

УДК 533.697.4/5+544.452.+534.222.2

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В КОЛЬЦЕВОМ СОПЛЕ НА ОСНОВЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ МОДЕЛИ

© 2022 г. Академик РАН В. А. Левин<sup>1,2,\*</sup>, Н. Е. Афонина<sup>1,\*\*</sup>,  
В. Г. Громов<sup>1</sup>, А. Н. Хмелевский<sup>1</sup>

Поступило 24.12.2021 г.

После доработки 24.12.2021 г.

Принято к публикации 28.01.2022 г.

Представлены результаты численного исследования особенностей течений газа в кольцевых соплах с внутренним дефлектором в турбулентном режиме течения, выполненные на основе осредненных по Фавру уравнений Навье–Стокса и приближения Буссинеска для описания процессов турбулентного переноса. В качестве рабочего газа рассмотрен воздух. В расчетах с использованием турбулентной модели стартовые возмущения, сопровождающие запуск сопла, затухают, и в полости внутреннего дефлектора кольцевого сопла устанавливается “стационарный” турбулентный режим с высокими значениями параметров турбулентного переноса, что существенно отличает его от ламинарного режима течения, характеризующегося наличием незатухающих пульсаций давления газа на тяговой стенке сопла.

*Ключевые слова:* численное исследование, модель турбулентности, кольцевое сопло

**DOI:** 10.31857/S2686740022020080

Кольцевые сопла с внутренним дефлектором рассматриваются в качестве перспективных для реализации пульсирующего, в том числе детонационного, режима сжигания топлив. На базе таких сопел удастся организовать также и непрерывное сжигание топлив во вращающихся детонационных волнах. Подобные сопловые устройства представляют потенциальный интерес для реализации соответственно пульсирующих, либо ротационных детонационных двигателей. Широкому внедрению в авиации и ракетостроении указанных сопловых устройств должна предшествовать разработка научных основ их функционирования. Создание расчетных моделей, описывающих процессы, протекающие в таких устройствах, – важный этап на этом пути. Расчетно-экспериментальные исследования таких устройств выполнены в работах [1, 2], в них использовались модели ламинарного течения, построенные на основе уравне-

ний Навье–Стокса для различных моделей газовой среды.

В настоящей работе представлены результаты численных исследований особенностей течений газа в кольцевых соплах с внутренним дефлектором в турбулентном режиме течения и проведено сравнение с результатами расчетов по модели ламинарного течения. Расчеты турбулентного течения, выполнены на основе осредненных по Фавру уравнений Навье–Стокса [3] и приближения Буссинеска для описания процессов турбулентного переноса. Коэффициенты турбулентного переноса рассчитывались с помощью трехпараметрической Lag Model (LA) [4]. В качестве рабочего газа рассмотрен воздух. Основные геометрические и газодинамические параметры численной модели близки к условиям проведенных ранее [1, 2] физических экспериментов.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ И МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЙ

Воздух рассматривается как идеальная одно-температурная смесь молекулярного кислорода и азота с постоянными значениями мольных концентраций компонентов смеси  $X_{O_2} = 0.21$  и  $X_{N_2} = 0.79$ .

В соответствии с гипотезой Буссинеска тензор турбулентных потоков импульса  $\hat{\tau}_T$  и турбулентный тепловой поток  $\bar{q}_T$  представляются в виде, аналогичном молекулярному переносу

<sup>1</sup>Научно-исследовательский институт механики, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук, Владивосток, Россия

\*E-mail: levin@imec.msu.ru

\*\*E-mail: afonina@imec.msu.ru

$$\hat{\tau}_T = -\mu_T \hat{\varepsilon}, \quad \bar{q}_T = -\lambda_T \frac{\partial T}{\partial \bar{r}}.$$

Для вычисления коэффициентов турбулентного переноса использовалась полуэмпирическая трехпараметрическая модель (LA), основанная на двухпараметрической ( $k - \omega$ ) модели Уилкокса [5] и предназначенная для описания быстро протекающих газодинамических процессов. В этой модели кинематический коэффициент турбулентной вязкости  $\nu_T = \frac{\mu_T}{\rho}$  определяется из уравнений

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho u_j k - (\mu_M + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = b_k,$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho u_j \omega - (\mu_M + \sigma_T \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) = b_\omega,$$

$$\frac{\partial \rho \nu_T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \nu_T) = b_{\nu_T},$$

