УДК 534.6.08

# МЕТОД ГЕНЕРАЦИИ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА В ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ АЭРОАКУСТИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ

© 2022 г. М. А. Демьянов<sup>1,\*</sup>

Поступило 25.04.2022 г. После доработки 12.05.2022 г. Принято к публикации 12.05.2022 г.

Рассмотрена задача нахождения амплитуд акустических источников по данным синхронных многомикрофонных измерений акустического поля. Предложен метод, основанный на построении линейного оператора, переводящего Фурье-образы сигналов с микрофонов в амплитуды источников. Метод верифицирован на тестовых примерах локализации монопольных и дипольных источников, произведено сравнение акустических карт локализации, полученных разработанным методом и стандартным алгоритмом бимформинг. Исследованы возможности дальнейшего развития разработанной методологии.

Ключевые слова: фазированная антенна, бимформинг, акустические источники

DOI: 10.31857/S2686740022050078

#### введение

Для определения положений и амплитуд источников звука в аэроакустическом эксперименте используют методы, основанные на фазированных микрофонных решетках (акустических антеннах) [1]. Методология применения фазированных микрофонных решеток в аэроакустике получила название бимформинг [2]. Для определения поля амплитуд источников по данным микрофонных измерений необходимо решить обратную задачу, которая в корреляционной постановке имеет вид

$$\overline{p_i p_j^*} = \sum_{k=1,p=1}^{N_s} G_{ik} \overline{a_k a_p^*} G_{jp}^*, \qquad (1)$$

где  $p_i - \Phi$ урье-образ давления на *i*-м микрофоне,  $a_k$  – неизвестные амплитуды источников,  $G_{ik}$  – функция Грина источников,  $\overline{\bullet}$  – осреднение по реализациям измерений.

Для решения системы (1) существуют различные алгоритмы [3–12], которые отличаются используемыми моделью источников и характером распространения акустического излучения в среде, заложенными в функцию Грина  $G_{ik}$ , а также дополнительными предположениями относительно вида корреляционных характеристик источников.

В данной работе разработан иной подход к задаче идентификации акустических источников. Сначала производится выбор интерпретационной модели источников (рассматривается вопрос о том, что конкретно следует понимать под *i*-м источником — какие сигналы і-й источник индуцирует на микрофонах решетки). При этом выбранный набор источников должен образовывать полную систему индуцируемых давлений на микрофонах решетки. Далее, методом минимизации невязки, определяется линейный оператор, позволяющий наиболее точно восстановить каждый отдельный единичный источник по индуцируемым им сигналам на микрофонах решетки. После этого сгенерированный линейный оператор может быть использован для разложения произвольного акустического поля по выбранному набору источников. Таким образом, удается определить амплитуды источников по данным многомикрофонных измерений.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского,

Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: demyanov@phystech.edu

Разработанный метод был верифицирован на тестовых примерах локализации монопольных и дипольных источников. Произведено сравнение акустических карт локализации, полученных разработанным методом и стандартным алгоритмом бимформинг. Показано, что разработанный метод имеет больший динамический диапазон в сравнении со стандартным алгоритмом бимформинг.

#### МЕТОД ГЕНЕРАЦИИ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА

Понятие акустического источника естественно возникает при рассмотрении физической модели явления. При этом имеется неоднозначность в математическом представлении поля источников. Примером такой неоднозначности, в частности, является наличие множества акустических аналогий [13-15]. Поэтому выбор типа источников относится к вопросу интерпретации рассматриваемого аэроакустического процесса. Например, при обработке микрофонных измерений алгоритмом бимформинг в простейшем случае под источником понимается монопольный (всенаправленный) источник - такой подход вполне уместен, когда используют плоскую микрофонную решетку и пытаются определить направление наиболее интенсивного приходящего излучения. Другой пример – акустическое поле, имеющее дипольный тип и излучаемое нестационарным течением, обтекающим твердые тела [16, 17], в таком случае уместно использовать в алгоритме дипольную модель источников, хотя подобное поле можно представить и парой противофазных монополей. Таким образом, исследователь вправе сам разумным образом выбирать, что стоит в конкретном случае понимать под источником и на каком уровне абстракции следует его рассматривать, при этом имея бесчисленное множество математически эквивалентных трактовок.

По этой причине в данной работе не рассматривается вопрос о конкретном виде источников, заложенных в модель разработанного метода. Это придает определенную общность применимости метода к различным прикладным задачам.

Перейдем непосредственно к описанию разработанного метода. Обозначим вектор Фурье-образов давлений *P*, измеренных массивом микрофонов:

$$P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{N_m} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где  $p_i - \Phi$ урье-образ давления на *i*-м микрофоне решетки,  $N_m$  – количество микрофонов в решетке.

