

УДК 532.517.45

О ВКЛАДЕ ВОЛН НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ

© 2022 г. М. А. Юдин^{1,*}, В. Ф. Копьев¹, С. А. Чернышев¹, Г. А. Фараносов¹

Поступило 25.04.2022 г.
После доработки 12.05.2022 г.
Принято к публикации 12.05.2022 г.

Исследуется статистика пульсаций поля давления и скорости в дозвуковой турбулентной струе. Анализируются данные, полученные ранее в численном расчете методом LES для круглой струи с числом Маха $M = 0.8$ и числом Рейнольдса $Re \sim 750000$. Рассматриваются пульсации как в потенциальном ядре струи, так и в слое смешения. Для исследования статистики и выявления перемежаемости (свойства статистики отличаться от нормальной) используются функция плотности вероятности и значение эксцесса (отношения четвертого момента к квадрату второго). Показано, что в отличие от однородной изотропной турбулентности, где пульсации скорости имеют гауссовскую статистику, для турбулентной струи статистика поля скорости оказывается перемежаемой на границе потенциального ядра, и на внешней границе слоя смешения. Предложено объяснение этого различия, связанное с вкладом крупномасштабных колебаний среднего течения струи (волн неустойчивости). Также показано, что перемежаемость поля давления в области внешней границы турбулентной струи не может быть связана с крупномасштабными колебаниями, а является характеристикой мелкомасштабной турбулентности, также, как в случае однородной изотропной турбулентности.

Ключевые слова: турбулентная струя, статистика пульсаций, перемежаемость

DOI: 10.31857/S2686740022050133

ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что одной из главных проблем аэроакустики является проблема генерации шума турбулентными потоками, поэтому проблема структуры турбулентности, особенно излучающей звук турбулентности, находится в центре работ по снижению шума современного самолета. Классическим предметом исследований является однородная изотропная турбулентность [1]. Однако не меньший интерес вызывает проблема турбулентности в потоках с ненулевой средней скоростью, например, в струйных течениях [2–4]. Помимо практического значения, такие исследования могут ответить на вопрос о том, в какой мере механизмы, определяющие динамику однородной изотропной турбулентности, имеют место в физически реализуемых турбулентных течениях.

Можно выделить два основных подхода к изучению турбулентности: структурный и статистический [5, 6]. Структурный подход заключается в

выделении интенсивных вихревых структур, которые играют существенную роль в развитии динамики течения [7–12]. В рамках второго подхода рассматривается статистика пульсаций различных гидродинамических величин и их производных [13–18]. Особый интерес представляет явление перемежаемости гидродинамических величин, которая определяется как значительное отклонение статистики величины от гауссовой в сторону аномально частого появления больших отклонений от среднего значения. Эти сильные отклонения связывают с интенсивными структурами, поэтому анализ перемежаемости находится на стыке структурного и статистического подходов [5, 6].

В данной работе исследуется статистика полей давления и скорости в турбулентной струе на основе данных численного моделирования струи с числом Маха $M = 0.8$ и числом Рейнольдса $Re \sim 750000$ [19]. База численных данных включает в себя более 900000 точек в пространстве и 4096 точек во времени, в которых заданы давление, компоненты скорости и компоненты завихренности. По аналогии с [20] основное внимание в данной работе уделяется анализу перемежаемости.

Известно, что в однородной изотропной турбулентности пульсации скорости имеют нормальное (гауссовское) распределение [1]. В на-

