

УДК 534.2

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЗВУКА В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ ПИЛОНА

© 2022 г. М. А. Яковец^{1,*}, Н. Н. Остриков¹

Поступило 25.04.2022 г.

После доработки 12.05.2022 г.

Принято к публикации 12.05.2022 г.

Работа посвящена теоретическому исследованию особенностей распространения звука в облицованном подковообразном канале, моделирующем наружный канал авиадвигателя при наличии пилон. В результате исследования определены случаи, в которых допускается разделение переменных, т.е. возможно непосредственное аналитическое решение для собственных мод, получен вид волноводных мод. Найдены характеристические уравнения данного канала, которым удовлетворяют собственные значения, являющиеся азимутальными и радиальными волновыми числами. Проведено исследование осевых волновых чисел, характеризующих эффективность облицовки, при разных значениях импеданса при наличии и отсутствии звукопоглощающих конструкций на пилоне. Расчетная оценка показала, что облицовка пилон может привести к повышению уровня шумоглушения на 2 дБ.

Ключевые слова: кольцевой канал, подковообразный канал, пилон, звукопоглощающие конструкции

DOI: 10.31857/S2686740022050121

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире возможность эксплуатации магистральных самолетов в системе международных авиаперевозок определяется, в частности, удовлетворением требованиям норм Международной организации гражданской авиации (ИКАО) по шуму на местности. Наиболее эффективным способом снижения шума вентилятора является облицовка каналов двигателя звукопоглощающими конструкциями (ЗПК), параметры которых подбираются таким образом, чтобы обеспечить максимальное затухание звука при его распространении вдоль канала на различных режимах работы двигателя в течение взлетно-посадочного цикла полета самолета. При этом при расчете эффективности ЗПК в наружном контуре двухконтурного турбореактивного двигателя в мировой и отечественной практике до сих пор использовались упрощающие модели, например, модель “длинного” канала, в которой канал наружного контура с пилоном (рис. 1) заменяется на кольцевой либо плоский канал [1–8]. Такое упрощение снижает точность расчетов, а значит,

и эффективность работы ЗПК. Кроме того, оно не позволяет оптимизировать ЗПК на пилоне и непосредственно ответить на вопрос о необходимости облицовки пилон.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию особенностей распространения звука в облицованных каналах наружного контура современных авиадвигателей с пилоном. Боковые поверхности пилон изменяют форму канала наружного контура. В работах [9, 10] проведены исследования по влиянию наличия пилон-разделителя на распространение звука в канале, однако при настройке ЗПК трехмерная неосесимметричная геометрия канала с пилоном ранее не рассматривалась. В то же время практически во всех современных двигателях пилон внедрен в наружный канал, в результате чего его поперечное сечение имеет подковообразную форму. Изменение формы поперечного сечения канала по отношению к кольцевой форме сечения приводит к изменению структуры звукового поля и, как следствие, к изменению продольных волновых чисел, которые определяют затухание звука при наличии ЗПК. Данный фактор должен быть учтен при выборе параметров ЗПК в том числе для того, чтобы оценить, в какой мере установка ЗПК на боковые поверхности пилон позволит обеспечить дополнительное затухание звука.

Полученные в данной работе результаты будут использованы для проведения эксперименталь-

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: aeroacoustics@tsagi.ru

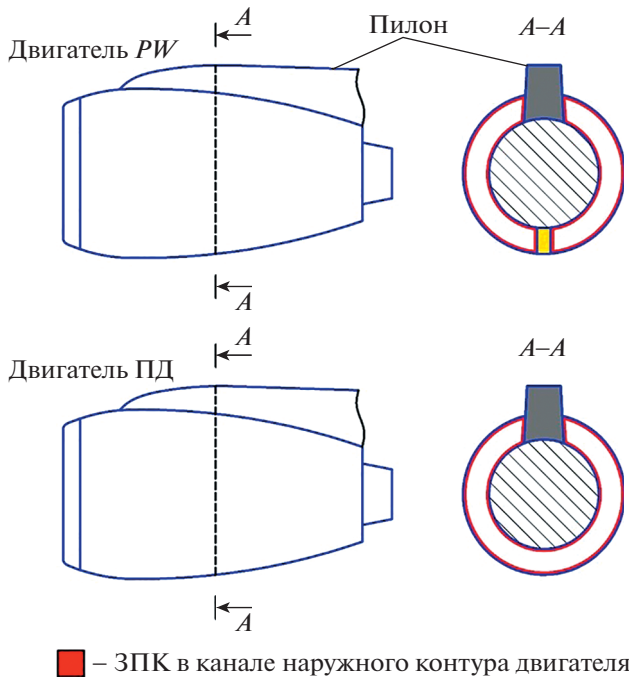


Рис. 1. Схема расположения ЗПК в наружном контуре авиадвигателя.