где  $b_k = t_{ij} s_{ij} - \beta_T^* \rho \omega k$ ,  $b_\omega = \alpha \rho S^2 - \beta_T \rho \omega^2$ ,  $b_{\nu_T} = \alpha (R_T) \rho \omega (\nu_{TE} - \nu_T)$ ,

$$S = \sqrt{2s_{ij}s_{ij}}, \quad R_T = \frac{\rho k}{\mu_M \omega},$$

$$t_{ij} = \rho \nu_T \left( 2s_{ij} - \frac{2}{3} s_{kk} \delta_{ij} \right), \quad s_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

$$\nu_{TE} = \frac{k}{\omega}, \quad \alpha(R_T) = 0.35 \frac{R_T + 1}{R_T + 0.01}.$$

Осредненные по Фавру интегральные уравнения Навье–Стокса, описывающие нестационарное осесимметричное течение газа в цилиндрической системе координат ( $x \geq 0, y, \phi$ ), имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{U} x dS + \int_{\delta S} \bar{\mathbf{n}} \cdot \bar{\mathbf{F}} x dl = \int_S \mathbf{\Omega} x dS,$$

где  $S$  – фиксированная контрольная область в некоторой меридиональной плоскости ( $x, y$ ),  $\delta S$  – граница области,  $\bar{\mathbf{n}} = (n_x, n_y)$  – единичная внешняя нормаль к  $\delta S$ ,  $\mathbf{U}$  – набор консервативных переменных, отнесенных к единице объема,  $\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}^{\text{inv}} + \bar{\mathbf{F}}^{\text{vis}}$  – сумма невязких и вязких потоков  $\mathbf{U}$  через единицу площади границы области,  $\mathbf{\Omega}$  состоит из источников членов в единице объема.

Для LA-модели турбулентного переноса

$$\mathbf{U} = \{\rho, \rho u, \rho v, \rho e_0, \rho k, \rho \omega, \rho \nu_T\}^T;$$

$$\bar{\mathbf{F}} = \left\{ \begin{array}{l} \rho \bar{u} \\ \rho \bar{u} u + \rho \bar{p} n_x \\ \rho \bar{u} v + \rho \bar{p} n_y \\ \rho \bar{u} h_0 \\ \rho \bar{u} k \\ \rho \bar{u} \omega \\ \rho \bar{u} \nu_T \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \bar{\tau}_x \\ \bar{\tau}_y \\ \bar{q}_h + u \bar{\tau}_x + v \bar{\tau}_y \\ \bar{q}_k \\ \bar{q}_\omega \\ \bar{q}_{\nu_T} \end{array} \right\},$$

$$\mathbf{\Omega} = \{0, b_x, 0, 0, b_k, b_\omega, b_{\nu_T}\}^T.$$

Уравнения движения газа решаются численно методом конечного объема на структурированной одноблочной сетке. При таком подходе система разностных уравнений состоит из численных аналогов уравнений сохранения для четырехгранных ячеек, покрывающих расчетную область и разностных аппроксимаций граничных условий. Уравнения записаны относительно значений исходных переменных  $\mathbf{Z} = \{p, u, v, T, k, \omega, \nu_T\}$  в центрах ячеек и в центрах сторон ячеек, лежащих на поверхности обтекаемого тела. Ячейки блоков образованы пересечением двух дискретных семейств кривых. Невязкие потоки  $\bar{\mathbf{F}}_G^{\text{inv}}$  через границы ячеек вычисляются по результату точного решения задачи о распаде произвольного разрыва  $\mathbf{Z}_G = \mathfrak{R}(\mathbf{Z}_G^L, \mathbf{Z}_G^R)$ , где  $\mathfrak{R}$  – оператор решения задачи. Левые  $\mathbf{Z}_G^L$  и правые  $\mathbf{Z}_G^R$  граничные значения исходных переменных определяются с помощью одномерной интерполяции значений  $\mathbf{Z}$  в центрах ячеек на рассматриваемую границу между ячейками. Вязкие потоки  $\bar{\mathbf{F}}_G^{\text{vis}}$  через грани ячеек вычисляются с использованием центральных или односторонних разностных формул второго порядка точности. Разностные уравнения решаются с помощью двухслойной итерационной схемы.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчеты выполнены для области течения, включающей:

– дефлектор с тяговой стенкой в форме сферического сегмента радиуса 36 мм и высотой 22 мм (диаметр основания  $d = 66.4$  мм);

– входное кольцевое сопло диаметра  $d$  с высотой критического сечения  $h = 4.4$  мм;

– выхлопное коническое сопло с полууглом раствора  $45^\circ$  и длиной 15 мм;

– достаточно большую разлетную область.

