривые (рис. 1), в то время как критерий (25) собирает их на одну прямую (рис. 2). Метод проведения вычислений по обработке экспериментальных данных [10] по формулам (30) и (25) подробно изложен в работе [9] (по ошибке было написано зажигание пропано-воздушной газовой смеси, вместо сити-газа).



**Рис. 1.** Обработка экспериментальных данных [10] по зажиганию сити-газа (на основе метана) горячим цилиндром, используя критерий (30). Опыты проводились при диаметрах цилиндров (мм): 1 – 1.4, 2 – 1, 3 – 0.7, 4 – 0.48.

Для понимания этих фактов рассмотрим экспериментальные данные [10]. Используя рис. 2, при  $b(\varphi) \approx 0.5$  найдем энергию активации химической реакции ( $E = 34$  ккал/моль) и значение  $kQ \approx 6 \times 10^7$  кал см<sup>3</sup> с<sup>-1</sup>. Вычисляем значения  $\ell$  (табл. 1), полагая теплопроводность горючей смеси равной теплопроводности воздуха  $2 \times 10^{-4}$  кал/см с град при температуре 1300 К и ее рост на 5%, с повышением температуры на каждые 100 градусов [15]. Найдем выражение  $P$  (9) в размерных координатах, используя  $\frac{\partial v}{\partial \xi} = \frac{dP}{dr} \frac{dr}{d\xi}$  и формулы (3), (23):

$$P = \ell[(Nu(T_s - T_0)E/RT_s^2 + 4)]/d.$$

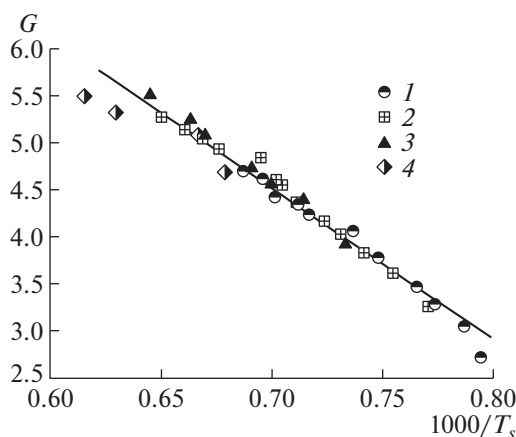
Однако локальный поток тепла  $P_\ell$  (22), (23) зависит от  $\alpha_s(\varphi) = b(\varphi)\alpha$ , где в месте зажигания  $b(\varphi) \approx 0.5$ , т.е.  $P_\ell \approx P/2$ . Выражение для теплового потока в месте зажигания примет вид

$$P_\ell = b(\varphi)\ell[(Nu(T_s - T_0)E/RT_s^2 + 4)]/d \approx \ell[(Nu(T_s - T_0)E/RT_s^2 + 4)]/2d. \quad (31)$$

Высчитаем значения  $P_\ell$  и найдем  $X \approx \ell/P_\ell$  – ширину зоны химической реакции (22) и  $H_s/P_\ell \approx 1/P_\ell^2$  – отношение тепловыделения химической реакции к потоку тепла (15) (табл. 1). Видно, что при  $P_\ell > 4$  экспериментальные точки хорошо ложатся на одну прямую (рис. 2), при этом значение  $H_s/P_\ell$  и  $X$  малы. При уменьшении  $T_s$  значения  $P_\ell$  падают, а значения  $H_s/P_\ell$  и  $X$  быстро растут. Из табл. 1 и рис. 2 видно, что при минимальных значениях  $T_s$  ( $P_\ell \approx 4$ ) точки эксперимента хуже ложатся на прямую линию – видимо, нужно учитывать тепловыделение химической реакции. При дальнейшем падении  $P_\ell$ , критерий (25) станет менее точным, а затем его нельзя применять, так как при  $P_\ell \ll 1$  происходит самовоспламенение горючего – работает критерий (28). А именно: при  $P_\ell \ll 1$  приход тепла от горячего тела к горючему ничтожен (горячая поверхность не греет горючее), а ширина зоны химической реакции  $X \gg r_s$ , т.е. первичный очаг огня возникает в объеме горючего.