ных исследований распространения звука в кольцевом канале с пилоном на базе заглушенной камеры АК-2 ЦАГИ.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКА

Рассмотрим бесконечный подковообразный канал, состоящий из кольцевого канала, ограниченного дополнительными стенками при $\varphi = \gamma$ и $\varphi = 2\pi - \gamma$ (рис. 2а). При этом стенки канала могут

быть облицованы звукопоглощающими конструкциями с различными значениями импеданса на разных стенках: Z_a и Z_b на стенках кольцевого канала при $r = a, b$, Z_+ и Z_- на стенках пилона при $\varphi = \gamma$ и $\varphi = 2\pi - \gamma$ (рис. 2б). Считаем, что плотность среды и скорость звука одинаковы во всем канале.

Звуковое поле в канале удовлетворяет волновому уравнению, которое в цилиндрических координатах имеет вид

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \tag{1}$$

где $p = p(r, \varphi, z, t)$ – акустическое давление, c – скорость звука.

Ищем p в виде нормальных волн с частотой ω и осевым волновым числом k_z , $p = \tilde{p}(r, \varphi) \cdot \exp(ik_z z - i\omega t)$, тогда из уравнения (1) следует

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \varphi^2} + \chi^2 \tilde{p} = 0, \tag{2}$$

где $\chi^2 = k^2 - k_z^2$.

Импедансные граничные условия (ГУ) на стенках, моделирующие акустический отклик ЗПК, могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=a} = ik\beta_a p, \\ \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=b} = ik\beta_b p, \end{cases} \tag{3}$$

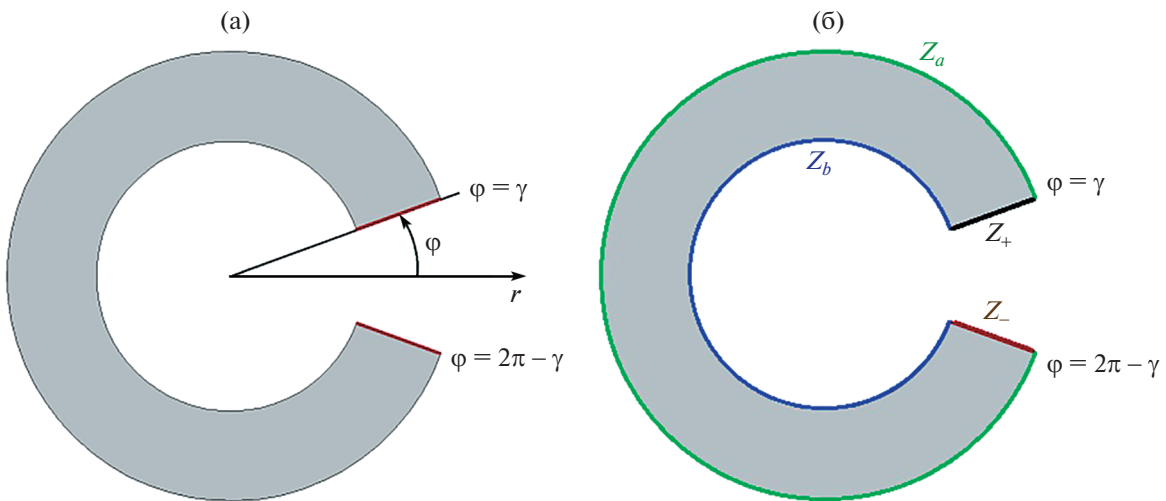


Рис. 2. Схема подковообразного канала в плоскости (r, φ) (а); расположение облицовки в подковообразном канале (б).

$$\begin{cases} \left. \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\gamma} = -ik\beta_+ p, \\ \left. \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=2\pi-\gamma} = -ik\beta_- p, \end{cases} \quad (4)$$

где $\beta_i = 1/Z_i$ – адмиттанс i -й стенки.

