ФИЗИКА

УДК 534.211

БЕГУЩИЕ ВОЛНЫ В НЕДИСПЕРГИРУЮЩИХ СИЛЬНО НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

© 2022 г. Е. Н. Пелиновский[1,]*, О. В. Капцов[2,]**

Представлено академиком РАН О.В. Руденко 19.06.2022 г.
Поступило 19.06.2022 г.
После доработки 19.06.2022 г.
Принято к публикации 27.06.2022 г.

Обсуждаются методы получения бегущих волн в сильно неоднородных средах в рамках линейного волнового уравнения с переменной скоростью распространения (скоростью звука). Показано, что существует достаточно широкий класс изменений скорости распространения, допускающих существование волн, не испытывающих отражения несмотря на сильную неоднородность среды. При этом форма волны и ее характеристики меняются с расстоянием. Такие волны способны переносить энергию на большие расстояния без потерь.

Ключевые слова: волны в недиспергирующих средах, волновое уравнение, неоднородная среда, бегущие волны

DOI: 10.31857/S2686740022070082

Как известно, решения волновых уравнений типа $u(x-t)$, где x – пространственная координата и t – время, описывают бегущие волны, не меняющиеся с расстоянием. Нахождение таких решений в рамках одномерной теории проводится в рамках обыкновенных дифференциальных уравнений, в общем случае, нелинейных, с помощью методов динамических систем. Если среда является неоднородной или нестационарной в направлении распространения волны, то исходные уравнения содержат переменные параметры, и решения типа $u(x-t)$ не существуют. Физически это связано с эффектами отражения, рассеяния и дифракции, отбирающими энергию от бегущей волны. В то же время, если среда меняется достаточно медленно во времени или плавно в пространстве, то бегущие волны с переменной амплитудой находятся приближенно с использованием методов типа геометрической оптики или акустики; см., например, [1]. При этом сохраняется поток волновой энергии, что и позволяет найти характеристики волны в явном виде. Существует, однако, конечное число примеров, допускающих существование бегущих волн и в неоднородных средах со специальными законами изменения характеристик среды в пространстве. Такие примеры известны для акустических волн [2, 3], поверхностных волн на воде [4 , 5], волн в неоднородном потоке [6], внутренних волн в стратифицированной жидкости [7], волн в атмосфере Земли и Солнца [8, 9], а также электромагнитных и плазменных волн [10–12]. Для их нахождения используются различные методы, в том числе алгебра Ли и трансформационные методы [13–19]. Однако возникает вопрос, насколько широк диапазон изменения параметров среды, допускающих существование бегущих волн.

В настоящей работе мы рассматриваем классическое линейное волновое уравнение с переменной скоростью распространения (скоростью звука). Основная идея получения решений в виде бегущих волн связана с преобразованием волнового уравнения с переменными коэффициентами к уравнению с постоянными коэффициентами, в рамках которых существование бегущих волн становится очевидным. Эта модель с использованием "одноточечной" трансформацией кратко описана в разделе 1. Возможен и другой путь трансформационных преобразований, когда уравнения с постоянными коэффициентами получаются в рамках "двойной" или более сложной трансформации (факторизации). В частности, исходное одномерное волновое уравнение с переменной скоростью звука сводится к уравнению для сферически симметричных волн, а затем уже к уравнению с по-

[1] *Институт прикладной физики Российской академии наук, Нижний Новгород, Россия*
[2] *Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук, Красноярск, Россия*
**E-mail: pelinovsky@appl.sci-nnov.ru*
***E-mail: kaptsov@icm.krasn.ru*

стоянными коэффициентами (раздел 2). Такой же подход можно применить, сводя одномерное волновое уравнение к уравнению для сферически симметричных волн в пространстве высокой размерности (раздел 3). В сущности, здесь использованы свойства уравнения Эйлера—Дарбу—Пуассона, которое имеет явные аналитические решения для счетного множества параметров. В результате найден широкий класс изменчивых скоростей распространения (скоростей звука), допускающих безотражательное распространение волн на большие расстояния. Полученные результаты суммированы в заключении.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим классическое волновое уравнение для волновой функции (в акустике это давление) $u(x, t)$, в котором скорость распространения (скорость звука) зависит от координаты:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2(x)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0. \tag{1}$$

Условия на волновую функцию (ее гладкость), а также область определения будут получены ниже.

