

УДК 532.685, 532.71

ОСМОТИЧЕСКАЯ КОНВЕКЦИЯ

© 2022 г. М. М. Рамазанов^{1,*}, Н. С. Булгакова^{1,2,**}, академик РАН Л. И. Лобковский^{3,4,***}

Поступило 15.12.2021 г.

После доработки 15.12.2021 г.

Принято к публикации 28.01.2022 г.

Решена новая задача об осмотической конвекции в вертикальной проницаемой полуплоскости, содержащей полупроницаемое включение в виде круга. Исследованы свойства осмотической конвекции, приведены соответствующие иллюстрации. Используется предложенная авторами математическая модель движения растворов с учетом осмотического эффекта в пористой среде с полупроницаемыми включениями и метод малого параметра.

Ключевые слова: осмос, осмотическая конвекция, движение растворов, обобщенная математическая модель, полупроницаемое включение

DOI: 10.31857/S2686740022020109

Считается, что открытие осмоса принадлежит французскому аббату Жану-Антуану Нолле, который в 1748 г. впервые заметил и описал это явление. Обычно под осмосом понимают явление, сущность которого заключается в том, что если по разные стороны полупроницаемой мембраны, способной пропускать только молекулы воды, находятся водные растворы солей с разной концентрацией, молекулы воды будут перемещаться через мембрану из слабо концентрированного раствора в более концентрированный. Различают прямой осмос и обратный осмос. Полупроницаемость определяется как способность материала предотвращать прохождение растворенного вещества, не влияя на прохождение растворителя.

Осмотический эффект может проявляться и при отсутствии тонкой мембраны, а именно в малопроницаемых пористых средах. Например, хорошо установлено, что глины могут действовать

как полупроницаемые мембраны и, следовательно, способны вызывать осмотический перенос воды [1]. В этом случае наряду с градиентом давления движущей силой растворителя может быть и градиент концентрации соли в растворе (химический осмос) [2], и градиент температуры (термический осмос) [3], и градиент электрического поля (электроосмос) [4]. В работе [5] приведены результаты лабораторных исследований коэффициента осмоса. Показано, что коэффициент осмоса некоторых природных пород и тампонажных материалов может в десятки, а то и в сотни раз превышать коэффициент фильтрации. В работе [6] указывается порядок величины коэффициента термического осмоса в границах 10^{-9} – 10^{-5} м²/(К·сут).

Явления химического и термического осмоса изучаются теоретически на основе принципов неравновесной термодинамики [7–10] и экспериментально в лабораторных условиях [11, 12]. Явление осмоса применяется в различных научно-технических областях. Например, в Норвегии вблизи города Тофте компанией “Statkraft” запущена первая в мире электростанция – прототип, использующая для выработки электричества явление осмоса, возникающее из-за разности концентрации солей в соленой морской воде и в пресной воде фьорда. В морской геологии на основе осмоса объясняется эффект “плавучести” железо-марганцевых конкреций [13], которые не тонут в рыхлых осадочных слоях на дне океана на геологических масштабах времени [14, 15].

Возможно, что осмос имеет прямое отношение к процессу миграции расплавов в мантии Земли, имея в виду механизм “растворения–переосаждения” [16, 17], где движущей силой

¹Институт проблем геотермии и возобновляемой энергетики – филиал Объединенного института высоких температур Российской академии наук, Махачкала, Россия

²Дагестанский государственный университет народного хозяйства, Махачкала, Россия

³Институт океанологии им. П.П. Ширшова Российской академии наук, Москва, Россия

⁴Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Московская область, Россия

*E-mail: mukatay-ipg@mail.ru

**E-mail: ipgnatali@mail.ru

***E-mail: llobkovsky@ocean.ru

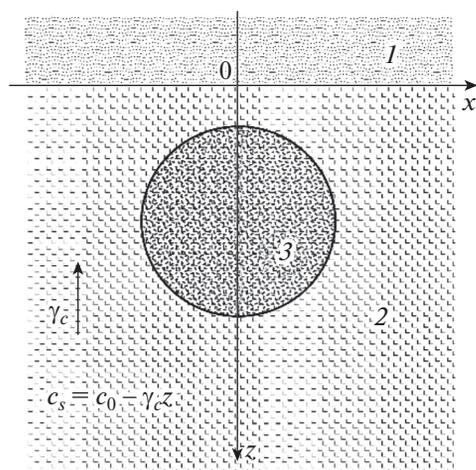


Рис. 1. Модель задачи: 1 – слой соленой воды; 2 – проницаемая пористая среда; 3 – полупроницаемое включение; γ_c – градиент концентрации соли.