Для определения вида волноводных мод в подковообразном канале необходимо решить уравнение (2) с граничными условиями (3) и (4). Как правило, в таких задачах используется метод разделения переменных, однако наличие множителя $1/r$ перед производной в ГУ (4) приводит к тому, что этот метод применим только при особых условиях на β_{\pm} :

$$\beta_{\pm} = 0, \infty, \tilde{\beta}_{\pm}/r, \quad (5)$$

где $\tilde{\beta}_{\pm} = \text{const}$.

Другими словами, звуковое поле в подковообразном канале допускает разделение переменных, если импеданс на стенках при $\varphi = \gamma$ и $\varphi = 2\pi - \gamma$ соответствует случаям абсолютно жесткой стенки, абсолютно мягкой стенки или пропорционален расстоянию от оси канала. При этом не требуется попарного выполнения этих условий, например, одна стенка может быть абсолютно жесткой, а вторая иметь импеданс, пропорциональный r . Из обозначенных условий (5) разделимости переменных только условие жесткой стенки $\beta_{\pm} = 0$ можно считать полностью реализуемым на практике случаев, поскольку типовые звукопоглощающие конструкции имеют с небольшими отклонениями постоянное значение импеданса во всех точках, и это значение отличается от условия мягкой стенки. Тем не менее эти случаи важны, так как позволяют получить собственные волноводные моды в аналитическом виде и сравнить их параметры с полученными численным методом. Кроме того, в относительно узких ($b/a \sim 1$) подковообразных каналах ожидается слабое отклонение параметров мод в случае однородного импеданса от случая импеданса, пропорционального радиусу в силу небольших изменений импеданса.

Рассмотрим такие значения β_{\pm} , допускающие разделение переменных. Пусть $\tilde{p}(r, \varphi) = f(r) \cdot g(\varphi)$, тогда из (2) имеем

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) \cdot g + \frac{\partial^2 g}{\partial \varphi^2} \cdot f + \chi^2 r^2 f \cdot g = 0,$$

откуда следует

$$\frac{r}{f} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \chi^2 r^2 = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 g}{\partial \varphi^2} \equiv m^2.$$

Нахождение собственных решений можно разбить на две задачи:

1) собственные решения по азимутальной координате:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 g}{\partial \varphi^2} = m^2 &\Leftrightarrow g'' + m^2 g = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow g &\sim \exp(im\varphi) + C_m \cdot \exp(-im\varphi), \end{aligned}$$

дополненные ГУ (4) для определения неизвестных m и C_m ;

2) собственные решения по радиальной координате:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \left(\chi^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) f = 0 &\Rightarrow \\ \Rightarrow f(r) &\sim J_m(\chi r) + B_{mn} \cdot Y_m(\chi r), \end{aligned}$$

где $J_m(\cdot)$ и $Y_m(\cdot)$ – функции Бесселя первого и второго рода соответственно, а значения χ и B_{mn} определяются из ГУ (3).

Рассмотрим первую задачу и найдем значения m и C_m :

$$g(\varphi) = \exp(im\varphi) + C_m \cdot \exp(-im\varphi). \quad (6)$$

1 случай: $\beta_+ = \beta_- = 0$ (абсолютно жесткие стенки).

Тогда из ГУ (4) следует

$$m = \frac{l}{-2\gamma/\pi + 2}, \quad l \in \mathbb{Z},$$

$$C_m = \exp\left(\frac{il}{-1/\pi + 1/\gamma}\right),$$

$$\begin{aligned} g_l(\varphi) &= \exp\left(\frac{il\varphi}{-2\gamma/\pi + 2}\right) + \\ &+ \exp\left(\frac{-il\varphi}{-2\gamma/\pi + 2} + \frac{il}{-1/\pi + 1/\gamma}\right). \end{aligned}$$

2 случай: $\beta_+ = \beta_- = \infty$ (абсолютно мягкие стенки).

$$m = \frac{l}{-2\gamma/\pi + 2}, \quad l \in \mathbb{Z},$$

$$C_m = -\exp\left(\frac{il}{-1/\pi + 1/\gamma}\right),$$

$$\begin{aligned} g_l(\varphi) &= \exp\left(\frac{il\varphi}{-2\gamma/\pi + 2}\right) - \\ &- \exp\left(\frac{-il\varphi}{-2\gamma/\pi + 2} + \frac{il}{-1/\pi + 1/\gamma}\right). \end{aligned}$$