Для нахождения решений уравнения (1) в виде бегущей волны будем использовать трансформационную технику сведения волнового уравнения с переменными коэффициентами к волновому уравнению с постоянными коэффициентами [15, 18]. Для этого проведем следующую замену в (1):

$$u(x,t) = A(x)\Phi[t, \tau(x)], \tag{2}$$

где $A(x)$, $\Phi(t, \tau)$ и $\tau(x)$ – три неизвестные функции, подлежащие определению. Тогда уравнение (1) трансформируется в уравнение Клейн–Гордона с переменными коэффициентами:

$$\begin{gathered} A\left[\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - c^2\left(\frac{d\tau}{dx}\right)^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial\tau^2}\right] - \\ - c^2\left[A\frac{d^2\tau}{dx^2} + 2\frac{dA}{dx}\frac{d\tau}{dx}\right]\frac{\partial\Phi}{\partial\tau} - c^2\frac{d^2A}{dx^2}\Phi = 0. \end{gathered} \tag{3}$$

Поскольку в этом уравнении содержатся три неизвестные функции, то мы можем наложить три условия для их однозначного определения. В работе [18] предлагался следующий выбор этих условий в виде трех уравнений:

$$c^2\left(\frac{d\tau}{dx}\right)^2 = 1, \tag{4}$$

$$A\frac{d^2\tau}{dx^2} + 2\frac{dA}{dx}\frac{d\tau}{dx} = 0, \tag{5}$$

$$c^2\frac{d^2A}{dx^2} = PA, \tag{6}$$

где P — произвольная константа. При выполнении этих условий уравнение (3) сводится к уравнению Клейн—Гордона с постоянными коэффициентами:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2\Phi}{\partial\tau^2} - P\Phi = 0, \tag{7}$$

и существование бегущих волн (в частности, монохроматических бегущих волн) становится очевидным. Более того, такие волны становятся дисперсионными (при ненулевом P), и здесь проявляется эффект геометрической дисперсии на низких частотах.

Первое уравнение (4) определяет переход к фазе волны или времени распространения (для определенности взята волна, распространяющаяся направо)

$$\tau = \int_{x_0}^{x}\frac{dy}{c(y)}. \tag{8}$$

Второе уравнение (5) легко интегрируется:

$$A^2\frac{d\tau}{dx} = \text{const}, \tag{9}$$

и с учетом (8) определяет связь между амплитудой и скоростью распространения:

$$A(x) = \text{const}\sqrt{c(x)}. \tag{10}$$

Сразу отметим, что такое же выражение получается при использовании метода ВКБ для волны в среде с медленно меняющейся скоростью распространения [1], однако здесь мы не накладываем условие медленности изменения параметров среды.

Третье уравнение (6) определяет функцию $c(x)$, для которой существуют бегущие волны

$$\frac{d^2}{dx^2}c^{1/2} = Pc^{-3/2}. \tag{11}$$

Эта функция находится из обыкновенного нелинейного дифференциального уравнения второго порядка и, следовательно, зависит от двух произвольных констант. Полный анализ возможных решений уравнения (11) дан в статье [18] и здесь не воспроизводится. Отметим еще раз, что при ненулевых P волны становятся дисперсионными и в процессе распространения могут фокусироваться в волны-убийцы [20]. Недиспергирующая волна получается только при $P = 0$, решение для которой мы здесь воспроизведем:

$$\begin{gathered} c(x) = c_0(1 + x/L)^2, \quad \tau(x) = \frac{x}{c_0(1 + x/L)}, \\ A(x) = A_0(1 + x/L), \quad u(x,t) = A(x)\Phi[t - \tau(x)], \end{gathered} \tag{12}$$

где введены константы, определяющие все функции в точке $x = 0$. Наличие констант в формуле (12) позволяет использовать такие безотражательные профили в качестве аппроксимаций реальных профилей скорости звука, по крайней мере, на отдельных участках, и лучше понимать условия распространения волн. Волна в каждой точке такого профиля самоподобна (во времени), но ее амплитуда и фаза, конечно же, меняются. Сразу заметим, что все функции определены на полуоси $-1 < x/L < +\infty$, и решение становится сингулярным в точке $x/L = -1$. Однако время движения волны к этой сингулярной точке, характеризуемое функцией $\tau(x)$, становится бесконечным, так что волна не приближается к сингулярной точке. Также отметим, что на бесконечности время движения волны конечно, т.е. волна уходит на бесконечность за конечное время. Ее амплитуда при этом неограниченно растет, и линейное приближение там становится неприменимым. Таким образом, нам нет необходимости исследовать волновое движение на границах и ставить соответствующие граничные условия в рамках линейной теории.