¹Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

*E-mail: mikleudin@ya.ru

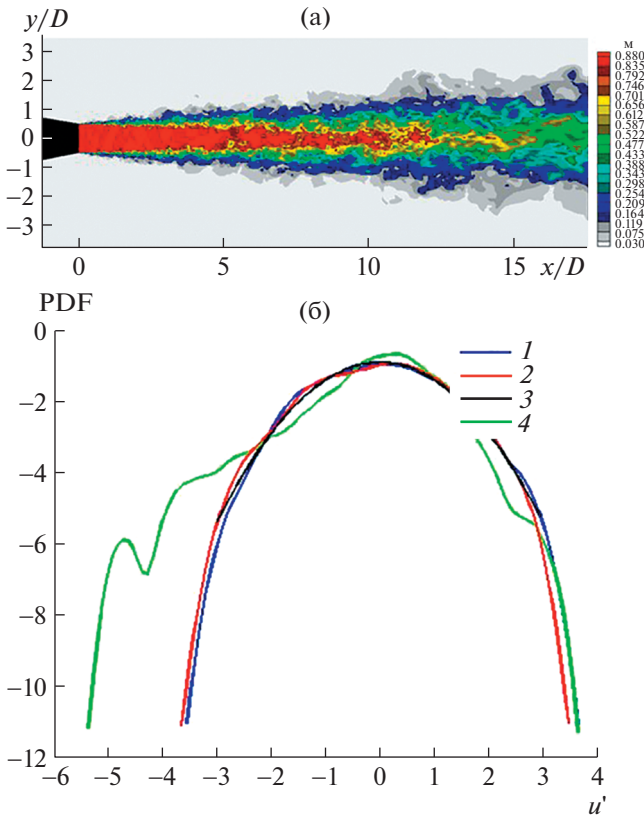


Рис. 1. а – Мгновенное поле числа Маха в турбулентной струе; б – плотность распределения нормализованных пульсаций продольной компоненты скорости в различных точках на оси струи.

стоящей работе показано, что в турбулентной струе статистика продольной компоненты скорости отличается от нормальной на границе потенциального ядра и на границе струи. Показано, что это отличие можно объяснить не принципиальным отличием мелкомасштабных пульсаций в струе от структуры однородной изотропной турбулентности, а крупномасштабными колебаниями среднего течения (волны неустойчивости). Предложена простая аналитическая модель, которая основана на представлении о том, что нормально распределенные мелкомасштабные пульсации происходят на фоне сдвига профиля среднего течения струи, вызванного его крупномасштабными колебаниями. Предложенная модель позволяет описать основные особенности статистики поля скорости в турбулентной струе.

Также исследована статистика пульсаций давления в струе. Показано, что поле давления в отличие от пульсаций скорости обладает свойством перемежаемости. Однако перемежаемость пульсаций давления в струе не может быть связана с крупномасштабными колебаниями, поскольку в отличие от средней скорости в струе, имеющей существенно неоднородный профиль, изменение

среднего поля давления в сечении струи незначительно. Возможной причиной больших отклонений давления от средней величины может быть наличие интенсивных мелкомасштабных вихревых структур в турбулентной струе. В этом отношении турбулентность в струе может не отличаться от однородной изотропной турбулентности, где поле давления также является перемежаемым [21].

Результаты, полученные в настоящей работе, подтверждают возможность переноса представлений о динамике однородной изотропной турбулентности на турбулентные струйные течения на уровне мелких масштабов.

1. ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ПРОДОЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ СКОРОСТИ

Рассмотрим нормализованные пульсации продольной компоненты скорости $u'_x = \frac{U_x - \langle U_x \rangle}{\sigma_u}$ в точках на оси струи, плотность распределения которых (PDF) представлена на рис. 1б.

При представлении данных используется логарифмический масштаб, в котором плотность вероятности для нормального распределения

$$\log(f(x)) = \log\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right) - \frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2} \quad (1)$$

представляется в виде параболы, где x_0 – среднее значение величины, а σ – ее дисперсия. В области потенциального ядра $x = 3D$ (линия 1), где D – диаметр сопла, и в области полного смешения $x = 15D$ (линия 2) пульсации поля скорости близки к нормальным (линия 3), а в конце начального участка струи, в переходной области между потенциальным ядром и областью полного смешения $x = 7D$ (линия 4), можно видеть существенное отличие статистики от нормальной.

Теперь рассмотрим поперечное сечение струи в области потенциального ядра при $x = 3.6D$. Статистика пульсаций продольной компоненты скорости оказывается отличной от нормальной на некотором удалении r от оси симметрии струи (рис. 2). Можно выделить четыре области:

1) внутри потенциального ядра статистика пульсаций близка к Гауссовой (рис. 2а);

2) на границе потенциального ядра и слоя смешения можно видеть отличие статистики от нормальной с появлением более частых выбросов в сторону меньших скоростей (рис. 2б);

3) в середине слоя смешения статистика снова оказывается близка к Гауссовой (рис. 2в);

4) на внешней границе слоя смешения, т.е. на границе самой струи, статистика пульсаций скорости отличается от нормальной с появлением

