

УДК 537.2

## О ВЫЧИСЛЕНИИ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА ЭЛЕКТРОНА В ПРОВОДЯЩЕЙ НЕОДНОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ

© 2022 г. Академик РАН В. И. Колесников<sup>1</sup>, И. В. Лавров<sup>2</sup>, В. В. Бардушкин<sup>2</sup>,  
А. П. Сычев<sup>3,\*</sup>, В. Б. Яковлев<sup>2</sup>

Поступило 26.04.2022 г.

После доработки 26.04.2022 г.

Принято к публикации 10.08.2022 г.

Приводится оригинальный вывод формулы для средней длины свободного пробега электрона в проводящей неодносвязной области в трехмерном пространстве, для которой справедлива теорема Остроградского–Гаусса, при условии рассеяния от границы области по закону Ламберта. Результат может быть использован для прогнозирования оптических характеристик нанокompозитов с включениями с металлической оболочкой.

*Ключевые слова:* металлическая оболочка, неодносвязная область, средняя длина свободного пробега, рассеяние по закону Ламберта

DOI: 10.31857/S2686740022060098

### ВВЕДЕНИЕ

В металлических наночастицах, погруженных в диэлектрик, при воздействии на них электромагнитного поля могут возникать поверхностные плазмоны, т.е. приповерхностные коллективные колебания электронов проводимости [1]. Данные колебания происходят в узком диапазоне частот вблизи некоторой резонансной частоты и сопровождаются поглощением и рассеянием электромагнитной волны. Вследствие этого композиты с диэлектрической матрицей и металлическими наноразмерными включениями могут обладать свойствами, отсутствующими у природных материалов [2, 3]. Свойство иметь плазмонные резонансы обуславливает использование наночастиц из благородных металлов также в биосенсорике, геномике, в медицине при диагностике на клеточном уровне и лечении путем направленной доставки лекарственных веществ к очагу заболевания [4]. При этом резонансные оптические свойства наночастиц должны попадать в диапазон, в котором биоткани обладают прозрачностью для электромагнитного излучения, что до-

стигается путем подбора металла, а также размера, формы и структуры наночастиц. В частности, перспективным представляется использование неоднородных частиц с диэлектрическим ядром и металлической оболочкой, поскольку частотное положение плазмонного резонанса зависит от толщины последней [5, 6].

В случае, когда размер частицы намного меньше длины волны электромагнитного излучения, для прогнозирования ее оптических характеристик, а также свойств неоднородных сред, содержащих такие частицы, можно использовать квазистатический подход, комбинирующий, с одной стороны, электростатические соотношения между величинами полей в различных частях рассматриваемой системы, и, с другой стороны, учет зависимости материальных характеристик составляющих системы от частоты воздействующего поля. При этом следует учитывать изменение материальных характеристик малых частиц по сравнению с соответствующими материальными характеристиками массивного образца вследствие рассеяния электронов от границы области. В частности, размерная поправка диэлектрической проницаемости для малой металлической частицы производится на основе модели Друде в следующей форме [4, 7]:

$$\varepsilon(\omega, \langle l \rangle) = \varepsilon_b(\omega) + \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma_0)} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)},$$

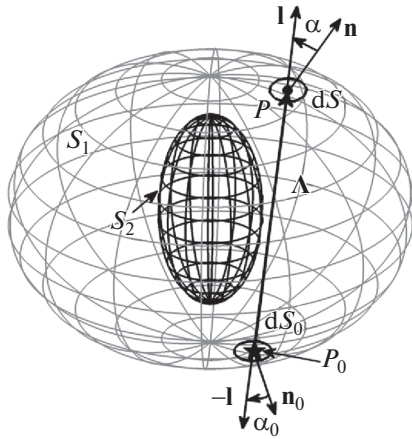
где  $\omega_p$ ,  $\gamma_0$  — плазменная частота и константа затухания электронов в массивном образце материала

<sup>1</sup> Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону, Россия

<sup>2</sup> Институт нанотехнологий микроэлектроники Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>3</sup> Федеральный исследовательский центр Южный научный центр Российской академии наук, Ростов-на-Дону, Россия

\*E-mail: alekc\_sap@mail.ru



**Рис. 1.** Перемещение электрона в эллипсоидальной оболочке из начальной точки  $P_0 \in S$  в конечную точку  $P \in S$ .

соответственно;  $\epsilon_b(\omega)$  – диэлектрическая проницаемость массивного образца;  $\gamma = \gamma_0 + Av_F/\langle l \rangle$  – измененная с учетом размерного эффекта константа затухания электронов в частице;  $v_F$  – скорость электронов на поверхности Ферми;  $\langle l \rangle$  – средняя длина свободного пробега электрона в частице;  $A$  – безразмерный параметр, определяемый деталями процесса рассеяния электронов поверхностью частицы. Теоретические и экспериментальные исследования свидетельствуют о том, что константа  $A$  не зависит от размера частицы, а зависит от вещества, из которого она состоит [8].