3 случай: $\beta_+ = \tilde{\beta}_+/r, \beta_- = \tilde{\beta}_-/r$ (импеданс $Z_{\pm} \sim r$)

Пусть $k\tilde{\beta}_{\pm} = d_{\pm}$, тогда

$$C_m = \exp(2im\gamma) \frac{1 + d_+/m}{1 - d_+/m},$$

$$\exp(4im\gamma - 4im\pi) = \frac{(1 - d_+/m)(1 - d_-/m)}{(1 + d_+/m)(1 + d_-/m)}.$$

Уравнение для нахождения m :

$$\exp(4im\gamma - 4im\pi) - \frac{(m - d_+)(m - d_-)}{(m + d_+)(m + d_-)} = 0. \quad (7)$$

Трансцендентное уравнение (7) решается с помощью метода Ньютона при постепенном увеличении значений адмиттанса от 0 до β_{\pm} :

$$\exp(4im\gamma - 4im\pi) - \frac{(m - \alpha d_+)(m - \alpha d_-)}{(m + \alpha d_+)(m + \alpha d_-)} = 0,$$

$$\alpha \in [0, 1].$$

При этом используется начальное приближение m_{ℓ} при абсолютно жестких стенках:

$$m_{\ell} = \frac{\ell}{2\gamma/\pi - 2}.$$

В результате численной процедуры находим значения $\{m_{\ell}\}$ – счетный набор корней уравнения (7). Эти значения являются комплексными за исключением случаев $\beta_{\pm} = 0$, $\beta_{\pm} = \infty$, $\text{Re}[\beta_{\pm}] = 0$. Таким образом, имеем полный набор функций $g_{\ell}(\varphi)$ – собственных функций азимутального оператора в общем случае наличия импедансных стенок.

Рассмотрим решение второй задачи при найденных значениях m_{ℓ} :

$$f(r) \sim J_m(\chi r) + B_{\ell n} Y_m(\chi r). \quad (8)$$

1 случай: $\beta_a = \beta_b = 0$.

$$B_{\ell n} = -\frac{J'_m(\chi a)}{Y'_m(\chi a)},$$

$$\frac{J'_m(\chi a)}{Y'_m(\chi a)} - \frac{J'_m(\chi b)}{Y'_m(\chi b)} = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) в точности повторяет соответствующее характеристическое уравнение для нахождения нормальных мод кольцевого канала [11]. Единственное отличие заключается в том, что в (9) параметр $m = m_{\ell}$ может принимать нецелые и комплексные значения. При этом вне зависимости от значения m уравнение (9) является трансцендентным и решения могут быть получены только численным методом.

2 случай: $\beta_a \neq 0, \beta_b \neq 0$.

Тогда из ГУ (3) имеем

$$B_{\ell n} = -\frac{\chi J'_m(\chi a) - ik\beta_a J_m(\chi a)}{\chi Y'_m(\chi a) - ik\beta_a Y_m(\chi a)}, \quad (10)$$

$$\frac{\chi J'_m(\chi a) - ik\beta_a J_m(\chi a)}{\chi Y'_m(\chi a) - ik\beta_a Y_m(\chi a)} - \frac{x J'_m(\chi b) + ik\beta_b J_m(\chi b)}{x Y'_m(\chi b) + ik\beta_b Y_m(\chi b)} = 0.$$

Уравнение (10) также является трансцендентным, поэтому его корни могут быть получены только численным методом. Таким образом, имея набор $\{\chi_{\ell n}\}_{n=1}^{\infty}$ корней уравнения (9) при разных значениях параметра $m = m_{\ell}$, $\ell \in \mathbb{Z}$, получим представление произвольного монохроматического звукового поля в подковообразном канале с облицованными стенками в виде разложения по собственным модам канала с амплитудами $A_{\ell n}$:

$$p(r, \varphi, z) =$$

$$= \sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} A_{\ell n} f_{\ell n}(r) g_{\ell}(\varphi) \cdot \exp(ik_{\ell n} z - i\omega t), \quad (11)$$

где $k_{\ell n} = \sqrt{k^2 - \chi_{\ell n}^2}$.

2. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ИСПОЛЬЗОВАННЫХ УПРОЩЕНИЙ

Представление (11) было получено для случая, когда стенки пилона направлены вдоль радиусов, а акустический импеданс облицовок на двух стенках пилона соответствует либо абсолютно жесткой стенке, либо абсолютной мягкой стенке, либо пропорционален радиусу канала. Подобные ограничения в математической модели снижают область ее применимости, однако особенность геометрических параметров каналов, соответствующих реальным авиадвигателям, такова, что ширина кольцевого канала наружного контура меньше диаметра центрального тела, что приводит к относительно небольшому изменению значения импеданса при моделировании условия пропорциональности. Для оценки влияния данного ограничения на волновые числа в канале были рассмотрены обе постановки с помощью численного метода конечных элементов (МКЭ) [12]. В табл. 1 приведено сравнение осевых волновых чисел в канале. Величина δ – относительное отклонение (%) действительной и мнимой частей волновых чисел. В расчетах использовались следующие значения параметров: $f = 1000$ Гц, $c = 343$ м/с, $\gamma = 15^\circ$, $a = 0.8$ м, $b = 0.6$ м. Значения адмиттанса стенок пилона при расчете этих двух случаев были равны:

$$1) \beta_+ = (b - a)/(2 - 4i), \beta_- = (b - a)/(4 - 2i),$$

$$2) \beta_+ = r/(1 - 2i), \beta_- = r/(2 - i).$$

Сравнение показало, что отклонение в значениях мнимых частей волновых чисел при данном

Таблица 1. Сравнение волновых чисел при жесткой стенке (0), постоянном (1) и переменном (2) импедансе

m	1	n	Re Kz0, 1/м	Im Kz0, 1/м	Re Kz1, 1/м	Im Kz1, 1/м	Re Kz2, 1/м	Im Kz2, 1/м	Re δ , %	Im δ , %
0	0	0	18.308	0	18.302	0.0002	18.302	0.0002	0.0001	4.57
0	0	1	9.321	0	9.315	0.0004	9.315	0.0004	0.0011	2.73
6/11	1	0	18.291	0	18.290	0.0010	18.290	0.0010	0.0016	1.96
6/11	1	1	9.287	0	9.285	0.0022	9.285	0.0021	0.0011	3.34
12/11	2	0	18.241	0	18.237	0.0042	18.237	0.0041	0.0002	1.70
12/11	2	1	9.184	0	9.176	0.0088	9.176	0.0085	0.0011	3.89
18/11	3	0	18.157	0	18.148	0.0094	18.148	0.0092	0.0003	2.17
18/11	3	1	9.010	0	8.992	0.0199	8.992	0.0193	0.0056	3.10
24/11	4	0	18.039	0	18.023	0.0167	18.023	0.0164	0.0003	1.82
24/11	4	1	8.761	0	8.727	0.0368	8.728	0.0353	0.0115	4.24
30/11	5	0	17.886	0	17.861	0.0261	17.861	0.0257	0.0004	1.55
30/11	5	1	8.429	0	8.373	0.0589	8.374	0.0547	0.0155	7.67
36/11	6	0	17.698	0	17.661	0.0376	17.661	0.0371	0.0005	1.34
36/11	6	1	8.004	0	7.918	0.0891	7.920	0.0864	0.0341	3.12

условии от случая постоянного импеданса имеет порядок 3–7%, отклонение в значениях действительных частей волновых чисел имеет порядок 0.1–1.5% при соотношении 0.6/0.8 внутреннего и внешнего радиусов канала, при этом качественно сохраняется пространственный вид решения.

Далее аналогичным способом проведено исследование влияния формы пилона на волновые числа мод. Рассмотренная в первой части статьи геометрия пилона с расположением стенок вдоль радиуса окружности отличается от реальной, применяемой на практике (рис. 1), однако именно такая геометрия позволяет учесть вклад ЗПК на пилоне на затухание каждой моды отдельно, что открывает возможность оптимизации параметров ЗПК. С помощью метода конечных элементов рассчитано звуковое поле для канала с жесткими стенками со следующими параметрами: $a = 0.8$ м, $b = 0.6$ м, среднее расстояние между стенками пилона $d = 0.2$ м, $f = 1000$ Гц, $c = 343$ м/с в двух конфигурациях: стенки пилона параллельны друг другу (||) и стенки пилона направлены вдоль радиусов (\ /). Результаты расчетов осевых волновых чисел для распространяющихся 48 мод представлены в табл. 2, при этом в отличие от табл. 1 волновые числа в данном случае принимают действительные значения. Относительное отклонение δ принимает значения 0.01–0.3% для хорошо распространяющихся мод и 4–21% для мод вблизи отсечки. Среднее значение по всем распространяющимся модам составило 0.8%. Если исключить последние две моды, находящиеся близко к отсечке, среднее значение составит 0.3% (среднее*).

3. РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ НА ПИЛОНЕ

Данный раздел посвящен оценке повышения затухания звука в наружном канале за счет облицовки пилона. С этой целью проведено сравнительное исследование осевых волновых чисел, характеризующих эффективность облицовки ЗПК, при разных значениях импеданса при наличии и отсутствии ЗПК на пилоне. Рассмотрены центральные частоты третьоктавных полос в диапазоне 400–6300 Гц. При этом импеданс нижней и верхней стенки кольцевого канала был равен $Z_{a,b} = 1 - i$, что соответствует сильному поглощению звука на этих стенках канала. В табл. 3 указано используемое в расчетах число мод. Полученные поправки к затуханию (дБ/м) при облицовке стенок пилона были использованы для расчета суммарного возможного повышения эффективности системы шумоглушения за счет использования на пилоне однослойной и двухслойной ЗПК, оптимизированных для частоты 2500 Гц. Значения безразмерного импеданса указанных конструкций представлено в табл. 4. Результат сравнения эффективности однослойной и двухслойной ЗПК на пилоне представлен на рис. 3. В расчетах использовались следующие значения параметров: $c = 343$ м/с, $\gamma = 15^\circ$, $a = 0.8$ м, $b = 0.6$ м, длина пилона 1 м; кроме того, использовалось предположение о равенстве амплитуд различных мод в начальном сечении.

Таблица 2. Влияние формы пилона на осевые волновые числа

Nmn	Kz	Kz\ /	δ , %	Nmn	Kz	Kz\ /	δ , %
1	18.294	18.294	0.00	26	13.790	13.791	0.01
2	18.254	18.254	0.00	27	13.660	13.651	0.07
3	18.187	18.187	0.00	28	13.437	13.455	0.13
4	18.092	18.092	0.00	29	13.086	13.068	0.14
5	17.971	17.971	0.00	30	13.040	13.052	0.09
6	17.823	17.822	0.01	31	12.587	12.624	0.29
7	17.646	17.646	0.00	32	12.446	12.397	0.40
8	17.442	17.441	0.01	33	12.066	12.117	0.42
9	17.210	17.208	0.01	34	11.744	11.674	0.60
10	16.949	16.946	0.02	35	11.468	11.536	0.59
11	16.659	16.654	0.03	36	10.974	10.872	0.94
12	16.339	16.331	0.05	37	10.773	10.871	0.90
13	15.988	15.976	0.08	38	10.130	10.104	0.26
14	15.604	15.588	0.10	39	9.950	9.971	0.20
15	15.191	15.164	0.18	40	9.189	9.208	0.22
16	14.970	14.972	0.01	41	8.970	8.941	0.32
17	14.944	14.954	0.07	42	8.091	8.143	0.63
18	14.899	14.901	0.01	43	7.797	7.732	0.85
19	14.802	14.813	0.07	44	6.745	6.827	1.21
20	14.741	14.702	0.27	45	6.346	6.240	1.70
21	14.655	14.688	0.22	46	4.944	5.072	2.53
22	14.516	14.525	0.06	47	4.353	4.171	4.36
23	14.306	14.322	0.11	48	1.516	1.908	20.56
24	14.229	14.199	0.21	СРЕДНЕЕ			0.81
25	14.051	14.078	0.19	СРЕДНЕЕ*			0.31

Таблица 3. Количество рассматриваемых в расчете мод

f , Гц	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000	6300
Количество мод	8	10	12	21	32	44	70	101	158	193	196	196	198

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование особенностей распространения звука в канале наружного контура авиадвигателя при наличии пилона и звукопоглощающей облицовки.

Определены геометрия канала и случаи, в которых задача о распространении звука в канале с подковообразной формой поперечного сечения допускает разделение переменных при наличии однородного потока, и, как следствие, возможно определение собственных звуковых мод на основе аналитических методов. Для этого боковые стенки пилона должны быть расположены вдоль радиусов поперечного сечения и на них должно быть поставлено граничное условие, соответствующее или абсолютно жесткой стенке, или абсо-

лютно мягкой стенке, или значение адмиттанса облицовки должно быть обратно пропорционально расстоянию от оси канала. Из приведенных вариантов только условие жесткой стенки можно считать полностью реализуемым на практике случае, поскольку условие абсолютно мягкой стенки выполняется на практике редко, а типовые звукопоглощающие конструкции имеют постоянное значение импеданса во всех точках с небольшими отклонениями. Тем не менее эти случаи важны, так как позволяют получить собственные волноводные моды в аналитическом виде и сравнить их параметры с полученными каким-либо численным методом.