Итак, при уменьшении  $P_\ell$  от больших величин до нуля изменяется характер теплового взрыва от зажигания горючего в тонком слое у накалинной поверхности к его объемному самовоспламенению, вдали от накалинной поверхности. При этом условие зажигания (25) постепенно переходит в условие самовоспламенения (28).

Я.Б. Зельдович написал статью в 1939 г. [1], когда математический аппарат теории горения не был хорошо развит и поэтому условие (28) было, ошибочно, отнесено им к зажиганию, так как позднее стало известно [7, 11], что обнаруженный



**Рис. 2.** Обработка экспериментальных данных [10] по зажиганию сити-газа (на основе метана) горячим цилиндром, используя критерий (25). Опыты проводились при диаметрах цилиндра (мм): 1 – 1.4, 2 – 1, 3 – 0.7, 4 – 0.48.

Таблица 1. Зажигание сити-газа (на основе метана) нагретыми цилиндрами

$d \cdot 10^{-2}$ , см	$T_s$ , К	$v$ , см/с	$\ell \cdot 10^{-2}$ , см	$P_\ell$	$H_s/P_\ell$	$X \cdot 10^{-2}$ , см	Re	Nu	$\frac{1000}{T^\circ\text{K}}$	$\ln 2\lambda \frac{\text{Nu}(T_s - T_o)}{d^2}$
14	1451	1000	3.58	7.95	0.0158	0.45	157	6.19	0.686	4.69
14	1436	839	3.69	7.65	0.0171	0.48	134	5.7	0.696	4.59
14	1425	692	3.82	7.20	0.0193	0.53	108	5.1	0.702	4.41
14	1405	492	4.08	7.05	0.0201	0.58	82	4.6	0.712	4.33
14	1394	433	4.24	6.90	0.0210	0.61	72	4.3	0.717	4.25
14	1358	269	4.78	6.60	0.0230	0.72	46	3.5	0.736	4.00
14	1356	245	4.82	6.30	0.0252	0.77	42	3.3	0.738	3.97
14	1336	163	5.20	6.05	0.0273	0.86	28.6	2.85	0.749	3.76
14	1306	86	5.89	5.45	0.0337	1.08	15.5	2.17	0.766	3.45
14	1304	72	5.94	5.20	0.0370	1.14	13	2.03	0.767	3.38
14	1291	50	6.18	5.05	0.0392	1.22	9.2	1.85	0.775	3.27
14	1270	30	6.76	4.70	0.0453	1.44	5.6	1.5	0.787	3.04
14	1258	10	7.13	3.95	0.0641	1.80	1.9	1.1	0.795	2.7
10	1537	1000	2.72	6.70	0.0223	0.41	104	5.03	0.651	5.26
10	1513	839	2.91	6.60	0.0230	0.44	89	4.52	0.661	5.12
10	1493	665	3.09	6.55	0.0233	0.47	72	4.20	0.670	5.03
10	1478	498	3.24	6.45	0.0240	0.50	54.7	3.85	0.677	4.92
10	1438	433	3.66	7.15	0.0200	0.51	49.3	3.70	0.695	4.83
10	1423	269	3.85	6.3	0.0252	0.61	31	3.00	0.703	4.60
10	1418	245	3.91	6.1	0.0269	0.64	28.4	2.85	0.705	4.54
10	1405	163	4.08	5.55	0.0325	0.73	19.2	2.40	0.712	4.36
10	1381	86	4.42	5.20	0.0370	0.85	10.3	2.00	0.724	4.15
10	1367	72	4.65	5.35	0.0349	0.87	8.8	1.80	0.732	4.02
10	1347	50	5.01	4.8	0.0434	1.04	6.2	1.52	0.742	3.82
10	1324	30	5.44	3.65	0.0751	1.49	3.81	1.25	0.755	3.60
10	1296	10	6.09	4.05	0.0610	1.50	1.30	0.92	0.770	3.25
7	1551	433	2.62	5.90	0.0287	0.44	31.2	3.08	0.644	5.5
7	1508	245	2.96	5.70	0.0308	0.52	16.4	2.52	0.663	5.25
7	1493	163	3.11	5.30	0.0356	0.59	10.4	2.16	0.67	5.07
7	1448	72	3.55	4.85	0.0425	0.73	5.67	1.6	0.69	4.72
7	1428	50	3.79	4.70	0.0453	0.81	4.04	1.4	0.7	4.56
7	1400	30	4.16	4.65	0.0462	0.89	2.48	1.2	0.714	4.38
7	1363	10	4.72	4.0	0.0625	1.18	0.85	0.8	0.734	3.92
4.8	1623	72	2.17	3.50	0.0816	0.62	3.36	1.33	0.616	5.49
4.8	1588	50	2.37	3.55	0.0793	0.67	2.92	1.18	0.630	5.32
4.8	1500	30	3.02	4.0	0.0625	0.76	1.41	0.95	0.667	5.07
4.8	1493	10	3.29	3.60	0.0772	0.91	0.51	0.7	0.679	4.68