миграции расплава предполагается градиент химического потенциала в зависимости от концентрации растворенного компонента [18].

Существует целый ряд научных направлений, где осмотический эффект должен также учитываться. Например, при моделировании процессов деградации многолетнемерзлых пород необходимо учитывать особенности взаимодействия растворов солей с мерзлыми грунтами [19]. Имеются экспериментальные исследования указанного взаимодействия [20], которые свидетельствуют о существенном влиянии осмотического механизма переноса раствора совместно с процессами адсорбции и десорбции солей.

Следует отметить, что понимание свойств фильтрации растворов с учетом осмотического эффекта представляет собой актуальную задачу. В этой связи в настоящей работе, используя математическую модель фильтрации растворов в среде с полупроницаемыми включениями [10], аналитическими методами решается новая нелинейная задача об осмотической конвекции.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем рассматривать двумерную задачу. Пусть в вертикальной проницаемой полуплоскости расположено полупроницаемое включение формы круга (рис. 1). Вдали от включения невозмущенная концентрация соли c_s линейно убывает с глубиной, т.е. по закону $c_s = c_0 - \gamma_c z$ (ось z направлена вниз). На границе полуплоскости ($z = 0$) поддерживается концентрация соли, равная c_0 . Будем отчитывать давление от гидростатического, а концентрацию от указанного линейного.

Считаем, что температура среды тоже линейно убывает с глубиной так, что плотность раствора с глубиной слабо растет, т.е. имеем устойчивую стратификацию, и естественная конвекция не возникает. Далее, для простоты, процесс считаем изотермическим, а плотность постоянной. Механическое равновесие в таких условиях невозможно и поэтому возникнет течение, вызванное осмосом. Необходимо найти стационарное решение задачи, описывающее данное течение.

Предполагаем, что концентрация соли внутри включения равна нулю, а проницаемость вне включения не слишком мала. Тогда градиентом концентрации в уравнениях движения, т.е. осмотической движущей силой [10], в обеих средах можно пренебречь и в данном случае осмос проявляется лишь за счет скачка концентрации соли на границе полупроницаемого включения. Кроме того, пренебрегаем выпадением соли в осадок, т.е. адсорбцией.

Математическую формулировку задачи для краткости приведем сразу в безразмерном виде и в бицилиндрических координатах. Бицилиндрические координаты запишутся в виде

$$x = \frac{a \sin \sigma}{\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma}, \quad z = \frac{a \operatorname{sh} \tau}{\operatorname{ch} \tau - \cos \sigma}, \quad (1)$$

$$h = a \operatorname{acth} \tau_0, \quad r_0 = a \sqrt{\operatorname{cth}^2 \tau_0 - 1} = \frac{a}{\operatorname{sh} \tau_0},$$

$$a = \sqrt{h^2 - r_0^2}, \quad \operatorname{ch} \tau_0 = \frac{h}{a}.$$

Граница включения определяется уравнениями $\tau = \tau_0, 0 \leq \sigma \leq 2\pi$; r_0 – радиус включения; h – глубина залегания включения.

Масштабы величин введем следующим образом:

$$[x] = [z] = r_0, \quad [v] = -\frac{k_e \rho}{\eta h} \frac{\partial \mu_1}{\partial c} c_0,$$

$$[p] = -\rho \frac{\partial \mu_1}{\partial c} c_0, \quad [c] = c_0, \quad (2)$$

$$\beta_0 = \frac{\eta r_0}{k_i} \beta, \quad \operatorname{Pe} = -\frac{\rho k_e c_0}{\eta D} \frac{\partial \mu_1}{\partial c}.$$

Здесь индексы e и i относятся к областям вне и внутри включения соответственно; Pe – диффузионное число Пекле; v, p, c – поля скорости раствора, давления и концентрации соли соответственно; η – вязкость раствора; k – проницаемость; m – пористость; ρ – плотность раствора; D – коэффициент диффузии соли; μ_1 – химический потенциал растворителя; $1/\beta$ – сопротивление границы полупроницаемого включения фильтрации растворителя.