Сравнительное исследование показало, что в относительно узких подковообразных каналах ожидается слабое отклонение параметров звуко-

Таблица 4. Используемые в расчете значения импеданса

f , Гц	Однослойная ЗПК		Двухслойная ЗПК	
	Re Z	Im Z	Re Z	Im Z
400	1.140	-4.615	0.821	-4.453
500	1.135	-3.572	0.842	-3.375
630	1.133	-2.782	1.050	-2.494
800	1.179	-2.131	0.914	-1.711
1000	1.147	-1.533	1.029	-1.064
1250	0.953	-1.073	1.435	-0.498
1600	1.187	-0.664	1.709	0.316
2000	0.973	-0.268	2.369	-0.456
2500	1.371	0.143	1.233	-0.246
3150	1.083	0.573	0.986	0.653
4000	0.873	1.180	0.934	1.405
5000	1.085	2.674	0.913	2.261
6300	0.895	4.168	0.831	3.118

вых мод в случае однородного адмиттанса от случая адмиттанса, обратно пропорционального радиусу в силу небольших изменений адмиттанса: отклонение в значениях мнимых частей волновых чисел при данном условии от случая постоянного импеданса имеет порядок 3–7%, отклонение в значениях действительных частей волновых чисел имеет порядок 0.1–1.5% при соотношении 0.6/0.8 внутреннего и внешнего радиусов канала, и при этом качественно сохраняется пространственный вид структуры звукового поля в канале.

Проведен анализ влияния формы пилона на собственные звуковые моды канала. С помощью численного метода конечных элементов рассчитано звуковое поле для канала с параллельными стенками пилона и с наклонными стенками пи-

лона, для которых допускается аналитическое решение. Показано, что относительное отклонение в волновых числах принимает значения 0.01–0.3% для хорошо распространяющихся мод и 4–21% для звуковых мод, распространяющихся вблизи условия отсечки. Среднее значение составило 0.8% по всем распространяющимся модам и 0.3% при исключении из рассмотрения мод, находящихся близко к отсечке. Таким образом, сделан вывод о том, что использование упрощенной геометрии, допускающей аналитическое решение, не приводит к существенным отклонениям при расчете звукового поля в каналах с подковообразной формой поперечного сечения.

С целью оценки повышения затухания звука в наружном канале за счет использования ЗПК на боковых стенках пилона проведено сравнительное исследование осевых волновых чисел, характеризующих эффективность облицовки ЗПК, при разных значениях импеданса при наличии и отсутствии ЗПК на пилоне. Полученные поправки к затуханию отдельных мод были использованы для расчета суммарного возможного повышения эффективности системы шумоглушения за счет использования на пилоне однослойной и двухслойной ЗПК, оптимизированных для частоты 2500 Гц. Показано, что использование ЗПК на пилоне позволяет увеличить эффективность системы шумоглушения на 1.5–2 дБ, при этом двухслойная ЗПК имеет немного меньшую эффективность на частоте настройки, но ее звукопоглощение является более широкополосным по частоте. Используемые в расчетах значения импеданса на пилоне отличались от значений на внутренней и внешней сторонах наружного канала.

Результаты исследований, представленные в настоящей работе, будут использованы для создания робастных алгоритмов настройки ЗПК в соответствующих каналах наружного контура двигателей с целью достижения повышенного снижения шума самолетов на местности.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 21-71-30016). Работа выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ “ЦАГИ”, модернизируемой при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cremer L.* Theorie der Luftschall-Dämpfung im Rechteckkanal mit schluckender Wand und das sich dabei ergebende höchste Dämpfungsma // *Acta Acustica united with Acustica*. 1953. V. 3. № 4. P. 249–263.