2. СВЕДЕНИЕ К СФЕРИЧЕСКОМУ ВОЛНОВОМУ УРАВНЕНИЮ

Наложенные условия (4)–(6) не являются единственно возможными для существования бегущих волн. Известно, например, что волновое уравнение для сферических волн после введения амплитудного фактора r^{-1} также сводится к одномерному волновому уравнению с постоянными коэффициентами [21]). Уравнение (3) при условии (4) сводится к сферически симметричному волновому уравнению

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2\Phi}{\partial\tau^2} - \frac{2}{\tau}\frac{\partial\Phi}{\partial\tau} = 0 \tag{13}$$

при наложении условий

$$A\frac{d^2\tau}{dx^2} + 2\frac{dA}{dx}\frac{d\tau}{dx} = \frac{2A}{\tau c^2}, \tag{14}$$

$$\frac{d}{dx}\left[c^2\frac{dA}{dx}\right] = 0. \tag{15}$$

Здесь мы рассмотрим только частное решение этой системы, положив $A = 1$. Тогда уравнение (15) выполняется автоматически, а уравнение (14) сводится к

$$c^2\frac{d^2\tau}{dx^2} = \frac{2}{\tau}, \tag{16}$$

или после использования формулы (4) – к нелинейному обыкновенному дифференциальному уравнению для фазы волны (времени движения)

$$\tau\frac{d^2\tau}{dx^2} = 2\left(\frac{d\tau}{dx}\right)^2. \tag{17}$$

Последнее уравнение легко интегрируется:

$$c(x) = c_0(1 + x/L)^2, \quad \tau(x) = \frac{x}{c_0(1 + x/L)}, \tag{18}$$

и полностью совпадает с формулой (12). Решение уравнения (13) хорошо известно и представляет собой две волны, распространяющиеся в противоположных направлениях:

$$\Phi(t,\tau) = \frac{\theta(t-\tau) + \psi(t+\tau)}{\tau}, \tag{19}$$

с амплитудами, пропорциональными τ^{-1}, или с учетом (18), линейно зависящими от координаты x, как это получалось в (12) другим методом. Итак, сведение исходного волнового уравнения (1) к сферически симметричному волновому уравнению не позволило получить новые решения, но дало возможность установить важную связь между решениями для волн в неоднородных средах и сферически симметричными волнами в случае безотражательного распространения.

3. СВЕДЕНИЕ К УРАВНЕНИЮ ЭЙЛЕРА–ДАРБУ–ПУАССОНА

Уравнение (13) является частным случаем известного уравнения Эйлера–Дарбу–Пуассона [21–24]:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2\Phi}{\partial\tau^2} - \frac{k}{\tau}\frac{\partial\Phi}{\partial\tau} = 0, \tag{20}$$

в котором коэффициент k изменяется от минус до плюс бесконечности. Известно, что в случае положительных целых четных значений $k = 2m$ это уравнение описывает сферически симметричные волны в пространстве нечетной размерности и имеет простое аналитическое решение для произвольных начальных условий. Мы можем использовать это свойство для нахождения безотражательных волн в неоднородной среде.

Так, принимая условия с целочисленным m

$$A\frac{d^2\tau}{dx^2} + 2\frac{dA}{dx}\frac{d\tau}{dx} = \frac{2mA}{\tau c^2}, \tag{21}$$

$$\frac{d}{dx}\left[c^2\frac{dA}{dx}\right] = 0, \tag{22}$$

уравнение Клейн–Гордона с переменными коэффициентами (3) сводится к уравнению Эйлера–Дарбу–Пуассона

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2\Phi}{\partial\tau^2} - \frac{2m}{\tau}\frac{\partial\Phi}{\partial\tau} = 0, \tag{23}$$

если использовать формулу (4).