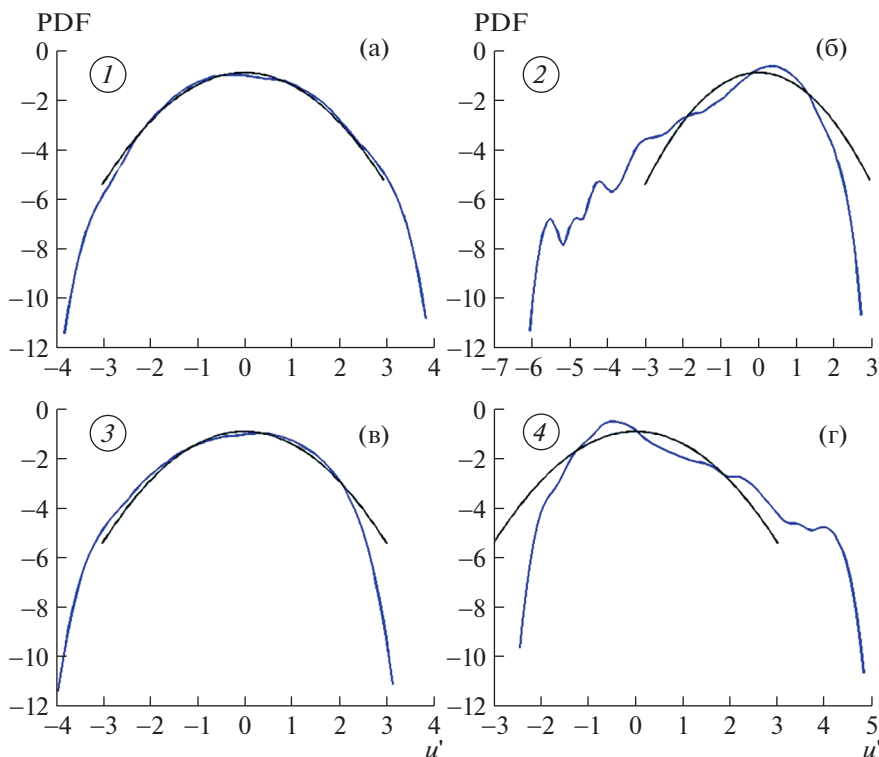


Рис. 2. Плотность распределения нормализованных пульсаций продольной компоненты скорости в поперечном сечении $x = 3.6D$ на различных удалениях r от оси струи ($r = 0.1D$ (а), $r = 0.3D$ (б), $r = 0.5D$ (в), $r = 0.9D$ (г)). Черная линия соответствует нормальному распределению.

более частых выбросов в сторону больших скоростей (рис. 2г).

Отклонение статистики от нормальной наблюдается в областях (2) и (4), где кривизна про-

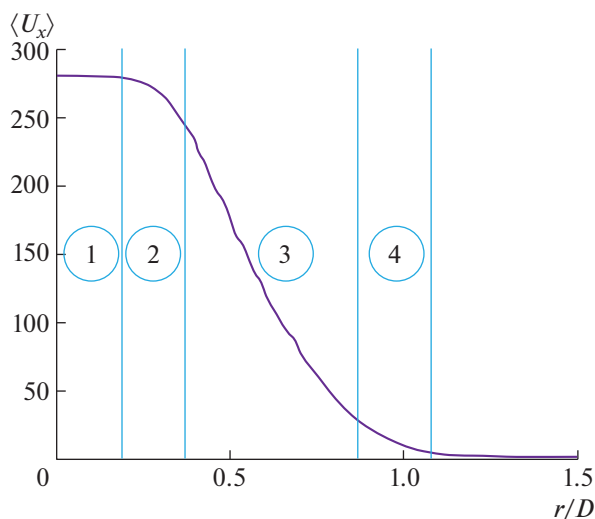


Рис. 3. Профиль средней продольной скорости в поперечном сечении $x = 3.6D$. Цифры на участках профиля соответствуют характеристическим функциям распределения рис. 2.

филя продольной компоненты скорости (вторая производная по r) среднего течения существенно отлична от нуля, и наоборот, в областях (1) и (3), где статистика близка к нормальной, кривизна профиля близка к нулю (рис. 3).

