—— ФИЗИКА ——

УДК 534.01:539.6

МОДЕЛЬ ВСПЛЫТИЯ ПОДВОДНОГО ТРУБОПРОВОДА

© 2022 г. Член-корреспондент РАН М. А. Ильгамов^{1,2,3,*}

Поступило 12.01.2022 г. После доработки 12.01.2022 г. Принято к публикации 28.01.2022 г.

Разработана простейшая модель всплытия пролета подводного трубопровода между двумя опорами. Учитываются вес трубопровода с транспортируемой средой, выталкивающая сила воды, поперечные распределенные силы, обусловленные давлениями на внутреннюю и внешнюю поверхности, изменением кривизны осевой линии при изгибе, а также уменьшение давления воды и газа на стенки трубы при ее подъеме. Рассматривается линейный статический изгиб. Модель описывает подъем трубопровода до положения, когда его верхняя часть совпадает с поверхностью воды. Определены условия всплытия трубопровода.

Ключевые слова: подводный трубопровод, давления воды и газа, изгиб, критерий всплытия **DOI:** 10.31857/S2686740022030087

1. Анализ явления всплытия трубопровода, более тяжелого, чем выталкивающая сила воды, является важным с практической точки зрения [1-4]. Такое равновесное состояние сооружения является недопустимым для его безопасной эксплуатации. Причинами этого подъема являются температурное удлинение в результате сезонного нагрева воды, изменения температуры перекачиваемого газа, повреждение балластной части трубы, изменение рельефа дна (подъем, опускание, сдвиги), донных течений и т.д. Наиболее благоприятные условия для всплытия трубопровода возникают при одновременной реализации указанных факторов. Возможно, изучены еще не все частные механизмы, приводящие к рассматриваемому обстоятельству. Один из таких механизмов рассматривается в настоящей работе.

Конструкция трубопроводов, состоящих из слоистых (концентрических) труб, обеспечивает хорошие балластные, теплоизоляционные и антикоррозионные свойства [5–7], частично защищает от механических повреждений, пластических деформаций [8], трещинообразования [9]. В указанных работах анализируются эти свойства, приводится обширный обзор литературы.

¹Институт машиноведения им А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия

²Башкирский государственный университет, Уфа, Россия

Большое внимание уделено анализу прочности и продольной устойчивости трубопровода при различных условиях опирания на земле, под землей, под водой [10–16]. Подъем трубопровода на вибрирующих опорах изучен в [17]. Рассматривается влияние начальной кривизны осевой линии, температурного удлинения трубопровода на его изгиб и выпучивание. Развиваются аналитические и численные методы исследований. Задачи изгиба трубопровода ставятся в линейной и нелинейной постановке. Во всех этих работах принимаются допущения о том, что при изгибе трубопровода поперечное сечение его остается плоским, круговая форма не меняется, напряжения в поперечном направлении малы по сравнению с ними в продольном направлении. Отметим, что такие же допущения принимаются при анализе деформации сверхпроводящего кабеля, который имеет слоистую структуру [18].

2. На рис. 1 приводится схема пролета трубопровода длиной L между двумя опорами на дне водоема глубиной H. Опоры находятся на одном уровне, допускают свободный поворот и скольжение без сопротивления. Допущение $LH^{-1} > 10$ позволяет ограничиться линейным уравнением изгиба. Более полный анализ поведения пролета трубопровода включает учет начального искривления осевой линии, его взаимодействия с участками за опорами и упругих нелинейностей. Однако эти факторы не вносят качественных изменений в полученные результаты данной работы. При необходимости они могут быть учтены.

³Институт механики Уфимского исследовательского центра, Уфа, Россия

^{*}E-mail: ilgamov@anrb.ru



Рис. 1. Схема подводного трубопровода.

В уравнении изгиба относительно прогиба *w*(*x*)

$$D\frac{d^{4}w}{dx^{4}} = q, \quad g\rho F = 2\pi g \sum_{n=1}^{N} \rho_{n} R_{n} h_{n},$$

$$D = \pi \sum_{n=1}^{N} E_{n} R_{n}^{3} h_{n},$$
 (1)

за положительные значения *w* и распределенной поперечной силы *q* примем направление вверх. Вес *g*р*F* трубы единичной длины из *N* концентрических оболочек и ее эффективная изгибная жесткость *D* определяются обычным образом (как и в других конструкциях для слоистой круглой трубчатой балки [18]). Здесь R_n – средний радиус *n*-го слоя толщиной h_n ($h_n \ll R_n$), ρ_n , E_n – плотность и модуль упругости, g – земное ускорение. При определении *D* предполагается, что слои жестко скреплены между собой и при изгибе поперечное сечение остается плоской поверхностью.