Приведенные ниже результаты получены на сетке с числом узлов  $200 \times 376$ . Узлы сетки сгущались вблизи поверхности тяговой сетки так, чтобы в ламинарный подслои, переходную и логарифмическую область пограничного слоя попало 20–30 узлов. Границы расчетной области и

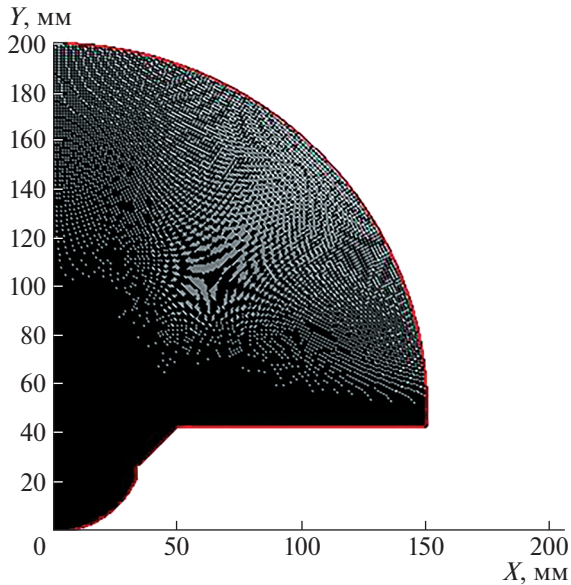


Рис. 1. Границы расчетной области и распределение узлов разностной сетки.

распределение узлов разностной сетки для указанных геометрических параметров модели соплового устройства показаны на рис. 1.

Предполагалось, что вдув воздуха через критическое сечение кольцевого сопла происходит со звуковой скоростью  $U_s$  при постоянных значениях давления торможения  $P_0 = 19.8$  атм и двух значениях температуры торможения:  $T_0 = 300$  К и  $T_0 = 3000$  К. Значения параметров турбулентной модели в критическом сечении сопла определялись из условий

Таблица 1. Параметры рассмотренных вариантов расчетов

Вариант	$T_0^{in}$ , К	Теплообмен на стенке	$a_k^{in}$	$a_v^{in}$	$a_\omega^w$
1	300	$T_w = 300$ К	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$
2	300	$T_w = 300$ К	$10^{-4}$	$10^2$	$10^{-1}$
3	300	$T_w = 300$ К	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$
4	300	$T_w = 300$ К	$10^{-4}$	$10^2$	10
5	300	$T_w = 300$ К	$10^{-4}$	$10^{-3}$	10
6	300	$T_w = 300$ К	$10^{-5}$	$10^{-3}$	10
7	3000	$T_w = 300$ К	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$
8	300	$q_{hw} = 0$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-1}$

$$k^{in} = a_k^{in} 0.5u_s^2, \quad \nu_T^{in} = a_v^{in} \nu_M^{in}, \quad \omega^{in} = \frac{k^{in} \rho^{in}}{a_\omega^{in} \mu_M^{in}},$$

где  $a_k^{in}$ ,  $a_v^{in}$  – варьируемые числовые параметры, верхним индексом in помечены значения параметров рабочего газа в критическом сечении кольцевого сопла.

Величина числа Рейнольдса, вычисленного по параметрам газа в критическом сечении сопла и его величине, составляет  $Re = 1.28 \times 10^6$ .

Истечение воздуха из устройства через коническое сопло происходит в газовую среду с давлением  $P_e = 0.01$  атм и температурой  $T_e = 300$  К. Для замыкания задачи на внешней границе используются мягкие граничные условия экстраполяционного типа.

На стенке соплового устройства ставились следующие граничные условия:

$$\vec{u}_w = 0, \quad T_w = 300 \text{ К (охлаждаемая стенка) или } q_{hw} = 0 \text{ (теплоизолированная стенка)}, \quad k_w = 0, \quad \omega_w = a_\omega^w \frac{60\nu_w}{0.075(\Delta_{i,0})^2}, \quad \nu_{T,w} = 0, \text{ где } \Delta_{i,0} \text{ – пристеночный шаг разностной сетки.}$$

В проведенных расчетах варьировались условия в критическом сечении кольцевого сопла и условия на тяговой стенке. Перечень рассмотренных вариантов расчетов приведен в табл. 1.