Положим опять $A = 1$, тогда уравнение (22) выполняется автоматически, а уравнение (21) сводится к нелинейному уравнению, похожему на (17):

$$\tau\frac{d^2\tau}{dx^2} = 2m\left(\frac{d\tau}{dx}\right)^2. \tag{24}$$

Уравнение (24) интегрируется в общем виде при любом значении параметра m:

$$c(x) = c_0(1 + x/L)^{\frac{2m}{2m-1}},$$
$$\tau(x) = (\tau_0/c_0)\left(\frac{x}{1 + x/L}\right)^{\frac{1}{2m-1}}. \tag{25}$$

Естественно, что при $m = 1$ решение (25) переходит в (18). Итак, и в общем случае мы получаем область определения всех функций $c(x)$ на полуоси. Скорость распространения волн (скорость звука) в безотражательных решениях описывается монотонной степенной функцией, степень которой меняется от 1 ($m \to \infty$) до 2 ($m = 1$). Число таких безотражательных функций образует счетное множество.

Решение уравнения (23) для целочисленных коэффициентов m было получено еще Леонардо Эйлером, и оно выражается через решение волнового уравнения с постоянными коэффициентами (получаемое из (23) при $m = 0$, которое обозначим как V) в виде конечной суммы

$$\Phi(t,\tau) = \frac{1}{\tau^{2m-1}}\sum_{i=0}^{m-1} a_i\tau^i \frac{\partial^i V}{\partial t^i} \tag{26}$$

с числовыми коэффициентами a_i, находимыми элементарно после подстановки (26) в (23). Функция V, как решение волнового уравнения с постоянными коэффициентами, представимо в виде двух волн, распространяющихся в противоположные стороны:

$$V(t,\tau) = \theta(t - \tau) + \psi(t + \tau), \tag{27}$$

так что решение (26) также представимо в виде суммы двух бегущих волн, но с переменной амплитудой. Для простоты мы ограничимся здесь только одной волной, бегущей вправо.

В частности, для $m = 2$ волновое поле есть

$$\Phi(t,\tau) = \frac{1}{\tau^3}\theta[t - \tau] + \frac{1}{\tau^2}\frac{\partial\theta[t - \tau]}{\partial t}. \tag{28}$$

Переход к физическим переменным легко делается с помощью формул (25). Важно сразу отметить, что временная форма волны уже не сохраняется в процессе распространения (как это было при $m = 1$), и вблизи сингулярной точки форма волны значительно меняется, а на больших расстояниях от нее волна становится стационарной и за конечное время уходит на бесконечность.

Приведем также решение в случае $m = 3$:

$$\Phi(t,\tau) = \frac{1}{\tau^5}\theta(t - \tau) + \frac{1}{\tau^4}\frac{\partial\theta}{\partial t} + \frac{1}{3\tau^3}\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}. \tag{29}$$

Качественно процесс трансформации волны остается неизменным с сильным изменением формы волны вблизи сингулярной точки.

С увеличением m в решении появляются все более высокие производные, но характер решения качественно остается таким же. Наличие высших производных в решении накладывает определенные условия на гладкость формы бегущей волны (существование нескольких производных от функции θ), которые в сущности отсутствуют в рамках волнового уравнения с постоянными коэффициентами (в частности, оно допускает распространение волн с крутым фронтом). Важно также отметить, что если далеко от сингулярной точки задана уединенная волны (импульс), то вблизи сингулярной точки импульс интегрируется, и в нем могут возникнуть нефизические остаточные хвосты. Таким образом, кроме гладкости, мы должны потребовать конечности интегралов от волнового профиля, что накладывает дополнительные условия на бегущие волны.

Уравнение Эйлера–Дарбу–Пуассона (23) допускает решения в виде бегущих волн и в случае отрицательных значений m [22, 23]. Заменяя m на $n = -m$, перепишем формулы (25) для характеристик донного рельефа:

$$c(x) = c_0(1 + x/L)^{\frac{2n}{2n+1}},$$
$$\tau(x) = (\tau_0/c_0)(1 + x/L)^{\frac{1}{2n+1}}. \tag{30}$$

Мы опять получаем счетное множество полиномиальных скоростей звука, степень которых меняется от 2/3 до 1, дополняя степени их величинами от 1 до 2 согласно формуле (25). Здесь, однако, скорость распространения медленнее растет с расстоянием, поэтому волна движется на бесконечность неограниченно долго.