Помимо исследования функции распределения некоторой случайной величины x , удобным инструментом для анализа статистики являются высшие моменты функции распределения ее пульсаций x' :

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &= \int x f(x) dx, & x' &= x - \langle x \rangle, & \text{и} \\ \langle x^n \rangle &= \int x'^n f(x) dx & \text{при } n &\geq 2. \end{aligned} \quad (2)$$

Оценка степени перемежаемости исследуемой величины (отличия распределения от нормального) с нулевым средним определяется эксцессом: отношением четвертого момента к квадрату второго

$$FF = \frac{\langle x'^4 \rangle}{\langle x'^2 \rangle^2}. \quad (3)$$

Легко убедиться, что отношение (3) с учетом определений (2) для нормальной функции распределения (1) $FF = 3$. Статистика, для которой

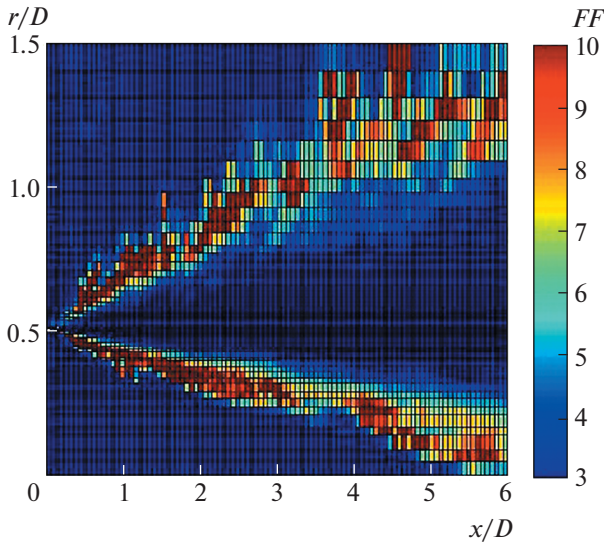


Рис. 4. Карта эксцесса продольной компоненты скорости.

эксцесс $FF \gg 3$, будет существенно отличаться от нормальной. Была построена карта эксцессов, вычисляемых по формуле (3) (рис. 4).

Синий цвет на рис. 4 соответствует величине эксцесса $FF = 3$, что означает, что статистика близка к гауссовой. Насыщенный красный цвет — $FF \geq 10$, что свидетельствует о сильном отличии статистики продольной скорости от нормальной. Однако при этом остается неизвестным, в какую сторону появляются более частые отклонения. Подробное исследование статистики, основанной на построении функций распределения, показало, что на границе между потенциальным ядром и слоем смещения наблюдаются более частые выбросы в сторону меньших значений скорости, а на внешней границе струи — в сторону больших.

Было проведено сравнение численных данных с результатами эксперимента в заглушенной камере АК-2 ЦАГИ и показано, что отличие статистики от нормальной не является особенностью численного расчета, а наблюдается и в эксперименте.

2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Покажем, что перемежаемость продольной компоненты скорости в турбулентной струе связана с наличием среднего течения и его крупномасштабными колебаниями. Представим скорость в виде суммы среднего течения, которое может совершать крупномасштабные колебания, и пульсационной турбулентной компоненты, статистику которой будем предполагать нормальной:

$$U_x = U_0(r) + u'_x. \quad (4)$$

Примером крупномасштабных колебаний течения могут служить волны неустойчивости, широко изучавшиеся различными авторами [22, 23]. Будем полагать, что крупномасштабные возмущения характеризуются смещениями среднего течения, имеющими нормальное распределение. Тогда распределение средней скорости $U_0(r_0)$ можно найти как распределение сложной функции, используя

$$f_u(U) = (U_0^{-1})' f_r((U_0^{-1})'), \quad (5)$$

где $f_u(U)$ — функция распределения первого члена в (4), а f_r — пульсаций среднего течения, которую мы

предполагаем нормальной $f_r(r_0) = \frac{1}{\sigma_r \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{r_0^2}{2}\right)$.

Разложим $U_0(r)$ в окрестности $r = 0$ по формуле Тейлора

$$U_0(r) = U_0(0) + U_0'(0)r + \frac{1}{2}U_0''(0)r^2 + o(r^2). \quad (6)$$

Используя (5), (6) и $\delta U = \left(\frac{U_0(r) - U_0(0)}{U_0(0)}\right)$, можно получить функцию распределения пульсаций скорости при крупномасштабных колебаниях среднего течения

$$f_u(\delta U) = C \left(\frac{U_0'}{U_0} - \frac{U_0^2 U_0''}{2U_0^3} \delta V \right) \exp\left(-\frac{\delta U^2}{2\sigma_U}\right). \quad (7)$$

В случае, если необходимо посчитать статистику на некотором удалении от оси струи, то путем сдвига системы координат легко прийти к аналогичной формуле. Таким образом, выражение (7) справедливо во всей области течения. Далее к статистике (7) необходимо добавить мелко-масштабную пульсационную составляющую u'_x , статистику которой предполагаем нормальной.