Распределенная поперечная сила q равна

$$q = -g\left(\rho F + \rho_{gw}F_g\right) + g\rho_l F_l + q_w, \qquad (2)$$

где первые два члена представляют собой вес трубы и транспортируемого газа с плотностями ρ и ρ_{gw} и площадями поперечного сечения *F* и *F*_g, третий — выталкивающая сила воды плотностью ρ_l и площадью поперечного сечения слоистой трубы *F*_l. Плотность ρ_l не меняется с изгибом трубопровода. Плотность газа ρ_{gw} , соответствующая прогибу *w*, изменяется по изотермическому закону $\rho_{gw}\rho_g^{-1} = p_{gw}p_g^{-1}$, где p_g , ρ_g — давление и плотность на уровне опор (z = 0), p_{gw} , $\rho_{gw} -$ эти величины при z = w.

Значения плотности транспортируемого газа ρ_g меняются в широких пределах. В случае легких газов (при температуре 20°С плотность водорода 0.09 кг · м⁻³, гелия — 0.18 кг · м⁻³) второй член в скобках (2) мал по сравнению с первым даже при давлении порядка 10 МПа. Однако влияние давления p_{gw} может быть существенным. В случае природного газа ($\rho_g = 0.8 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$), бутана ($\rho_g = 2.7 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$)

и т.д., находящихся при указанных давлениях, необходимо учитывать влияние их веса на изгиб.

При определении давления p_{gw} на уровне z = wпримем приближенно $p_{gw} = p_g - g\rho_{gw}w$. Это допустимо ввиду поправочного характера этого уменьшения давления газа по высоте порядка 10^3 м (как известно из аэростатики, плотность газа уменьшается на 1% на высоте 10^2 м). Тогда с учетом приведенной выше связи $p_{gw}(\rho_{gw})$ имеем

$$\frac{\rho_{gw}}{\rho_g} \approx 1 - \frac{g\rho_g w}{p_g}, \quad \frac{p_{gw}}{p_g} \approx 1 - \frac{g\rho_g w}{p_g}.$$
(3)

Отметим, при w = 100 м и атмосферных значениях параметров при температуре 20°С по (3) получаем уменьшение ρ_{gw} , p_{gw} на 1%. Давление воды по высоте изменяется по закону

$$p_{lw} = g\rho_l(H - w). \tag{4}$$

Последний член в (2) представляет собой распределенную поперечную силу, возникающую в результате изгиба трубы. При этом площади в областях растяжения и сжатия стенок трубы в продольном направлении соответственно увеличиваются и уменьшаются. Так как на них действует одинаковое давление, то это приводит к появлению поперечной силы [19]

$$q_{w} = -p_{gw}F_{g}\frac{d^{2}w}{dx^{2}} + p_{lw}F_{l}\frac{d^{2}w}{dx^{2}}.$$
 (5)

Сила на внутренней поверхности (первый член в (5)) направлена в сторону выпуклости осевой линии (при изгибе, показанном на рис. 1, вверх), на внешней поверхности — в сторону вогнутости (вниз).

Оценим влияние скорости движения газа на изгиб. Критическая комбинация давления p_g и скорости движения V равна

$$p_g + \rho_g V^2 = \frac{\pi D}{R_g^2 L^2}$$

При $p_g = 10$ МПа, $\rho_g = 10^2$ кг/м³, V = 30 м/с второй член в левой части равенства меньше первого более чем в 100 раз. Поэтому в составе поперечной силы (2), (4) влияние скорости движения газа не учтено. Так как рассматриваются равновесные состояния изогнутого трубопровода в воде, то силы инерции и возможное внешнее обтекание не учитываются.

Подставляя (2)-(5) в уравнение (1), получаем

$$\frac{d^4 w}{d\xi^4} + \alpha \frac{d^2 w}{d\xi^2} + \beta w + \mu w \frac{d^2 w}{d\xi^2} = \gamma,$$

$$\alpha = \frac{p_g F_g - p_l F_l}{P_*},$$

$$\beta = -\frac{g^2 \rho_g^2 F_g L^2}{\pi^2 p_e P_*}, \quad \mu = \frac{g L \left(\rho_l F_l - \rho_g F_g\right)}{P_*},$$
(6)

$$\gamma = \frac{gL(\rho_l F_l - \rho F - \rho_g F_g)}{\pi^2 P_*}, \quad P_* = \frac{\pi^2 D}{L^2}, \quad \xi = \frac{\pi x}{L},$$

где прогиб w отнесен к длине L. Параметры α , β , μ , γ и члены уравнения (6) являются безразмерными. Параметр α характеризует влияние давлений газа и воды на изгиб трубопровода, параметры β и μ — влияние уменьшения веса газа и его давления на стенку трубы с подъемом на величину w, параметр γ представляет собой разность подъемной силы воды (Архимедовой силы) и веса трубопровода, P_* — критическая сила, приводящая к изгибу трубы при осевом сжатии (Эйлерова сила).