Общее решение уравнения (23) для целочисленных отрицательных значений m (положительных значений n) также выражается в виде конечной суммы

$$\Phi(t,\tau) = \sum_{i=0}^{m} a_i\tau^i \frac{\partial^i V}{\partial t^i}. \tag{31}$$

Приведем здесь наиболее простое решение (31) при $n = 1$:

$$\Phi(t,\tau) = \theta[t - \tau] + \tau\frac{\partial\theta[t - \tau]}{\partial t}. \tag{32}$$

И здесь волновое поле сильно меняется с расстоянием, как и в описанных выше случаях. С увеличением n в решении добавляются высшие производные, так при $n = 2$ имеем

$$\Phi(t,\tau) = \theta(t - \tau) + \tau\frac{\partial\theta}{\partial t} + \frac{\tau^2}{3}\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}. \tag{33}$$

Таким образом, и здесь наблюдается счетное множество монотонных скоростей звука, обеспечивающих безотражательное распространение волн. В процессе распространения форма волны

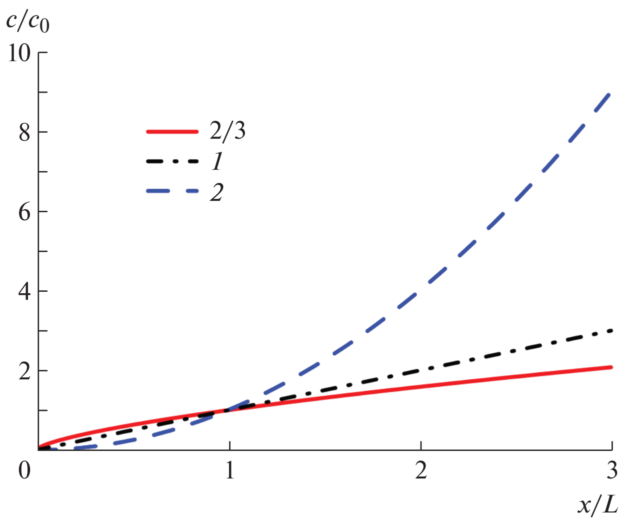

Рис. 1. Безотражательные профили скорости распространения (скорости звука). Цифры – показатели степени в зависимости $c \sim x^k$.

меняется, однако волна не теряет энергии при распространении на большие расстояния.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе развивается подход к нахождению бегущих волн в сильно неоднородной одномерной среде на примере простого волнового уравнения с переменной скоростью звука. Показывается, что есть несколько способов получения бегущих волн. В первом способе исходное волновое уравнение с переменными коэффициентами сводится к уравнению Клейн–Гордона с постоянными коэффициентами и существование решений в виде бегущих волн становится очевидным. В другом подходе исходное волновое уравнение с переменными коэффициентами сводится к уравнению Эйлера–Пуассона–Дарбу, которое также имеет решения в виде бегущей волны для целочисленных значений параметра в этом уравнении. И хотя в этом случае временная форма волны меняется с расстоянием, но, тем не менее, отражение от неоднородностей отсутствует. Найдено, что число "безотражательных" монотонных профилей скорости звука составляет счетное множество и их степени лежат между двумя монотонными профилями $x^{2/3}$ и x^2, разделенные линейным профилем, который в сущности разделяет два класса решений уравнения Эйлера–Дарбу–Пуассона (рис. 1). Наличие большого числа безотражательных профилей свидетельствует об относительно малом отражении волн на монотонных профилях и обеспечивает перенос энергии на большие расстояния. Приведенный подход не является исчерпывающим, и мы уверены, что можно найти еще разнообразные ситуации, когда волна будет распространяться на большие расстояния без отражения. Анализ волновых процессов в окрестности сингулярной точки будет сделан в дальнейшем.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 19-12-00253 (Е.Н. Пелиновский, разделы 1, 2) и Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки России в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение 075-02-2022-873) (О.В. Капцов, раздел 3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
2. *Миронов М.А.* Точные решения уравнения поперечных колебаний стержня со специальным законом изменения поперечного сечения //Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 3–8.
3. *Петухов Ю.В.* О возможности безотражательного распространения плоских акустических волн в непрерывно-стратифицированных средах // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 2. С. 129–138.
4. *Didenkulova I., Pelinovsky E., Soomere T.* Long surface wave dynamics along a convex bottom. // J. Geophysical Research – Oceans. 2009. V. 114. C07006.
5. *Pelinovsky E., Didenkulova I., Shurgalina E., Aseeva N.* Nonlinear wave dynamics in self-consistent water channels // J. Physics A. 2017. V. 50. 505501.
6. *Churilov S.M., Stepanyants Y.A.* Reflectionless wave propagation on shallow water with variable bathymetry and current // J. Fluid Mech. 2022. V. 931. A15; Pt. 2. V. 939. A15.
7. *Pelinovsky E., Talipova T., Didenkulova I., Didenkulova* (*Shurgalina*) *E.* Interfacial long traveling waves in a two-layer fluid with variable depth // Studies in Applied Mathematics. 2019. V. 142. № 4. P. 513–527.
8. *Петрухин Н.С., Пелиновский Е.Н., Талипова Т.Г.* Безотражательное вертикальное распространение волны в сильно неоднородной атмосфере // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2012. Т. 48. № 2. С. 189–194.
9. *Петрухин Н.С., Пелиновский Е.Н., Бацына Е.К.* Безотражательное распространение акустических волн в атмосфере Солнца // Письма в Астрон. журн. 2012б. Т. 38. № 6. С. 439–445.
10. *Шварцбург А.Б.* Дисперсия электромагнитных волн в стратифицированных и нестационарных средах (точно решаемые модели) // УФН. 2000. Т. 170. № 12. С. 1297–1324.
11. *Petrukhin N.S., Ruderman M.S., Pelinovsky E.* Non-reflective propagation of kink pulses in magnetic waveguides in solar atmosphere // Solar Physics. 2015. V. 290. № 5. P. 1323–1335.
12. *Петрухин Н.С., Пелиновский Е.Н., Диденкулова Е.Г.* Безотражательные магнитогидродинамические волны в неоднородной плазме // Изв. вузов. Радиофизика. 2020. Т. 63. № 1. С. 32–43.