Вывод системы уравнений фильтрации растворов в пористой среде с полупроницаемыми включениями и соответствующие граничные условия даны в [10].

С учетом сделанных упрощающих предположений, в безразмерном виде и в бицилиндрических координатах они запишутся следующим образом:

$$\Delta p_e = 0, \quad \mathbf{v}_e = -\nabla p_e, \quad \text{Re} v_e \nabla c_e = \Delta c_e, \quad (3)$$

$$\Delta p_i = 0, \quad \mathbf{v}_i = -\frac{k_i}{k_e} \nabla p_i. \quad (4)$$

Граничные условия

$$\begin{aligned} \tau = 0: c = 0; \quad p_e = 0, \\ \tau = \tau_0: \frac{\partial p_e}{\partial \tau} = \frac{k_i}{k_e} \frac{\partial p_i}{\partial \tau}, \\ \frac{\text{ch}\tau - \cos\sigma}{a} \frac{\partial p_e}{\partial \tau} = -\frac{k_i}{k_e} \beta_0 [-1 + \gamma z - c + p_e - p_i], \quad (5) \\ \gamma = \frac{\gamma_c r_0}{c_0}, \quad \text{Pe} \frac{\partial p_e}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \tau} (-z + c) = 0, \\ \oint_{\partial\Omega} \frac{\partial p_e}{\partial \tau} ds = 0. \end{aligned}$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Будем искать решение задачи (3)–(5) в виде рядов по степеням $\gamma \ll 1$:

$$\begin{aligned} p_e &= p_{e0} + \gamma p_{e1} + \gamma^2 p_{e2} + \dots, \\ p_i &= p_{i0} + \gamma p_{i1} + \gamma^2 p_{i2} + \dots, \\ c &= \gamma c_1 + \gamma^2 c_2 + \dots, \quad \gamma = \frac{\gamma_c r_0}{c_0}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (6) в (3)–(5), получим уравнения и граничные условия в нулевом и в первом приближении.

В нулевом приближении имеем

$$\begin{aligned} p_{e0} = \text{const}, \quad p_{i0} = \text{const}, \\ p_{e0} - p_{i0} = 1. \end{aligned} \quad (7)$$

В первом приближении далее дополнительный индекс 1 будем опускать. Первое приближение удовлетворяет системе уравнений

$$\Delta p_e = 0, \quad \mathbf{v}_e = -\nabla p_e, \quad (8)$$

$$\Delta c_e = 0,$$

$$\Delta p_i = 0, \quad \mathbf{v}_i = -\frac{k_i}{k_e} \nabla p_i \quad (9)$$

и следующей системе граничных условий:

$$\tau = 0: c = 0; \quad p_e = 0,$$

$$\tau = \tau_0: \frac{\partial p_e}{\partial \tau} = \frac{k_i}{k_e} \frac{\partial p_i}{\partial \tau},$$

$$\frac{\text{ch}\tau - \cos\sigma}{a} \frac{\partial p_e}{\partial \tau} = -\frac{k_i}{k_e} \beta_0 [z - c + p_e - p_i], \quad (10)$$

$$\text{Pe} \frac{\partial p_e}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \tau} (-z + c) = 0.$$

Таким образом, необходимо решать задачу (8)–(10).

Ищем решение в виде рядов

$$\begin{aligned} p_e &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\text{sh}n\tau}{\text{sh}n\tau_0} \cos n\sigma, \\ p_i &= B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-n(\tau-\tau_0)} \cos n\sigma, \\ c &= \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{\text{sh}n\tau}{\text{sh}n\tau_0} \cos n\sigma. \end{aligned} \quad (11)$$

Нетрудно убедиться, что (11) удовлетворяет уравнениям (8)–(9), поскольку каждое слагаемое под знаком суммы является гармонической функцией, т.е. является решением уравнения Лапласа. Осталось учесть граничные условия.