Нужно найти такой линейный (считаем, что процесс распространения звука описывается линейным волновым уравнением) оператор B (для простоты не будем разделять понятие линейного оператора от его матрицы и оба объекта будем обозначать одной буквой), чтобы выполнялось соотношение:

$$A = BP, \tag{3}$$

где А – вектор неизвестных амплитуд источников.

Для нахождения оператора *B* рассмотрим следующую схему: пусть  $\tilde{P}_1$  – давление, индуцируемое тем, что мы понимаем под первым источником, имеющим единичную амплитуду,  $\tilde{P}_2$  – вторым единичным источником, и так далее до  $\tilde{P}_{N_s}$ .  $N_s$  – количество моделируемых источников. Таким образом, наложим на оператор *B* требования:

$$\begin{pmatrix} 1\\0\\\vdots\\0 \end{pmatrix} = B\widetilde{P}_{1}, \quad \begin{pmatrix} 0\\1\\\vdots\\0 \end{pmatrix} = B\widetilde{P}_{2}, \dots, \begin{pmatrix} 0\\0\\\vdots\\1 \end{pmatrix} = B\widetilde{P}_{N_{s}}. \quad (4)$$

Далее решим задачу минимизации:

$$\sum_{i=1}^{N_s} \left\| \widetilde{A}_i - B \widetilde{P}_i \right\|_2^2 \xrightarrow{\{B_{lk}\}_{l,k=1}^{l=N_s,k=N_m}} \min, \quad (5)$$
  
rde  $\widetilde{A}_1 = \begin{pmatrix} 1\\0\\\vdots\\0 \end{pmatrix}, \quad \widetilde{A}_2 = \begin{pmatrix} 0\\1\\\vdots\\0 \end{pmatrix}, \quad \dots, \quad \widetilde{A}_{N_s} = \begin{pmatrix} 0\\0\\\vdots\\1 \end{pmatrix}.$ 

Для случая квадратичной нормы, фигурирующей в функционале (5), ответ записывается в виде

$$B = \left(\sum_{i=1}^{N_s} A_i \widetilde{P}_i^H\right) \left(\sum_{i=1}^{N_s} \widetilde{P}_i \widetilde{P}_i^H\right)^{-1}.$$
 (6)

Входящая в выражение (6) матрица  $\sum_{i=1}^{N_s} \widetilde{P}_i \widetilde{P}_i^H$  об-

ратима, если  $N_s \ge N_m$  и среди  $\{\widetilde{P}_i\}_{i=1}^{N_s}$  есть система из  $N_m$  линейно независимых векторов (столбцов).

### ВЕРИФИКАЦИЯ МЕТОДА

Разработанный метод был верифицирован на тестовых примерах распознавания монопольных и дипольных акустических источников.

В рассмотренных тестовых примерах конфигурация виртуальной микрофонной решетки соответствовала плоской микрофонной решетке,



Рис. 1. Координаты микрофонов виртуальной плоской микрофонной решетки.

имеющейся в распоряжении НИО-9 в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ.

Во всех представленных случаях источники размещались в плоскости, параллельной плоскости микрофонной решетки, на расстоянии 1 м.

Для всех тестовых случаев также приведены результаты построения акустических карт стандартным алгоритмом бимформинг (Conventional Beamforming). При сравнении результатов разработанного метода и стандартного алгоритма бимформинг стоит иметь в виду, что акустическая карта, получаемая стандартным алгоритмом бимформинг, определяет интенсивность источника как значение в главном максимуме, в то время как для разработанного метода, чтобы определить суммарную интенсивность источника, нужно произвести суммирования по всем областям полученного поля амплитуд.

В первых двух тестовых случаях в качестве векторов  $\{\widetilde{P}_i\}_{i=1}^{N_s}$  использовались монопольные источники, индекс *i* соответствовал пространственному положению в сетке источников.

В первом тестовом случае моделировался монополь на частоте 1500 Гц, размещенный по центру в позиции (0 м, 0 м). Результаты определенного поля амплитуд и, для сравнения, акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, представлены на рис. 2.

Во втором тестовом случае моделировалась пара монопольных синфазных источников на частоте 1500 Гц. Позиции источников: (-0.25 м, -0.25 м) и (0.25 м, 0.25 м). Результаты определенного поля



**Рис. 2.** Монопольный источник, 1500 Гц, позиция (0 м, 0 м); а – акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, динамический диапазон приведенного изображения 11 дБ; б – поле амплитуд, полученное разработанным методом, динамический диапазон приведенного изображения 18 дБ.



**Рис. 3.** Два монопольных синфазных источника, 1500 Гц, позиции (-0.25 м, -0.25 м) и (0.25 м, 0.25 м); а – акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, динамический диапазон приведенного изображения 10 дБ, б – поле амплитуд, полученное разработанным методом, динамический диапазон приведенного изображения 15 дБ.