Решение уравнения (6), удовлетворяющее условиям $w = d^2 w/d\xi^2 = 0$ ($\xi = 0,\pi$), будем искать в виде ряда sin $n\xi$, где n = 1, 3, ..., ввиду симметрии изгиба относительно середины ($\xi = 1/2$). Этот ряд быстро сходится. Например, при $\alpha = \beta = \mu = 0$ сходимость n^{-5} . Поэтому ограничиваемся применением только члена w = Wsin ξ . Подставив его в (6), умножив на sin ξ и проинтегрировав в пределах от 0 до π , получаем уравнение относительно прогиба в середине пролета:

$$W^{2} - \frac{3\pi(1 - \alpha + \beta)}{8\mu}W + \frac{3\gamma}{2\mu} = 0,$$
 (7)

решение которого

$$W = \frac{3\pi(1-\alpha+\beta)}{16\mu} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{128\mu\gamma}{3\pi^2(1-\alpha+\beta)^2}}\right).$$
 (8)

3. В случае малого отношения глубины H водоема к пролету L между опорами можно не учитывать изменение поперечной силы, зависящей от давления газа и воды, а также от прогиба. Кроме того, по постановке задачи максимальное значение безразмерного прогиба равно $w = (H - R_l)L^{-1}$. Поэтому отношение первого члена в (7) к третьему составляет приближенно $\pi^2 H L^{-1}$. С такой погрешностью первый член в (7) может быть опущен. При этом безразмерный прогиб середины пролета равен

$$W = \frac{4\gamma}{\pi(1 - \alpha + \beta)}.$$
(9)

Как следует из (9), подъем (W > 0) может быть только при превышении подъемной силы воды над весом трубопровода ($\gamma > 0$). При этом превышение давления газа над давлением воды на уровне опор ($\alpha > 0$) приводит к большему подъему, а при $\alpha < 0 - \kappa$ меньшему подъему. Равенство $\alpha - \beta = 1$ дает критическую комбинацию параметров, при которой решение (9) неограниченно возрастает. Для рассмотрения решения при $\alpha - \beta \ge 1$ требуется учет нелинейности деформирования трубы, что не входит в круг вопросов данной работы. Поэтому будем рассматривать только случай $\alpha - \beta < 1$.

Определим комбинацию входных параметров, при которой происходит всплытие трубопровода, т.е. безразмерный прогиб равен $W = (H - R_l)L^{-1}$. Из (9) получаем

$$4L\gamma = \pi (H - R_l)(1 - \alpha + \beta). \tag{10}$$

В случае легких газов ($\beta \ll 1$) необходимое превышение Архимедовой силы $\rho_l F_l$ над весом ρF через исходные параметры равно

$$\rho_l F_l - \rho F \approx \frac{\pi^3 H}{4gL^2} \left(\frac{\pi^2 D}{L^2} + g \rho_l H F_l - p_g F_g \right).$$
(11)

Таким образом, чем больше давление газа p_g , тем меньше необходимая разность сил $\rho_l F_l - \rho F$ для всплытия трубопровода. Кроме того, эта разность уменьшается с уменьшением изгибной жесткости *D* и глубины водоема *H*, с увеличением длины пролета *L* между опорами. При давлении газа

$$p_g = \frac{\pi^2 D}{L^2 F_g} + \frac{g \rho_l H F_l}{F_g}$$
(12)

всплытие происходит и при нулевой плавучести. Согласно (11) это может происходить и при превышении давления p_g , определяемого формулой (12), когда вес трубопровода больше подъемной силы воды. Это не противоречит и решению (9), где в этом случае $\alpha > 1$, $\gamma < 0$. Однако для более точного определения условия всплытия необходимо учитывать упругую нелинейность трубы и возможные продольные перемещения на опорах. Отметим, что согласно (12) давление газа p_g идет на преодоление изгибной жесткости трубы длиной L и давления воды $p_i = g\rho_i H$ (соответствует в (5) второму члену в правой части и второму члену в составе α в (6)).