Подставляя (11) в граничные условия (10), получим следующие уравнения для коэффициентов:

$$\begin{aligned} \frac{\text{ch}\tau_0 - \cos\sigma}{a} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{n \text{ch}n\tau_0}{\text{sh}n\tau_0} \cos n\sigma = \\ = -\frac{k_i}{k_e} \beta_0 \left[a \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n\tau_0} \left(1 + \frac{\text{sh}n\tau_0}{\text{ch}n\tau_0} \right) \cos n\sigma \right) + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left(1 + \text{Pe} + \frac{k_e \text{ch}n\tau_0}{k_i \text{sh}n\tau_0} \right) \cos n\sigma + A_0 - B_0 \right] - \\ - A_n \frac{\text{ch}n\tau_0}{\text{sh}n\tau_0} = \frac{k_i}{k_e} B_n, \quad C_n = -2ae^{-n\tau_0} \frac{\text{sh}n\tau_0}{\text{ch}n\tau_0} - \text{Pe} A_n. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь использовано разложение

$$z = \frac{a \text{sh}\tau}{\text{ch}\tau - \cos\sigma} = a \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n\tau} \cos n\sigma \right].$$

Ограничимся в (12) в суммах конечным числом N слагаемых, выбираемого из необходимой точности. Далее умножая (12) последовательно на $1, \cos\sigma, \cos 2\sigma, \dots, \cos N\sigma$ и интегрируя на отрезке $[0, 2\pi]$, получим N уравнений для определения N неизвестных коэффициентов $A_n, n = 1, \dots, N$. Остальные коэффициенты определяются из (12).

В итоге для определения указанных коэффициентов получим следующую систему уравнений:

$$\omega_{kn} = \left[\frac{k_e n \operatorname{ch} n \tau_0 \delta_{nk}}{2k_i \beta_0 \operatorname{sh} n \tau_0 J_k} + \left(1 + \operatorname{Pe} + \frac{k_e \operatorname{ch} n \tau_0}{k_i \operatorname{sh} n \tau_0} \right) \left(\frac{I_{nk}}{J_k} - \frac{I_{n0}}{J_0} \right) \right],$$

$$k = 1, 2, \dots, \quad m = 1, 2, \dots, \quad (13)$$

$$f_k = - \left[2a \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n \tau_0} \left(1 + \frac{\operatorname{sh} n \tau_0}{\operatorname{ch} n \tau_0} \right) \left(\frac{I_{nk}}{J_k} - \frac{I_{n0}}{J_0} \right) \right],$$

$$k = 1, 2, \dots,$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \omega_{kn} A_n = f_k, \quad I_{nk} = \int_0^{2\pi} \frac{a \cos n \sigma \cdot \cos k \sigma}{\operatorname{ch} \tau_0 - \cos \sigma} d\sigma,$$

$$J_k = \int_0^{2\pi} \frac{a \cos k \sigma}{\operatorname{ch} \tau_0 - \cos \sigma} d\sigma. \quad (14)$$

Отсюда решение запишется в виде

$$\mathbf{A} = \boldsymbol{\omega}^{-1} \mathbf{f}. \quad (15)$$

Таким образом, (11), (13), (15) решают поставленную задачу.

Рассмотрим случай $\tau_0 \ll 1$. Это приближение, когда глубина залегания включений много больше его радиуса. В этом случае решение сильно упрощается и, если ввести полярные координаты (r, θ) с центром в начале координат и полярной осью, направленной вниз, оно запишется в виде

$$A_1 = - \frac{2\beta_0 k_i}{k_e + \beta_0 [k_e + k_i (1 + \operatorname{Pe})]}, \quad B_1 = - \frac{k_e}{k_i} A_1,$$

$$C_1 = -2ae^{-\tau_0} - \operatorname{Pe} A_1 = -1 - \operatorname{Pe} A_1,$$

$$p_e = \frac{A_1}{r} \cos \theta, \quad p_i = B_1 r \cos \theta, \quad c = \frac{C_1}{r} \cos \theta. \quad (16)$$

Из полученных выражений нетрудно выписать функцию тока.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Таким образом, выражения (11), (15), а в случае $\tau_0 \ll 1$ (16) дают искомое стационарное решение в безразмерном виде. Масштабы величин даны выражениями (2). Эти выражения позволяют получить полное представление о зависимости полей и, в частности, поля скоростей от параметров задачи включая осмотическую силу.