Средняя длина  $\langle l \rangle$  свободного пробега электрона для одной и той же частицы зависит от принимаемой в рассмотрение модели рассеяния электронов поверхностью. Наиболее широко используются следующие две модели:

1) модель Эйлера диффузного рассеивания [9], в которой интенсивность рассеяния электронов в каждой точке поверхности предполагается не зависящей от направления;

2) модель рассеяния по закону Ламберта, в которой интенсивность рассеяния считается пропорциональной косинусу угла между направлением вылета электрона и нормалью к поверхности [8]. Вторую модель иногда также называют моделью бильярдного рассеяния [10, 11], так как инвариантная мера, соответствующая модели с абсолютно упругим отражением частиц от границы области, имеет такой же вид, как и в случае модели рассеяния по закону Ламберта [10].

В работе [12] в предположениях модели бильярдного рассеяния получено общее выражение для средней длины свободного пробега частицы в неоднородной области с гладкими границами в пространстве произвольного числа измерений.

Тем не менее после этого в ряде работ было произведено непосредственное вычисление  $\langle l \rangle$  в двухсвязных областях правильной геометрической формы в трехмерном пространстве при условии рассеяния по закону Ламберта. В частности, в [10] вычислена  $\langle l \rangle$  в сферической, а в [11] – в цилиндрической проводящих оболочках.

В настоящей работе приводится оригинальный вывод формулы для средней длины свободного пробега электрона в произвольной проводящей неоднородной области с гладкой границей в трехмерном пространстве, для которой справедлива теорема Остроградского–Гаусса, при условии рассеяния от границы по закону Ламберта. При этом также показывается, что при рассеянии по закону Ламберта в каждой точке границы выполняется условие динамического равновесия: поток падающих электронов на малую площадку поверхности, содержащую данную точку, совпадает с потоком электронов, рассеиваемых с данной площадки.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ РЕШЕНИЕ

Рассмотрим область  $V$ , заключенную между двумя поверхностями-эллипсоидами  $S_1$  (наружная граница) и  $S_2$  (внутренняя граница) (рис. 1). Полную границу области  $V$  обозначим через  $S$ . Пусть электрон вылетает из точки  $P_0 \in S$  и, двигаясь прямолинейно без столкновений с другими частицами, попадает в точку  $P \in S$ . Тогда  $\Lambda = \overline{P_0P}$  – вектор перемещения электрона при данном движении, а длина его свободного пробега равна  $\Lambda = P_0P$ .

Средняя длина свободного пробега электронов вычисляется по формуле [8]

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{\int \Lambda dw}{\int dw}, \tag{1}$$

где  $dw$  – дифференциал инвариантной меры. В данном случае  $dw$  может быть записан в виде

$$dw = q(P_0, \mathbf{l}) dS_0 d\Omega, \tag{2}$$

где  $q(P_0, \mathbf{l})$  – плотность потока рассеиваемых электронов в точке  $P_0$  в направлении  $\mathbf{l}$ ,

$$\mathbf{l} = \frac{\Lambda}{\Lambda};$$

$dS_0$  – элемент поверхности вокруг точки  $P_0$ ;  $d\Omega$  – телесный угол, под которым из точки  $P_0$  виден элемент  $dS$  поверхности вокруг точки  $P$ . Для  $d\Omega$  имеем

$$d\Omega = \frac{\cos \alpha dS}{\Lambda^2}, \tag{3}$$

где  $\alpha$  – угол между  $\mathbf{l}$  и внешней нормалью  $\mathbf{n}$  к поверхности  $S$  в точке  $P$ ,

$$\cos \alpha = \frac{\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{n}}{\Lambda}. \quad (4)$$

Подставив (4) в (3), получим

$$d\Omega = \frac{\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{n}}{\Lambda^3} dS.$$

Интегрирование в (1) производится по всевозможным отрезкам  $P_0P \in V$ .

Пусть  $M_0$  и  $M$  – две произвольные точки из замыкания  $\bar{V}$  области  $V$ . Введем характеристическую функцию  $\theta(M_0, M)$ , или функцию взаимной “видимости” точек  $M_0$  и  $M$ :

$$\theta(M_0, M) = \begin{cases} 1, & M_0M \subset \bar{V}; \\ 0, & M_0M \not\subset \bar{V}. \end{cases} \quad (5)$$

Очевидно, что  $\theta(M_0, M)$  – симметричная, т.е.  $\theta(M_0, M) = \theta(M, M_0)$ .