в работе [1] симметричный профиль температуры возникает при самовоспламенении горючего. Хотя и тогда было ясно, что в момент теплового взрыва градиент температуры у накалиной поверхности равен нулю [1] (28), т.е. она не может

греть и зажигать его. Отметим, что графический метод, использованный в работе [1], не видел точку перегиба в профиле температуры горючего, поэтому критерий зажигания (26) не был обнаружен.

Критерий зажигания горючего вещества горячим шаром можно получить из стационарного уравнения теплопроводности в сферических координатах при возникновении в профиле температуры горючего точки перегиба [6, 8, 9]:

$$2 \frac{\alpha_s}{r_0} (T_s - T_\infty) = Qk \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right), \quad (32)$$

где  $\alpha_s$  – локальный минимальный коэффициент теплопередачи от шара в месте зажигания и  $r_0$  – радиус шара. Вероятно, критерий зажигания для выпуклого тела будет таким же, что и для шара (32), где  $\alpha_s$  – локальный коэффициент теплопередачи в месте, где теплопередача минимальна,  $r_0$  – радиус кривизны в месте зажигания.

Критерий зажигания (25), (26) А.А. Филиппова связывают все характерные данные горючей системы: температуры среды  $T_0$  и зажигания  $T_s$ ; размер ( $d$ ) и геометрию горячего тела; условия теплоотвода ( $\lambda$ , Nu) и параметры химической реакции ( $Q$ ,  $k$ ,  $E$ ) горючего в одно простое уравнение. Физический смысл критерия зажигания – нарушение стационарного теплового баланса в зоне химической реакции, при возникновении в ее температурном профиле точки перегиба, после чего тепловой взрыв становится неизбежен.

Условия (25), (26) получены при кондуктивном обмене тепла, поэтому они должны быть верны при зажигании конденсированного горючего. При зажигании горючего цилиндрической формы горячим потоком инертного газа стационарный режим невозможен из-за ограниченности объема горючего. Но при квазистационарном режиме прогрева горючего уравнение теплопроводности  $\left(\frac{dT}{dt} \sim 0\right)$  примет вид (1) при граничных условиях, поменявших знак. А появление точки перегиба в профиле температуры горючего, вероятно, вызовет зажигание. В этом случае условия (25), (26) должны быть применимы. В работе [9] было обнаружено влияние материала накаливаемого тела и ингибиторов на  $T_s$ , т.е. условия (25), (26) можно использовать для изучения каталитических реакций и природы ингибирования при зажигании горючего.