Проанализируем полученный аналитический результат. В случае, когда вторая производная среднего течения равна нулю $U_0'' = 0$ (что верно в области потенциального ядра (1), и в области середины слоя смещения (3) (рис. 3)), согласно (7) статистика пульсаций скорости оказывается близкой к гауссовой. В случае $U_0'' \neq 0$ знак второй производной будет определять знак добавочного слагаемого (7). При $U_0'' < 0$ статистика будет иметь более частые выбросы в область меньших значений, что согласуется с результатами численного моделирования в области (2). При $U_0'' > 0$ статистика будет иметь более частые выбросы в область больших значений, что согласуется с результатами численного моделирования в области (4). Таким образом, основные особенности ухватываются предложенной моделью.

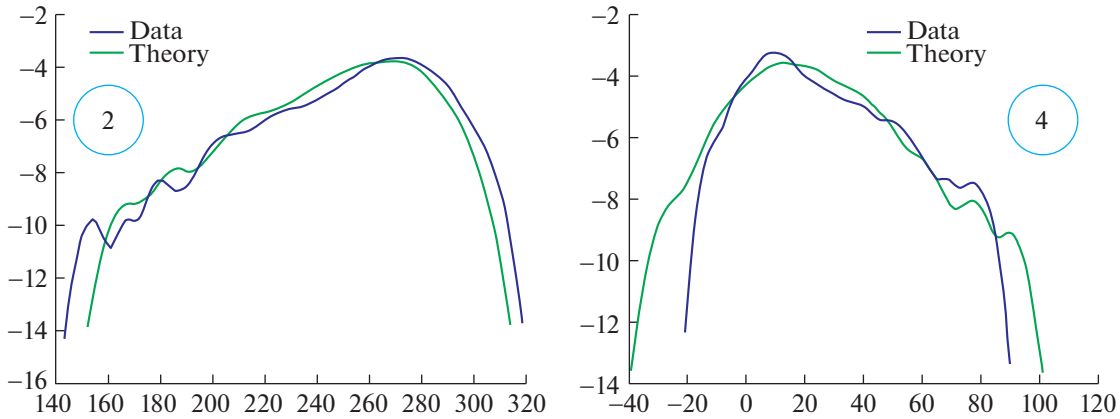


Рис. 5. Сравнение функций распределения продольной компоненты скорости для данных расчета и модельной теории. Область (2) ($x = 3.6D$, $r = 0.32D$) и (4) ($x = 3.6D$, $r = 0.93D$) совпадает с обозначениями, принятыми на рис. 3.

Найдем величину характерных колебаний среднего течения, при которой данные модели согласуются с результатами численного моделирования. Средний профиль аксиальной компоненты скорости $U_0(r)$ получен усреднением численных данных расчета по времени. Дисперсия колебаний струи как целого σ_r является свободным параметром модели, который будет выбираться из условия согласованности с численными данными. Это дает возможность вычислить распределение первого слагаемого (4) и рассчитать его дисперсию σ_U . Расчет функции распределения проводился методом Монте-Карло, что является более удобным методом, чем непосредственное использование формулы (5).

Дисперсия σ' турбулентных возмущений u'_x определяется по формуле $\sigma'^2 = \sigma_e^2 - \sigma_U^2$, которая получается из (4) в предположении независимости мелкомасштабных турбулентных пульсаций и крупномасштабных колебаний течения, где σ_e^2 — дисперсия возмущений аксиальной скорости, полученная из численных данных. Таким образом, по заданной характерной величине колебаний струи как целого σ_r и среднему течению, полученному из расчета, определяется функция распределения пульсаций скорости. На рис. 5 представлено сравнение распределения, полученного из анализа численного расчета, и с помощью предложенной модели для $\sigma_r = 0.065D$.

Как видно, даже простая модель для выбранного значения дисперсии хорошо согласуется с численным экспериментом. Далее получим независимую оценку амплитуды крупномасштабных колебаний. Для этого рассмотрим первую моду колебаний вида $\exp(i\varphi)$ (φ — азимутальный угол), которая в главном приближении описывает поперечные смещения струи как целого. Спектраль-

ная плотность первой моды радиальной скорости представлен на рис. 6.