**Рис. 4.** Два монопольных противофазных источника, 1500 Гц, позиции (-0.25 м, -0.25 м) и (0.25 м, 0.25 м); а – акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, динамический диапазон приведенного изображения 10 дБ, б – поле амплитуд, полученное разработанным методом, динамический диапазон приведенного изображения 15 дБ.

амплитуд и, для сравнения, акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, представлены на рис. 3.

Найденные комплексные амплитуды в двух максимумах акустической карты (рис. 3б), для наглядности также указаны модуль и фаза:

$$a_1 = (5.917 - i9.955)10^{-3},$$
  
 $|a_1| = 0.01158, \quad \varphi_1 = 59.3^{\circ},$   
 $a_2 = (7.005 - i9.244)10^{-3},$   
 $|a_2| = 0.01159, \quad \varphi_2 = 52.8^{\circ}.$ 

Также моделировались монопольные источники, находящиеся в противофазе по отношению

друг к другу. Результаты обработки представлены на рис. 4.

Найденные комплексные амплитуды в двух максимумах акустической карты (рис. 4б), для наглядности также указаны модуль и фаза:

$$a_{1} = (-1.057 - i0.322)10^{-2},$$
  

$$|a_{1}| = 0.01105, \quad \varphi_{1} = -163.1^{\circ},$$
  

$$a_{2} = (0.996 - i0.433)10^{-2},$$
  

$$|a_{2}| = 0.01086, \quad \varphi_{2} = -23.5^{\circ}.$$

В третьем тестовом случае моделировался дипольный источник на частоте 1500 Гц в позиции (0 м, 0 м). В данном примере в качестве модели источников в алгоритмы были заложены у-дипо-



**Рис. 5.** у-дипольный источник, 1500 Гц, позиция (0 м, 0 м); а – акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, динамический диапазон приведенного изображения 8 дБ, б – поле амплитуд, полученное разработанным методом, динамический диапазон приведенного изображения 18 дБ.



**Рис. 6.** у-дипольный источник, 1500 Гц, позиция (0 м, 0 м), одновременное распознавание монопольных и дипольных источников; а – поле амплитуд монопольных источников, динамический диапазон приведенного изображения 15 дБ, б – поле амплитуд у-дипольных источников, динамический диапазон приведенного изображения 10 дБ.

ли, расположенные в узлах пространственной сетки источников. Результаты определения поля амплитуд и, для сравнения, акустическая карта, полученная стандартным алгоритмом бимформинг, представлены на рис. 5.

Исследована возможность одновременного распознавания монопольного и дипольного источников. Для этого каждому узлу пространственной сетки источников сопоставлялись сразу два источника — монополь и у-диполь. В данном случае для отображения поля амплитуд вывод был разделен на две части — поле амплитуд монопольных источников (рис. 6а), поле амплитуд у-диполей (рис. 6б).

На рис. 6 видно, что поле амплитуд монополей по абсолютной величине доминирует над полем амплитуд диполей, хотя в качестве входных дан-

ных были поданы сигналы именно от у-диполя. Если посмотреть на значения амплитуд монополей в двух максимумах рис. 6а:

$$a_{1} = (-0.889 - i1.865)10^{-3},$$
  

$$|a_{1}| = 0.00207, \quad \varphi_{1} = -115.5^{\circ},$$
  

$$a_{2} = (0.816 + i1.944)10^{-3},$$
  

$$|a_{2}| = 0.00211, \quad \varphi_{2} = 67.2^{\circ},$$

то по разности фаз  $\phi_2 - \phi_1 = 182.7^\circ$  понятно, что алгоритм представил моделируемый диполь эквивалентным образом через пару противофазных монополей. То есть выбранный набор источников из монополей и у-диполей обладает избыточностью в данной постановке — интерпретационная модель источников не является адекватной.

Несмотря на то что разработанный метод демонстрирует значительно больший, по сравнению со стандартным алгоритмом бимформинг, динамический диапазон и может быть использован для источников любой структуры направленности, его применимость ограничивается только случаем коррелированных источников в рамках конкретной реализации. То есть при отсутствии избыточности набора источников в корреляционной постановке метод позволяет корректно находить амплитуды источников и при этом можно произвести осреднение по реализациям и вычис-

лить коррелятор амплитуд  $a_k a_p^*$ . Но если же набор источников не является избыточным в постановке некоррелированных источников, но избыточен для коррелированных источников, то метод не будет применим для такой интерпретационной модели источников.