4. В предыдущем анализе не учитывалось увеличение поперечной силы с поднятием трубопровода. Теперь учтем этот фактор (параметр µ). При малой разнице между весом трубопровода и подъемной силой воды, считая второй член под корнем в (8) меньше единицы, сохраним три члена в разложении в степенной ряд. Верхний знак перед корнем дает результат, не имеющий физического смысла. С учетом нижнего знака получаем

$$W \approx \frac{4\gamma}{\pi(1-\alpha+\beta)} \left(1 + \frac{\mu\gamma}{(1-\alpha+\beta)^2}\right).$$
(13)



Рис. 2. Безразмерный прогиб *W* середины пролета в случае легкого газа ($\beta \ll 1$) в зависимости от безразмерного параметра подъемной силы γ . Кривые *1, 2, 3* соответствуют формулам (9), (13), (8), в которых принято $\alpha = 0.5$, $\mu = 5$.

Здесь первый член совпадает с линейным решением (9).

Из рис. 2 следует, что при значениях параметра $\gamma < 0.003$ все три решения совпадают. С повышением значения γ эти решения расходятся. Важный результат состоит в том, что учет убывания внешнего давления с поднятием трубопровода (параметр μ) и соответствующего решения нелинейного уравнения (8) показывает всплытие при меньших значениях γ .

В соответствии с (8) условием поднятия трубопровода (W > 0) являются неравенства

$$\frac{1-\alpha+\beta}{\mu} > 0, \quad \frac{4.3\mu\gamma}{\left(1-\alpha+\beta\right)^2} < 1.$$
 (14)

Как было указано выше, $1 - \alpha + \beta > 0$. Поэтому по первому неравенству должно быть $\mu > 0$ или $\rho_l F_l > \rho_g F_g$, что практически всегда выполняется. Второе неравенство (14) дает комбинацию параметров для W > 0. Чем больше внутреннее давление (параметр α) и уменьшение внешнего давления при подъеме (параметр μ), тем меньше может быть превышение подъемной силы над весом трубопровода (γ).

Отношение подъема при учете параметра μ (13) и без его учета (9) равно 1 + $\mu\gamma(1 - \alpha + \beta)^{-2}$. В исходных параметрах оно равно

$$\frac{W(\mu \neq 0)}{W(\mu = 0)} \approx 1 +
+ \frac{g^2 L^2 \left(\rho_l F_l - \rho_g F_g\right) \left(\rho_l F_l - \rho F - \rho_g F_g\right)}{\pi (P_* + p_l F_l - p_g F_g + g^2 \rho_g^2 F_g L^2 (\pi p_g)^{-1})^2}.$$
(15)

Так как по (6) $P_* = \pi^2 D L^{-2}$, то в знаменателе (15) $(\pi^3 D_E L^{-2})^2$, где $D_E - эффективная$ изгибная жест-

кость. В числителе можно ввести эффективную поперечную силу P_E . Таким образом, P_E зависит от плотностей воды и газа и радиусов контактных поверхностей, а D_E – кроме истинной изгибной жесткости слоистого трубопровода D, также от давления и плотностей сред. При $\rho_g = 0$, $p_g = 0$ имеем более наглядное значение

$$D_E = D + \pi^{-2} g \rho_l F_l L^2 H$$

5. Приведенное уточнение поперечной распределенной силы на подводный трубопровод между двумя опорами при его подъеме дает возможность больше приблизиться к описанию реальной картины. Соотношением между весом трубопровода и подъемной силой воды определяется характер изгиба (знак безразмерного параметра у в (6)). Силы, зависящие от прогиба, можно трактовать как вклад в эффективную изгибную жесткость D_E , которая в зависимости от входных параметров может быть больше или меньше, чем истинная изгибная жесткость *D* слоистой трубы. Преобладание давления газа над давлением воды $(\alpha > 0)$ приводит к уменьшению D_E и увеличению прогиба (к большему подъему). При $\alpha < 0$ проис-ходит увеличение D_E и уменьшение прогиба. Уменьшение плотности газа в поднятых участках трубопровода по сравнению с плотностью газа на уровне опор ($\beta > 0$) приводит к уменьшению прогиба.

Использование только приведенной модели без привлечения других факторов, о чем сказано в начале статьи, не позволяет проводить приемлемый анализ реальных происшествий, например, всплытия обетонированного газового трубопровода "Бованенково–Ухта-2" через Байдарацкую губу (залив Карского моря, лето 2021 года, H = 20 м, $R_g = 0.6$ м, $p_g = 12$ МПа). Однако некоторые практически трудно определяемые величины могут быть оценены. Например, в предположении постоянной глубины H и известных других данных может быть определена длина L поднятой части трубопровода по формулам (10), (11).