13. *Bluman G., Kumei S.* On invariance properties of the wave equation // J. Math. Phys. 1987. V. 28. P. 307–318.
14. *Seymour B., Varley E.* Exact representations for acoustical waves when the sound speed varies in space and time // Stud. Appl. Math. 1987. V. 76. P. 1–35.
15. *Varley E., Seymour B.* A method for obtaining exact solutions to partial differential equations with variable coefficients // Stud. Appl. Math. 1988. V. 78. P. 183–225.
16. *Bluman G., Cheviakov A.F.* Nonlocally related systems, linearization and nonlocal symmetries for the nonlinear wave equation // J. Math. Anal. Appl. 2007. V. 333. P. 93–111.
17. *Капцов О.В.* Методы интегрирования уравнений с частными производными. М: Физматлит, 2009.
18. *Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E.* Homogenization of the variable – speed wave equation // Wave Motion. 2010. V. 47. № 12. P. 496–507.
19. *Капцов О.В., Мирзаохмедов М.М.* Общие решения некоторых линейных уравнений с переменными коэффициентами // Уфимский матем. журн. 2021. Т. 13. № 2. С. 36–43.
20. *Didenkulova I., Pelinovsky E.* On shallow water rogue wave formation in strongly inhomogeneous channels // J. Physics A. 2016. V. 49. 194001.
21. *Курант Р., Гильберт Д.* Методы математической физики. М.: Гостехиздат, 1951.
22. *Мизес Р.* Математическая теория течений сжимаемой жидкости. М.: ИИЛ, 1961.
23. *Трикоми Ф.* Лекции по уравнениям в частных производных. М.: ИИЛ, 1957.
24. *Шишкина Э.Л.* Общее уравнение Эйлера–Пуассона–Дарбу и гиперболические *B*-потенциалы // Современная математика. Фундаментальные направления. 2019. Т. 65. № 2. С. 157–338.

TRAVELLING WAVES IN THE NON-DISPERSIVE INHOMOGENEOUS MEDIA

E. N. Pelinovsky[a] and O. V. Kaptsov[b]

[a] *Institute of Applied Physics, the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia*

[b] *Institute of Computational Modelling, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Krasnoyarsk, Russia*

Presented by Academician of the RAS O.V. Rudenko

Methods to obtain the solution described the traveling waves in strongly inhomogeneous media are discussed in the framework of a linear wave equation with a variable speed (sound speed). It is shown that there is a wide class of propagation speed variations that allow the existence of waves that do not reflect despite the strong inhomogeneity of the medium. In this case, the wave shape and its characteristics change with distance. Such waves are able to transfer energy over long distances without loss.

Keywords: waves in non-dispersive media, wave equation, inhomogeneous medium, travelling waves