Характерная частота колебаний $\nu_p = 3$ кГц, характерная скорость, полученная по спектральной плотности, $V \approx 6$ м/с. Тогда оценка характерной величины колебаний $\delta x = \frac{V}{\nu} \approx 0.05D$. Эта оценка оказалась близкой к величине, полученной ранее для модели пульсаций скорости.

3. ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ

В работе также исследовалась статистика поля давления в ближнем поле струи. Для анализа статистики во всей расчетной области была построена карта эксцесса пульсаций давления, вычисляемого согласно формуле (3) (рис. 7). Из рис. 7

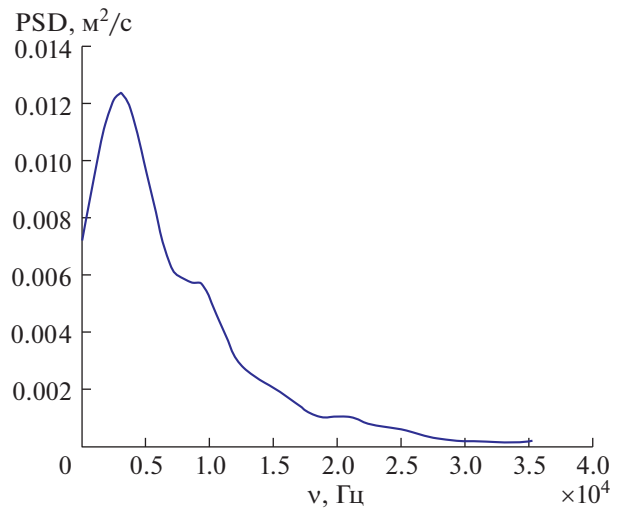


Рис. 6. Спектр первой моды в сечении $x = 3.6D$.

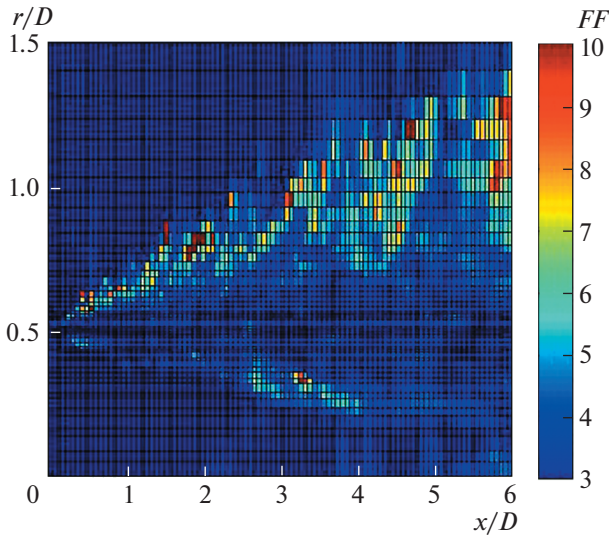


Рис. 7. Величины эксцесса для пульсаций давления.

видно, что статистика пульсаций давления перемежаема на внешней границе струи.

Как видно из рис. 8, модель, учитывающая крупномасштабные колебания струи и предполагающая гауссовость турбулентных пульсаций, предсказывает распределение, близкое к нормальному. Это связано с тем, что профиль среднего давления является сравнительно плоским, и его неоднородности недостаточно для объяснения больших отклонений.

На рис. 9 приведен график давления в одной из точек на границе струи. Прямыми (зелеными) линиями обозначены максимальное и минимальное давление в среднем течении. Как видно, выбросы в область меньших значений давления намного превышают амплитуды колебаний, которые могут быть связаны с колебаниями среднего течения.

Таким образом, показано, что перемежаемость статистики пульсаций давления не может быть связана с крупномасштабными колебаниями струи. С учетом того, что в однородной изотропной турбулентности поле давления также является перемежаемой величиной, можно предположить, что пульсации давления в этих двух случаях имеют одинаковую природу и связаны с наличием интенсивных мелкомасштабных вихревых структур в турбулентной струе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено исследование статистики пульсаций скорости и давления в турбулентной высокоскоростной струе. Показано, что статистика аксиальной компоненты скорости отлична от нормальной в области внешней границы струи