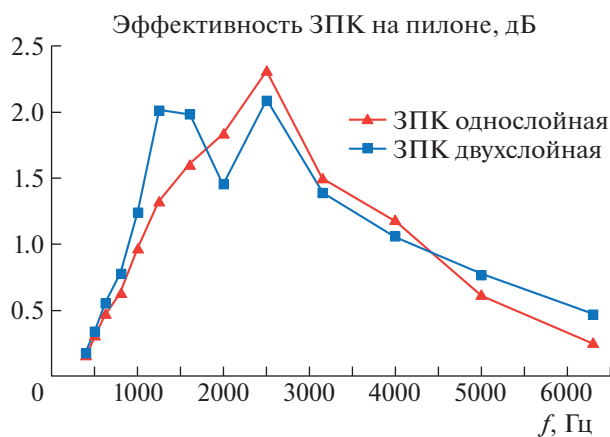


Рис. 3. Сравнение эффективности однослойной и двухслойной ЗПК на пилоне.

2. *Tester B.* The propagation and attenuation of sound in lined ducts containing uniform or “plug” flow // *Journal of Sound and Vibration*. 1973. V. 28. № 2. P. 151–203.
[https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(73\)80102-6](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(73)80102-6)
3. *Соболев А.Ф.* Повышение эффективности снижения шума в канале с потоком при наличии звукопоглощающих облицовок // *Акуст. журн.* 1999. Т. 45. № 3 С. 404–413.
4. *Gabard G., Astley R.J.* Theoretical models for sound radiation from annular jet pipes: far- and near-field solutions // *Journal of Fluid Mechanics*. 2006. V. 549. P. 315–342.
<https://doi.org/10.1017/S0022112005008037>
5. *Astley R.J.* Numerical methods for noise propagation in moving flows, with application to turbofan engines // *Acoustical Science and Technology*. 2009. V. 30. № 4. P. 227–239.
<https://doi.org/10.1250/ast.30.227>
6. *Соболев А.Ф.* Исследование функции Грина в канале с звукопоглощающей облицовкой при наличии однородного потока // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 4. С. 535–548.
7. *McTavish J., Brambley E.* Nonlinear sound propagation in two-dimensional curved ducts: A multimodal approach // *Journal of Fluid Mechanics*. 2019. V. 875. P. 411–447.
<https://doi.org/10.1017/jfm.2019.497>
8. *Jones M.G., Nark D., Howerton B., Brown M.C.* A Review of Acoustic Liner Experimental Characterization at NASA Langley. Tech. Rep. NASA/TP–2020–220583. 2020.
<https://doi.org/10.13140/RG.2.2.15613.10720>
9. *Sugimoto R., Astley R.J., Gabard G., Tsuchiya N.* Three-dimensional effects of geometries and acoustic treatments on bypass-duct noise. 2007. AIAA Paper. 2007–3549.
<https://doi.org/10.2514/6.2007-3549>
10. *Nark D., Jones M.G.* An Investigation of Bifurcation Acoustic Treatment Effects on Aft-Fan Engine Nacelle Noise. 2019. AIAA Paper. 2019–2627.
<https://doi.org/10.2514/6.2019-2627>
11. *Соболев А.Ф.* Функция Грина для каналов прямоугоньного и кольцевого поперечного сечений с однородным потоком // *Труды ЦАГИ*. 2009. № 2681. С. 69–81.
12. *Denisov S., Ostrikov N., Yakovets M., Ipatov M.* Investigation of Sound Propagation in Rectangular Duct with Transversally Non-Uniform Flow and Anisotropic Wall Impedance by Asymptotic Theory and 3D Finite Element Method. 2019. AIAA Paper. 2019–2640.
<https://doi.org/10.2514/6.2019-2640>

ON PROPAGATION OF SOUND IN A CIRCULAR DUCT IN THE PRESENCE OF A PYLON

M. A. Yakovets^a and N. N. Ostrikov^a

^a*Moscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia*

This work is devoted to a theoretical study of the features of sound propagation in a lined horseshoe-shaped duct that simulates the outer duct of an aircraft engine in the presence of a pylon. As a result of the study, cases were determined in which separation of variables is allowed, that is, a direct analytical solution for eigenmodes is possible, and the form of waveguide modes is obtained. The characteristic equations of this duct are found, which are satisfied by the eigenvalues, which are azimuthal and radial wave numbers. A study of the axial wave numbers characterizing the effectiveness of the cladding was carried out for different impedance values in the presence and absence of sound-absorbing structures on the pylon. The calculation has shown that the lining of the pylon can lead to an increase in the level of noise attenuation by 2 dB.

Keywords: annular duct, horseshoe duct, pylon, sound-absorbing structures