Исследование возможности обобщения данного метода для случая некоррелированных источников приводит к нелинейным системам уравнений для корреляторов и, таким образом, является более сложной задачей. По-видимому, в нелинейной постановке, для нахождения корреляторов амплитуд  $\overline{a_k a_p^*}$  по входным данным  $\overline{p_i p_j^*}$ данная задача сводится к методам нейронных сетей и может быть темой отдельного исследования.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод определения поля амплитуд акустических источников по данным многомикрофонных измерений, основанный на генерировании линейного оператора, переводящего сигналы с микрофонной решетки в амплитуды источников. Метод программно реализован и верифицирован на тестовых примерах локализации отдельно монопольных и дипольных источников. Показано, что рассчитанные поля амплитуд источников имеют существенно больший динамический диапазон в сравнении с акустическими картами, получаемыми стандартным алгоритмом бимформинг.

Разработанный метод может быть применен к любой полной по индуцируемым сигналам на микрофонной решетке системе источников произвольной структуры, но ограничен только случаями коррелированных источников. Обобщение метода генерации оператора для случая некоррелированных источников приводит к нелинейным системам и, по-видимому, сводится к задачам машинного обучения и нейронных сетей, такая постановка задачи может служить темой дальнейших исследований.

#### ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 21-71-30016).

Работа предполагает в части акустических измерений использование УНУ "Заглушенная камера с потоком АК-2" ФАУ "ЦАГИ", модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Billingsley J., Kinns R.* The acoustic telescope // Journal of Sound and Vibration. 1976. V. 48. P. 485–510.
- 2. *Michel U*. History of acoustic beamforming // 1<sup>st</sup> Berlin Beamforming Conference. 2006.
- 3. *Brooks T.F., Humphreys W.M., Jr.* A Deconvolution Approach for the Mapping of Acoustic Sources (DAMAS) Determined from Phases Microphone Arrays, 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Manchester, UK, May 10–12, 2004. AIAA-2004-2954.
- Brooks T.F., Humphreys W.M. Extension of DAMAS Phased Array Processing for Spatial Coherence Determination (DAMAS-C) // 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. Cambridge, MA, May 8–10, 2006.
- 5. *Sijtsma P.* Beamforming on moving sources // NLR Technical Report. 2006. *NLR*-TP-2006-733.
- 6. *Sijtsma P*. CLEAN based on spatial source coherence. AIAA Paper 2007-3436.
- Sijtsma P. Acoustic array corrections for coherence loss due to the wind tunnel shear layer // 2<sup>nd</sup> Berlin Beamforming Conference. 2008. BeBeC-2008-15.
- 8. *Padois T., Robin O., Berry A.* 3D Source localization in a closed wind-tunnel using microphone arrays // In 19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference. AIAA Paper 2013-2213. 2013.
- 9. Бычков О.П., Демьянов М.А., Фараносов Г.А. Локализация дипольных источников шума плоскими микрофонными решетками // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 675–687.
- Robert P. Dougherty, Jeff M. Mendoza. Nacelle In-duct Beamforming using Modal Steering Vectors // AIAA 2008-2812. 2008.
- 11. Porteous R., Prime Z., Valeau V., Doolan C., Moreau D. Three-dimensional beamforming of aeroacoustic sources // Proc. Internoise. 2014. Melbourne, Australia, 2014.
- Porteous R., Prime Z., Doolan C., Moreau D., Valeau V. Three-dimensional beamforming of dipolar aeroacoustic sources // J. of Sound and Vibration. 2015. V. 355. P. 117–134.
- Lighthill M.J. On sound generated aerodynamically: I. General theory // Proc. Royal Soc. A. 1952. V. 211. № 1107. P. 564–581.
- Ribner H.S. Aerodynamic noise from fluid dilations, a theory of the sound from jets and other flows // 1962. UTIAS Rep. no. 86. University of Toronto.
- 15. *Powell A*. Theory of Vortex Sound // The Journal of the Acoustical Society of America. 1964.

#### МЕТОД ГЕНЕРАЦИИ ЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА

- Curle N. The Influence of Solid Boundaries on Aerodynamic Sound // Proc. Royal Soc. A. 1955. V. 231. № 1187. P. 505–514.
  - А. 1955. V. 231. звука турбулентностью вблизи твердого тела // Известия РАН. МЖГ. 2008. № 1. С. 98–109.

17. Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф. Механизм излучения

## LINEAR OPERATOR GENERATION METHOD IN THE INVERSE PROBLEM OF AEROACOUSTIC SOURCES IDENTIFICATION

### M. A. Demyanov<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Moscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia

The problem of finding the amplitudes of acoustic sources from the data of synchronous multi-microphone measurements of the acoustic field is considered. Method based on the construction of a linear operator that translates the Fourier transforms of signals from microphones into source amplitudes is proposed. The method was verified on test examples of the localization of monopole and dipole sources. The acoustic localization maps obtained by the developed method and the standard beamforming algorithm were compared. The possibilities of further development of the developed methodology are explored.

Keywords: phased antenna, beamforming, acoustic sources