Идея потери устойчивости используется в теории катастроф [15], где особые точки называются точками бифуркации. Поэтому условия зажигания (25), (26), являющиеся и условиями потери устойчивости, вероятно, можно использовать для моделирования лавинообразных природных и социальных процессов: газовый разряд, взрывное размножение вирусов, развитие пандемии, социальных конфликтов и экономических кризисов.

Авторы надеются, что аргументы, изложенные в этой статье и в работах [6, 8, 9], будут приняты и, по истечению восьмидесяти лет, возникнет еди-

ная точка зрения на “теорию зажигания накаливаемой поверхностью”.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят доктора физ.-мат. наук, ведущего сотрудника ИХФ РАН Бориса Сергеевича Ермолаева за критические замечания, позволившие нам изложить текст статьи более понятно и аргументированно, а также Романа Андреевича Филиппова за компьютерное оформление статьи и Аллу Ивановну Кузнецову за редактирование статьи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зельдович Я.Б. Теория зажигания накаливаемой поверхностью // ЖЭТФ. 1939. Т. 9. № 12. С. 1530–1534.
2. Jackson E., Zel'dovich Ia.B., Siuniaev R.A. V. I. Chemical Physics and Hydrodynamics: Chemical Physics and Hydrodynamics. Princeton University Press, 1992.
3. Лисицкий В.И. Зажигание конденсированных веществ. Препринт. Черноголовка, 1970.
4. Аверсон А.Э. Теория зажигания. Препринт. Черноголовка, 1977.
5. Niioka T., Williams F.A. Relationship between theory and experiment for radiant of solids. 17-th International Symposium on Combustion. 1978. P. 1163–1190.
6. Филиппов А.А. К вопросу поджигания полимерных материалов накаливаемыми телами. Межвузовский сборник научных трудов по химии и технологии элементоорганических полупродуктов и полимеров. Волгоград, 1984.
7. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
8. Philippov A.A., Khalturinskiy N.A. To the theory of ignition by a hot surface: critical conditions for occurrence of explosive and avalanche-like processes. Zeldovic memorial. 2015. V. 2.
9. Филиппов А.А., Берлин А.А. К теории зажигания накаливаемой поверхностью // Горение и взрыв. 2021. Т. 14. № 2.
10. Кумагаи С. Горение. М.: ИЛ, 1979.
11. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. 2-е изд. пер. и доп. М.: Наука, 1967.
12. Филиппов А.А. Экспериментальное изучение зажигания полимерных материалов накаливаемыми телами и влияние антипиренов. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 1985.
13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
14. Гребер Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене. М.: ИЛ, 1958.
15. Варгафтик Н.Б., Филиппов Л.П. и др. Справочник по теплофизическим свойствам жидкостей и газов. М.: Энергоатомиздат, 1990.
16. Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990.

## MATHEMATICAL THEORY OF IGNITION BY AN INCANDESCENT SURFACE

**A. A. Philippov<sup>a</sup> and Academician of the RAS A. A. Berlin<sup>a</sup>**

*<sup>a</sup>N.N. Semenov Federal Research Center for Chemical Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

In the theory of ignition, the criterion was obtained by Ya.B. Zeldovich in 1939, which made it possible to approximately calculate the parameters of some ignition processes. In 1984, A.A. Philippov solving the heat conduction equation, under a number of assumptions, obtained an ignition criterion that accurately describes the experimental data. In 2015, he derived this criterion using stability theory and later derived it from the heat balance equation. In this article, by solving the stationary heat conduction equation under limiting boundary conditions, the Zeldovich and Philippov criteria were obtained, while the first refers to self-ignition, and the second to the ignition of a fuel by a heated surface. The ignition criterion links all the parameters of the combustible system into one simple equation: the temperature of the medium and the hot surface; geometry and size of the hot body; heat removal conditions and parameters of the chemical reaction of the fuel. Using the ignition criterion, it is possible to simulate other natural explosive processes.

*Keywords:* theory and criterion of ignition, ignition condition, explosive processes, inflection and bifurcation points