По условию запуск работы кольцевого сопла, первоначально заполненного неподвижным воздухом с давлением  $P_e$  и температурой  $T_e$ , происходит внезапно, что приводит к развитию интенсивных нестационарных газодинамических процессов и значительному повышению давления. В ранее проведенных расчетах, основанных на ламинарной модели течения [1, 2], стартовые возмущения в аналогичных условиях переходили в квазипериодический режим. В настоящих расчетах, моделирующих турбулентное течение в сопловом устройстве, во всех рассмотренных вариантах устанавливался “стационарный” турбулентный режим течения, в котором максимальное значение коэффициента турбулентной вязкости на несколько порядков превышает значение коэффициента молекулярной вязкости.

В качестве иллюстрации результатов здесь для 1-го и 8-го вариантов расчетов приведены два рисунка. На рис. 2 сравнивается динамика давления в центральной точке тяговой стенки для ламинарной и турбулентной моделей течения в интервале 2 мс с момента запуска сопла. На рис. 3 показано распределение в сечении соплового устройства отношения коэффициентов турбулентной и молекулярной вязкости через 2 мс от начала запуска сопла.

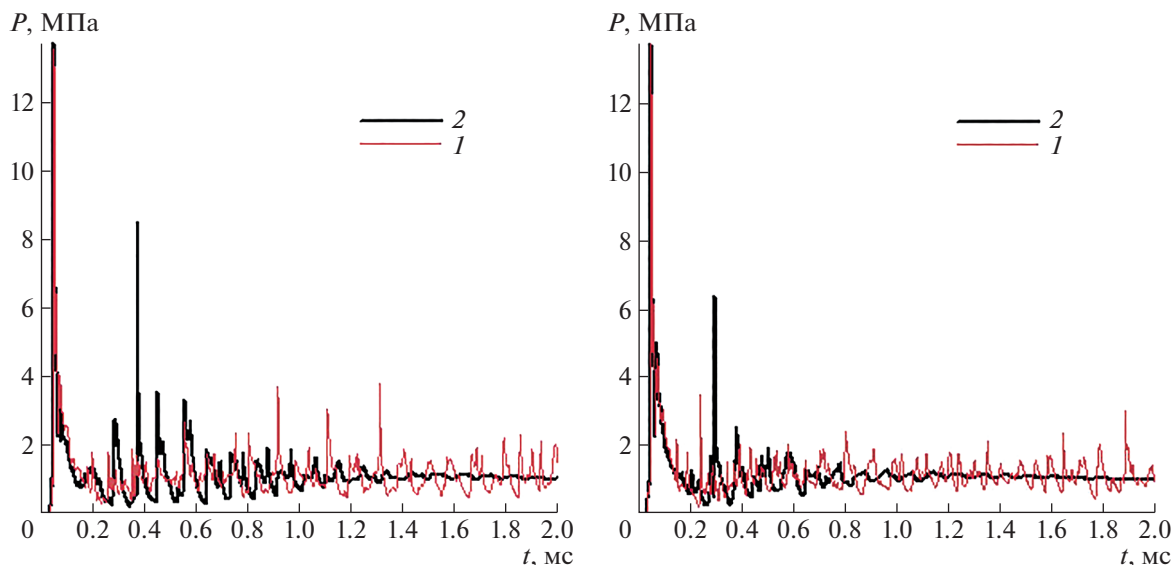


Рис. 2. Динамика давления в центральной точке тяговой стенки соплового устройства при ламинарном (1) и турбулентном (2) режимах течения: а – вариант 1; б – вариант 8.