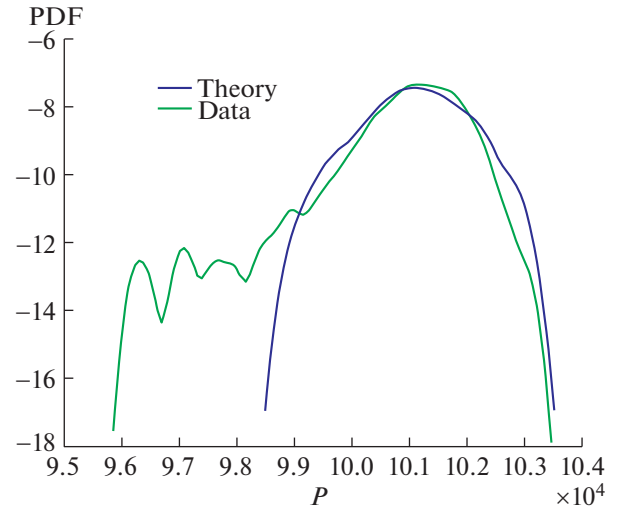


Рис. 8. Сравнение функций распределения давления для данных расчета и модельной теории в точке $x = 2D$, $r = 0.8D$.

и границы потенциального ядра. Предложено объяснение этого эффекта. При этом предполагается, что на уровне мелких масштабов пульсации скорости, так же, как и в случае однородной изотропной турбулентности, имеют нормальное распределение. А эффект перемежаемости связан с крупномасштабными колебаниями струи, которые приводят к большим отклонениям скорости от среднего значения в большую или меньшую сторону в зависимости от знака второй производной профиля средней скорости. Предложенное объяснение хорошо согласуется с численными данными.

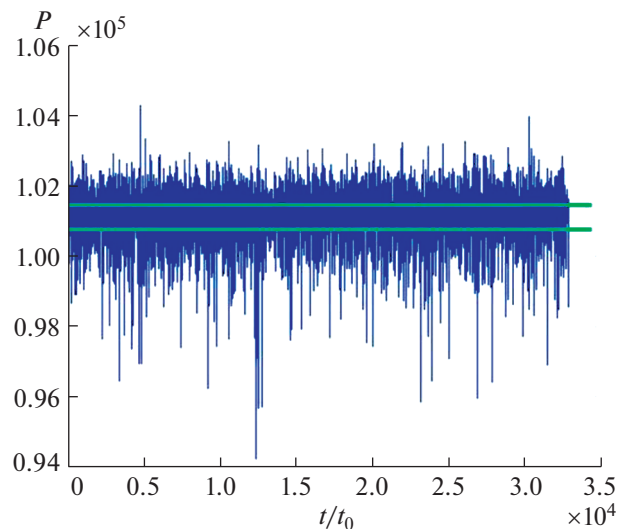


Рис. 9. Сравнение функций распределения давления для данных расчета и модельной теории.

Показано, что статистика поля давления отличается от нормальной на границе струи. В отличие от возмущений скорости перемежаемость пульсаций давления в струе не может быть связана с крупномасштабными колебаниями, поскольку изменение среднего поля давления в сечении струи незначительно. Возможной причиной больших отклонений давления от средней величины так же, как и в случае однородной изотропной турбулентности, может быть наличие интенсивных мелкомасштабных вихревых структур в турбулентной струе.