Приведенная модель всплытия может быть обобщена с учетом упругой нелинейности трубопровода и податливости опор, его температурного расширения, колебаний давления газа с частотой работы перекачивающих станций.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-00578.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астафьев В.Н. Проектирование подводных трубопроводов в условиях арктических морей. Уфа: УГНТУ, 2000. 76 с.

ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. ФИЗИКА, ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ том 504 2022

- 2. *Palmer A.C., King R.A.* Subsea pipeline engineering. Oklahoma: PWC, 2004. 570 p.
- 3. *Мансуров М.Н., Черний В.П.* Методы расчета морских трубопроводов на прочность и устойчивость // Газовая промышленность. 2005. № 4. С. 47–51.
- 4. Лаптева Т.И., Мансуров М.Н. Сравнительный анализ устойчивости морских и сухопутных трубопроводов // Газовая промышленность. 2009. № 4. С. 37–40.
- Bi K., Hao H. Using pipe-in-pipe systems for subsea pipeline vibration control // Engineering Structures. 2016. V. 109. P. 75–84. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.11.018
- Davaripour F., Quinton B.W.T., Pike K. Effect of damage progression on the plastic capacity of a subsea pipeline // Ocean Engineering. 2021. V. 234. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109118
- Cheng A., Chen N.-Z. Corrosion fatigue crack growth modelling for subsea pipeline steels // Ocean Engineering. 2017. V. 142. P. 10–19. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.06.057
- 8. *Айнбиндер А.Б.* Расчет магистральных и промысловых трубопроводов на прочность и устойчивость: Справочное пособие. М.: Недра, 1991. 287 с.
- 9. Зарипов Р.М., Коробков Г.Е., Чичелов В.А. Универсальный метод расчета на прочность магистральных трубопроводов // Газовая промышленность. 1998. № 4. С. 44–45.
- Коробков Г.Е., Зарипов Р.М., Шаммазов И.А. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния и устойчивости трубопроводов в осложненных условиях эксплуатации. СПб.: Недра, 2009. 410 с.
- 11. *Peek R., Yun H.* Flotation to trigger lateral buckles in pipelines on a flat seabed // Journal of Engineering Mechanics. 2007. V. 4. P. 442–451.

https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:4(442)

- Hong Z., Liu R., Liu W., Yan S. Study on lateral buckling characteristics of a submarine pipeline with a single arch symmetric initial imperfection // Ocean Engineering. 2015. V. 108. P. 21–32. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.07.049
- Chee J., Walker A., White D. Controlling lateral buckling of subsea pipeline with sinusoidal shape pre-deformation // Ocean Engineering. 2018. V. 151. P. 170– 190. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2018.01.024
- Wang Z., Tang Y. Study on symmetric buckling mode triggered by dual distributed buoyancy sections for subsea pipelines // Ocean Engineering. 2020. V. 216. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.108019
- 15. *Chen Y., Dong S., et al.* Buckling analysis of subsea pipeline with idealized corrosion defects using homotopy analysis method // Ocean Engineering. 2021. V. 234. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.108865
- Wang Z., Tang Y., Guedes S.C. Imperfection study on lateral thermal buckling of subsea pipeline triggered by a distributed buoyancy section // Marine Structures. 2021. V. 76. https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2020.102916
- 17. Ильгамов М.А., Шакирьянов М.М. Положения динамического равновесия изогнутого трубопровода с вибрирующими опорами // ДАН. 2021. № 1. С. 55–59. https://doi.org/10.31857/S2686740021010053
- Ilgamov M.A., Ratrout R.A. Large deflection of superconducting cable // International Journal of Nonlinear Mechanics. 1999. V. 34. № 5. P. 869–880. https://doi.org/10.1016/S0020-7462(98)00059-6
- 19. *Ilgamov M.A.* Static Problems of Hydroelasticity. M.: Fizmatlit, 1998. 208 p.

MODEL OF UNDERWATER PIPELINE FLOTATION

Corresponding Member of RAS M. A. Ilgamov^{a,b,c}

^aA.A. Blagonravov Institute of Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

^bBashkir State University, Ufa, Russia

^cInstitute of Mechanics, UFIC of the Russian Academy of Sciences, Ufa, Russia

The simplest model of a span flotation of an underwater pipeline between two supports has been developed. The weight of the pipeline with the transported medium, the buoyancy force of the water, the transverse distributed forces caused by the pressures on the inner and outer surfaces, the change in the curvature of the center line during bending, as well as the decrease in the pressure of water and gas on the pipe walls during its rise are taken into account. Linear static bending is considered. The model describes the rise of the pipeline to a position that coincides with its upper part with the surface of the water. The conditions for the flotation of the pipeline have been determined.

Keywords: underwater pipeline, water and gas pressures, bend, flotation criterion

14