Предположим, что градиент концентрации γ_c равен нулю. Тогда $c = c_0 = \operatorname{const}$, скорость фильтрации равна нулю и система находится в равновесии. При этом концентрация соли и давление терпят скачок на границе включения. Эти скачки, согласно третьему уравнению (5), в котором при механическом равновесии левая часть равна нулю, связаны с учетом (2) формулой

$$p_e - p_i = -\rho \frac{\partial \mu_1}{\partial c} c_0 = -\rho \frac{\partial \mu_1}{\partial c} (c_e - c_i).$$

Для слабых растворов $\frac{\partial \mu_1}{\partial c} = -RT$, и мы получаем известную формулу Вант-Гоффа

$$p_e - p_i = RT(c_e - c_i). \quad (17)$$

Давление вне включения будет исходным гидростатическим, а внутри включения будет отличаться от гидростатического на постоянную величину, определяемую уравнением Вант-Гоффа (17).

Приведем оценку скорости фильтрации и числа Пекле для следующих значений параметров:

$$k_i = 10^{-21} \text{ м}^2, \quad \eta = 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с},$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad \gamma_c = 35 \times 10^{-3} \text{ кг/(кг м)},$$

$$R = 8.3 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}, \quad T_0 = 300 \text{ К}, \quad i = 2.$$

Используя формулу

$$v_i = \frac{k}{\eta} \rho RT \frac{i}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \gamma_c$$

при $D \sim 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$, для скорости фильтрации, коэффициента химического осмоса и числа Пекле получим оценки

$$v_i \sim 6 \times 10^{-11} \text{ м/с} = 2 \times 10^{-3} \text{ м/год},$$

$$K_f \sim 5.5 \times 10^{-2} \text{ м}^2/\text{год} = 1.5 \times 10^{-4} \text{ м}^2/\text{сут},$$

$$\operatorname{Pe} = \frac{v_i l_0}{D} \sim 10^{-1}.$$

Эти оценки получены для очень низкой проницаемости, равной нанодарси. Если проницаемость взять на два-три порядка выше, то и осмотическая скорость (соответственно и коэффициент осмоса) будет на два-три порядка выше. С другой стороны, сделанные оценки соответствуют случаю, когда мембранные свойства идеальные. Поэтому для оценки снизу для осмотической скорости в данных условиях можно принять величину на порядок ниже.

На рис. 2 показаны линии тока раствора в рассматриваемой пористой среде. Во включении естественно течет только растворитель в силу его полупроницаемости. Из рис. 2 следует, что во включении линии тока представляют собой почти вертикальные отрезки, вдоль которых растворитель движется вверх. Вне включения раствор движется вниз, образуя в итоге либо непосредственно замкнутые линии тока, либо линии тока, замыкающиеся с помощью вышележащего слоя соленой воды.

Величина скорости воды во включении (как и в конвективной ячейке в целом), как показывают расчеты, с ростом глубины его залегания увеличивается, стремясь к предельному значению. С увеличением числа Пекле скорость конвекции в рассматриваемом первом приближении уменьшается. Это связано с тем, что рост числа Пекле

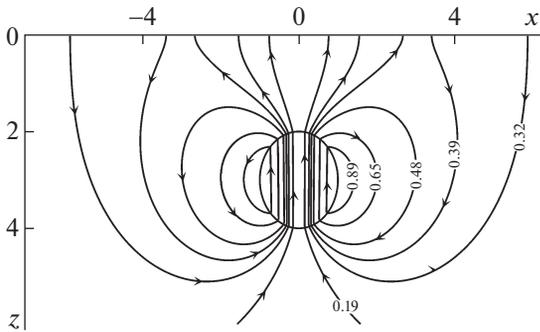


Рис. 2. Линии тока. Шкала уровней нормирована.