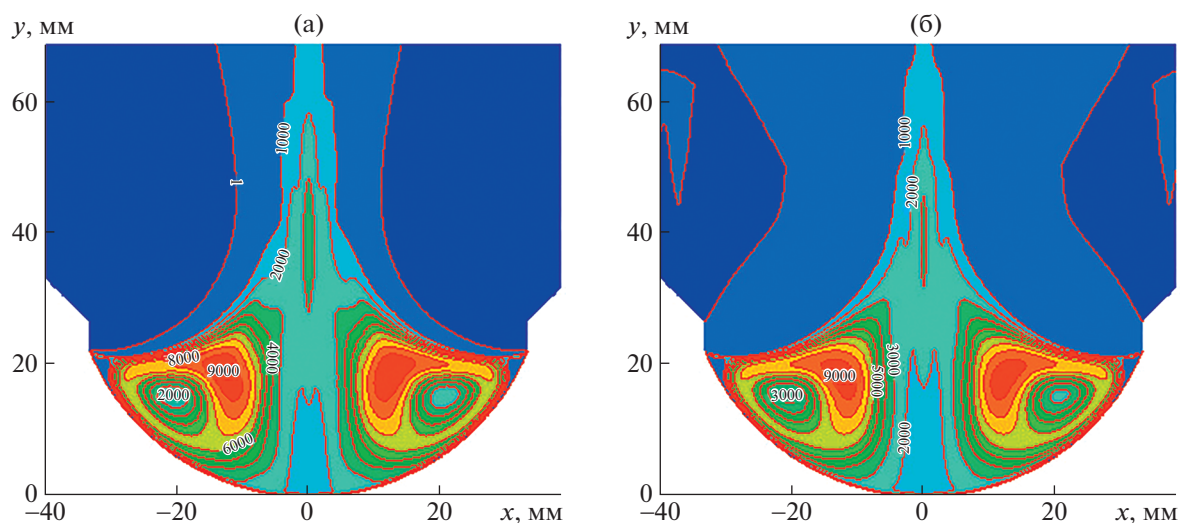


Рис. 3. Поле отношения  $\frac{\mu_t}{\mu_m}$  в сопловом устройстве при  $t = 2$  мс: а – вариант 1; б – вариант 8.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены расчеты турбулентного течения в полости внутреннего дефлектора кольцевого сопла с использованием трехпараметрической Lag Model турбулентного переноса. В вариантах расчетов варьировались условия на входе кольцевого сопла и на тяговой стенке. В отличие от аналогичного исследования для ламинарной модели течения во всех вариантах расчетов по турбулентной модели стартовые возмущения давления на тяговой стенке сопла затухали и в полости внутреннего дефлектора соплового устройства в течение 2 мс уста-

навливался “стационарный” турбулентный режим с высокими значениями параметров турбулентного переноса, в котором максимальное значение коэффициента турбулентной вязкости на несколько порядков превышает значение коэффициента молекулярной вязкости. Для каждого варианта результаты расчетов проиллюстрированы сравнением динамики давления в центральной точке тяговой стенки при ламинарной и турбулентной моделях течения и картинами распределения в меридиональном сечении соплового устройства отношения коэффициентов турбулентной и молекулярной вязкости.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ (тема АААА-А19-119012990113-1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левин В.А., Афонина Н.Е., Громов В.Г., Мануйлович И.С., Марков В.В., Смехов Г.Д., Хмелевский А.Н. Об управлении спектральным составом сигналов пульсаций давления газа в соплах с дефлектором // ДАН. 2018. Т. 483. № 5. С. 506–509. <https://doi.org/10.31857/S086956520003298-0>
2. Levin V.A., Afonina N.E., Gromov V.G., Manuylovich I.S., Khmelevsky A.N., Markov V.V. Spectra signals of gas pressure pulsations in annular and linear dual slotted nozzles // Combustion Science and Technology, Taylor & Francis (United Kingdom). 2019. Т. 191. № 2. С. 339–352. <https://doi.org/10.1080/00102202.2018.1467405>
3. Favre A. Equations des gaz turbulents compressibles. Part 1: Formes generales // Journal de Mecanique. 1965. V. 4. № 3. P. 361–390.
4. Olsen M.E., Coakley T.J. The Lag Model, a Turbulence Model for Non Equilibrium Flows // AIAA Papers. 2001–2564. P. 10. <https://doi.org/10.2514/6.2001-2564>
5. Wilcox D.C. Multiscale Model for Turbulent Flows // AIAA J. 1988. V. 26. № 11. P. 1311–1320. <https://doi.org/10.2514/6.1986-29>

NUMERICAL INVESTIGATION OF ANNULAR NOZZLE FLOW  
BASED ON TURBULENT MODEL

Academician of the RAS V. A. Levin<sup>a,b</sup>, N. E. Afonina<sup>a</sup>,  
V. G. Gromov<sup>a</sup>, and A. N. Khmelevsky<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

<sup>b</sup>Institute for Automatics and Control Processes, Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russia

The paper presents the results of a numerical study of the features of gas flows in annular nozzles with an internal deflector in a turbulent flow regime, carried out on the basis of the Favre-averaged Navier–Stokes equations and the Boussinesq approximation for describing the processes of turbulent transfer. Air is considered as a working gas. In calculations using the turbulent model, the starting disturbances accompanying the launch of the nozzle decay, and a “stationary” turbulent regime with high values of the turbulent transfer parameters is established in the cavity of the inner deflector of the annular nozzle, which significantly distinguishes it from the laminar flow regime, characterized by the presence of persistent pulsations of gas pressure on the traction wall of the nozzle.

*Keywords:* numerical study, turbulence model, annular nozzle