Главным выводом из полученных результатов является то, что для правильной трактовки статистик пульсаций гидродинамических величин в турбулентных струях необходимо учитывать крупномасштабные колебания струи, дающие при наличии градиента средней скорости существенный вклад в частоту возникновения возмущений с большими отклонениями от средней величины.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 21-71-30016). Экспериментальная часть работы выполнена на базе УНУ “Заглушенная камера с потоком АК-2” ФАУ ЦАГИ, модернизируемой при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по соглашению № 075-11-2021-066.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Ч. 2. М.: Наука, 709 с.
2. Carlos B. da Silva, Rodrigo R. Taveira, Guillem Borrell. Characteristics of the turbulent/nonturbulent interface in boundary layers, jets and shear-free turbulence // Journal of Physics: Conference Series, 2014.
3. Gauding M., Bode M., Brahami Y., Varea É. and Danaila L. Self-similarity of turbulent jet flows with internal and external intermittency // Journal of Fluid Mechanics. 2021. V. 919.
4. Kuznetsov V.R., Praskovsky A.A., Sabelnikov V.A. Fine scale structure of intermittent shear flow. // Journal of Fluid Mechanics. 1992. V. 243.
5. Tsinober A. An informal conceptual introduction to turbulence. Springer, 464 p.
6. Frisch U. Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
7. Frisch U., Sulem P.-L., Nelkin M. A simple dynamical model of intermittent fully developed turbulence // Journal of Fluid Mechanics. 1978. V. 87. P. 719–736.
8. Jimenez J. et al. The structure of intense vorticity in isotropic turbulence // Journal of Fluid Mechanics. 1993. V. 255. P. 65–90.
9. She Z.-S., Leveque E. Universal scaling laws in fully developed turbulence // Physical Review Letters. 1994. V. 78. P. 336–339.
10. Farge M., Pellegrino G., Schneider K. Coherent Vortex Extraction in 3D Turbulent Flows Using Orthogonal Wavelets // Physical Review Letters. 2001. V. 87. 054501.
11. Зыбин К.П., Сирота В.А. Модель вытягивающихся вихрей и обоснование статистических свойств турбулентности // Успехи физических наук. 2015. С. 593–612.
12. Ishihara T., Gotoh T., Kaneda Y. Study of high-Reynolds number isotropic turbulence by direct numerical simulation // Annual Review of Fluid Mechanics. 2009. V. 41. P. 165–180.
13. Колмогоров А.Н. Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности // ДАН СССР. 1941. Т. 32. С. 19–21.
14. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Успехи физических наук. 1967. Т. 93. С. 476–481.
15. Betchov R. An inequality concerning the production of vorticity in isotropic turbulence // Journal of Fluid Mechanics. 1956. V. 1. P. 497–504.
16. Antonia R.A., Chambers A.J., Satyaprakash B.R. Reynolds number dependence of high-order moments of the streamwise turbulent velocity derivative // Boundary Layer Meteorology. 1981. V. 21. P. 159–171.
17. Tsinober A., Kit E., Dracos T. Experimental investigation of the field of velocity gradients in turbulent flows // Journal of Fluid Mechanics. 1992. V. 242. P. 169–192.
18. Hill R. J. Equations relating structure functions of all orders // Journal of Fluid Mechanics. 2001. V. 434. P. 379–388.
19. Chernyshev S.A., Garbaruk A.V., Kopiev V.F., Shur M.L., Strelets M.Kh. Large scale structures in subsonic tone excited jet and their diagnostics in experiment by visualization and in numerical simulations // Proc. the 3rd International Workshop “Computational Experiment in Aeroacoustics”, 24–27 September 2014, Svetlogorsk, Russia. P. 108–112.
20. Camussi R., Bogy C. Intermittent statistics of the 0-mode pressure fluctuations in the near field of Mach 0.9 circular jets at low and high Reynolds numbers // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2021. P. 229–247.
21. Metais O., Lesieur M. Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence // Journal of Fluid Mechanics. 1992. V. 239. P. 157–194.
22. Беляев И.В., Бычков О.П., Зайцев М.Ю., Копьев В.А., Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Фараносов Г.А., Чернышев С.А. Разработка стратегии активного управления волнами неустойчивости в невозбужденных турбулентных струях // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 3. С. 14–27.
23. Jordan P., Colonius T. Wave packets and turbulent jet noise // Annual review of fluid mechanics. 2013. V. 45. P. 173–195.

ON THE CONTRIBUTION OF INSTABILITY WAVES TO THE INTERMITTENCY OF THE VELOCITY DISTURBANCES IN TURBULENT JET

M. A. Yudin^a, V. F. Kopiev^a, S. A. Chernyshev^a, and G. A. Faranosov^a

^aMoscow Research Complex Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, Russia

The statistics of pressure and velocity field fluctuations in a subsonic turbulent jet is investigated in this paper. The data obtained earlier in the numerical calculation by the LES method for a round jet with Mach number $M = 0.8$ and Reynolds number $Re \sim 750000$ are analyzed. Pulsations are considered both in the potential jet core and in the mixing layer. To study statistics and identify intermittency (the property of statistics to differ from normal), the probability density function and the flat factor (the ratio of the fourth moment to the square of the second) are used. It is shown that, in contrast to homogeneous isotropic turbulence, where the velocity fluctuations have Gaussian statistics, for a turbulent jet, the velocity field statistics turns out to be intermittent at the boundary of the potential core and at the outer boundary of the mixing layer. An explanation for this difference is proposed, related to the contribution of large-scale fluctuations of the mean flow (instability waves). It is also shown that the intermittency of the pressure field in the region of the outer boundary of a turbulent jet cannot be associated with large-scale oscillations, but is a characteristic of small-scale turbulence, as well as in the case of homogeneous isotropic turbulence.

Keywords: turbulent jet, pulsation statistics, intermittency