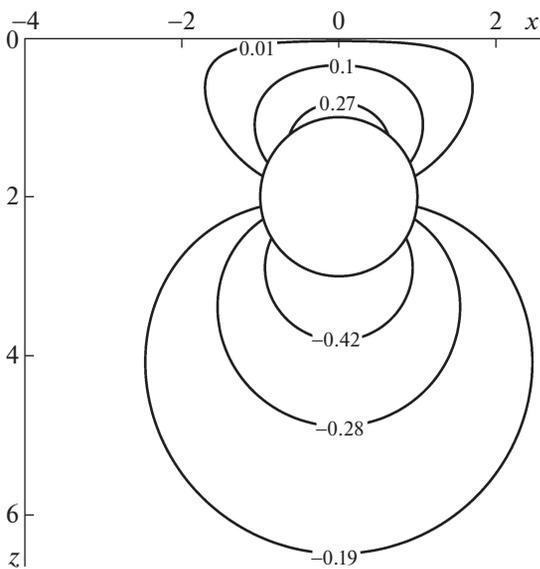


Рис. 3. Линии уровня возмущения поля концентрации соли.

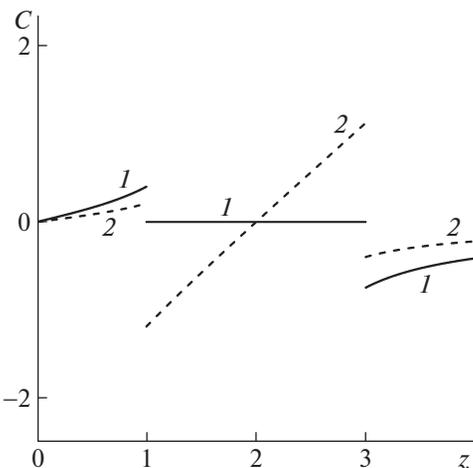


Рис. 4. Распределение возмущений концентрации (1) и надгидростатического давления (2) с глубиной вдоль оси симметрии включения.

способствует выравниванию концентраций соли над и под включением, тем самым уменьшая осмотическую движущую силу. Скорость конвекции растет с ростом проницаемости включений (оставаясь достаточно малой) при фиксированных значениях прочих параметров.

Рисунок 3 демонстрирует линии уровня возмущений начального линейного распределения концентраций. Видно, что возмущение концентрации соли над включением выше, чем под ним, что и приводит к возникновению осмотической конвекции.

Рисунок 4 показывает распределения возмущений концентрации (1) и надгидростатического давления (2) с глубиной вдоль оси симметрии включения. Здесь давление над включением отличается от истинного на постоянную величину (для наглядности).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве приложения ранее предложенной авторами обобщенной математической модели движения растворов в среде с полупроницаемыми включениями [10] решена новая задача об осмотической конвекции, которая может иметь практическое значение. Найдено аналитическое нелинейное стационарное решение задачи в первом приближении по градиенту концентрации соли. Приведены иллюстрации свойств осмотической конвекции. Полученное решение может иметь разные приложения, и, в частности, как одно из возможных объяснений парадоксального явления “непотопляемости” тяжелых пористых конкреций в осадочном слое на дне океана [13]. Используемая здесь обобщенная модель [10] может быть применена при моделировании процессов деградации ПММП, содержащих газогидратные скопления, процессов миграции расплава–раствора в мантии Земли и т.д.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены за счет средств государственных заданий: №121121700223-8 Института проблем геотермии фил. ОИВТ РАН, № FMWE-2021-0004 Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kemper W.D.* Movement of water as effected by free energy and pressure gradients: II. Experimental analysis of porous systems in which free energy and pressure gradients act in opposite directions // *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* 1961. V. 25. P. 260–265.
2. *Рельтов Б.Ф., Новицкая Н.А.* Осмотические явления в связанных грунтах при неравномерном их засолении // *Изв. ВНИИГ.* 1954. Т. 51. С. 94–122.

3. *Dirksen C.* Thermo-osmosis through compacted saturated clay membranes // *Soil Sci. Soc. Am. J.* 1969. V. 33. P. 821–826.
4. *Grundl T., Michalski P.* Electroosmotically driven water flow in sediments // *Water Res.* 1996. 301811–818.
5. *Воронкевич С.Д., Емельянов С.Н., Сергеев В.И.* Исследование фильтрационно-осмотических процессов при создании плотных защитных экранов // *Задачи механики природных процессов.* М.: Изд-во МГУ, 1983. С. 47–63.
6. *Soler J.M.* The effect of coupled transport phenomena in the Opalinus Clay and implications for radionuclide transport // *J. Contaminant Hydrology.* 2001. V. 53. P. 63–84.
7. *Graham J., Tanaka N., Crilly T., Alfaro M.* Modified Cam-Clay modeling of temperature effects in clays // *Can. Geotech. J.* 2001. V. 38. P. 608–621.
8. *Srivastava R.C., Avasthi P.K.* Non-equilibrium thermodynamics of thermo-osmosis of water through kaolinite // *J. Hydrol.* 1975. V. 24. P. 111–120.
9. *Keijzer Th.J.S., Loch J.P.G.* Chemical osmosis in compacted dredging sludge // *Soil. Sci. Soc. Am. J.* 2001. V. 65. P. 1045–1055.
10. *Рамазанов М.М., Каракин А.В., Лобковский Л.И.* Математическая модель движения растворов с учетом осмотического эффекта // *ДАН.* 2019. Т. 489. № 1. С. 75–79.
11. *Keijzer Th.J.S.* Chemical osmosis in natural clayey materials. *Geologica Ultraiectina* №196. Ph.D. thesis, Utrecht University. 2000. 170 p.
12. *Malusis M.A., Shackelford C.D., Olsen H.W.* A laboratory apparatus to measure chemico- osmotic efficiency coefficients for clay soils // *Geotechnical Testing Journal.* 2001. V. 24. P. 229–242.
13. *Рамазанов М.М., Каракин А.В.* Эффект “непотопляемости” конкреций на дне океана // *Физика Земли.* 2018. № 2. С. 205–210.
14. *Баренблатт Г.И., Батурич Г.Н.* О “непотопляемости” железомарганцевых конкреций и некоторых особенностях придонного слоя океана // *ДАН.* 1989. Т. 308. № 1. С. 183–188.
15. *Батурич Г.Н.* Геохимия железомарганцевых конкреций океана. М.: Наука, 1968. 328 с.
16. *Watson E.B.* Melt infiltration and magma evolution // *Geology.* 1982. V. 10. P. 236–240.
17. *Hammouda T., Laporte D.* Ultrafast mantle impregnation by carbonatite melts // *Geology.* 2000. V. 28. P. 283–285.
18. *Шацкий А.Ф., Лутасов К.Д.* Условия образования карбонатов и механизм миграции карбонатных расплавов в мантии Земли. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2015. 247 с.
19. *Shakhova N., Semiletov I., Dudarev O., Mazurov A.K., Charkin A., Salyuk A., Kosmach D., Karnaukh V., Chernykh D., Gustafsson O., Sergienko V., Lobkovsky L., Ananiev R., Dmitrevsky N., Meluzov A., Tumskoy V., Koshurnikov A., Gunar A., Grigoriev M.* Current rates and mechanisms of subsea permafrost degradation in the east siberian Arctic shelf // *Nature Communications.* 2017. V. 8. P. 15872.
20. *Chuvilin E.M.* Migration of ions of chemical elements in freezing and frozen soils // *Polar Record.* 1999. V. 35. № 192. P. 59–66.

OSMOTIC CONVECTION

M. M. Ramazanov^a, N. S. Bulgakova^{a,b}, and Academician of the RAS L. I. Lobkovskiy^{c,d}

^a*Institute for Geothermal Research and Renewable Energy, Branch of Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences, Makhachkala, Russia*

^b*Dagestan State Institute of National Economy, Makhachkala, Russia*

^c*Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

^d*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region, Russia*

A new problem has been solved of osmotic convection in a vertical permeable half-plane containing a semi-permeable inclusion in the form of a circle. To accomplish the task, the authors suggest a mathematical model of the solutions movement with osmotic effect in a porous medium with semipermeable inclusions, and the method of a small parameter. The properties of osmotic convection have been investigated, and the corresponding illustrations have been presented.

Keywords: osmosis, osmotic convection, solution movement, generalized mathematical model, semi-permeable inclusion