Обозначим через  $\mu = \int dw$  – нормировочный коэффициент в (1). С учетом (2), (3), (5) выражение для  $\mu$  примет следующий вид:

$$\mu = \iint_S dS_0 \iint_S \theta(P_0, P) q(P_0, \mathbf{l}) \frac{\cos \alpha}{\Lambda^2} dS. \quad (6)$$

Тогда для  $\langle \Lambda \rangle$  из (1) будем иметь

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\mu} \iint_S dS_0 \iint_S \theta(P_0, P) q(P_0, \mathbf{l}) \frac{\cos \alpha}{\Lambda} dS. \quad (7)$$

Заметим, что величина, стоящая под внешним интегралом в (6), есть поток электронов  $dQ_0^+$  с площадки  $dS_0$ , рассеиваемый по всем направлениям:

$$dQ_0^+ = \left( \iint_S \theta(P_0, P) q(P_0, \mathbf{l}) \frac{\cos \alpha}{\Lambda^2} dS \right) dS_0.$$

С другой стороны, поменяв в (6) порядок интегрирования, получим выражение для потока электронов, попадающих на площадку  $dS$ :

$$dQ^- = \left( \iint_S \theta(P_0, P) q(P_0, \mathbf{l}) \frac{\cos \alpha}{\Lambda^2} dS_0 \right) dS. \quad (8)$$

Из (8) элементарной подстановкой получается поток электронов, падающих на площадку  $dS_0$ :

$$dQ_0^- = \left( \iint_S \theta(P, P_0) q(P, \mathbf{l}_0) \frac{\cos \alpha_0}{\Lambda^2} dS \right) dS_0,$$

где  $\mathbf{l}_0 = -\mathbf{l}$ ;  $\alpha_0$  – угол между  $\mathbf{l}_0$  и внешней нормалью  $\mathbf{n}_0$  к  $dS_0$ .

Условием динамического равновесия является равенство потоков рассеиваемых с площадки  $dS_0$  и падающих на нее электронов, т.е.

$$dQ_0^+ = dQ_0^-,$$

откуда вытекает равенство интегралов

$$\begin{aligned} \iint_S \theta(P_0, P) q(P_0, \mathbf{l}) \frac{\cos \alpha}{\Lambda^2} dS &= \\ = \iint_S \theta(P, P_0) q(P, \mathbf{l}_0) \frac{\cos \alpha_0}{\Lambda^2} dS, \end{aligned} \quad (9)$$

которое должно выполняться для любой точки  $P_0 \in S$ .

Проверим, что равенство (9) будет выполняться, если рассеяние электронов с поверхности  $S$  будет подчиняться закону Ламберта. Действительно, в этом случае плотность потока рассеиваемых с площадки  $dS_0$  электронов в направлении  $\mathbf{l}$  будет пропорциональна косинусу угла  $\alpha_0$  между  $\mathbf{l}$  и внутренней нормалью  $(-\mathbf{n}_0)$  к  $dS_0$ , т.е.

$$q(P_0, \mathbf{l}) = q_0 \cos \alpha_0, \quad (10)$$

где  $q_0$  – некоторая константа. При этом для плотности рассеиваемых с площадки  $dS$  электронов в направлении  $\mathbf{l}_0$  будем иметь

$$q(P, \mathbf{l}_0) = q(P, -\mathbf{l}) = q_0 \cos \alpha. \quad (11)$$

Подставив (10) и (11) в (9), с учетом симметричности  $\theta(P, P_0)$  получим тождественное равенство.

В дальнейшем будем считать, что рассеяние электронов происходит по закону Ламберта. С учетом того, что константа  $q_0$  входит в качестве множителя в числитель и знаменатель выражения (7), можно принять, что  $q_0 = 1$ . Тогда выражения (6) и (7) примут следующий вид:

$$\mu = \iint_S dS_0 \iint_S \theta(P_0, P) \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda^2} dS, \quad (12)$$

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\mu} \iint_S dS_0 \iint_S \theta(P_0, P) \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda} dS. \quad (13)$$

Обозначим через  $S_{P_0}$  часть поверхности  $S$ , состоящую из точек  $P$ , “видимых” из точки  $P_0$ . Тогда соотношения (12) и (13) можно записать следующим образом:

$$\mu = \iint_S dS_0 \iint_{S_{P_0}} \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda^2} dS, \quad (14)$$

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\mu} \iint_S dS_0 \iint_{S_{P_0}} \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda} dS.$$

Обозначим также подобласть области  $V$ , состоящую из точек, “видимых” из точки  $P_0$ , через  $V_{P_0}$ , т.е.

$$V_{P_0} = \{M \mid M \in V, \theta(P_0, M) = 1\}.$$

Границей области  $V_{P_0}$  является поверхность

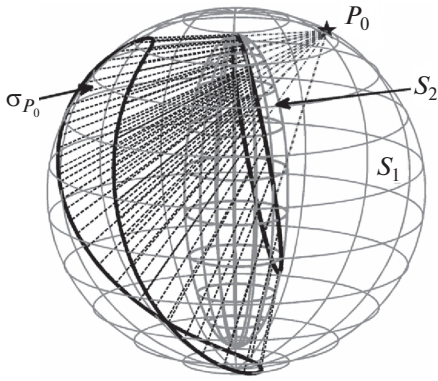


Рис. 2. Поверхность  $\sigma_{P_0}$ , разделяющая “видимую” и “невидимую” из точки  $P_0 \in S$  части области эллипсоидальной оболочки  $V$ .

$$\partial V_{P_0} = S_{P_0} \cup \sigma_{P_0}, \tag{15}$$

где  $\sigma_{P_0}$  – поверхность, состоящая из отрезков лучей, выходящих из точки  $P_0$  и касающихся поверхности  $S_2$ , между точками касания и пересечения с поверхностью  $S_1$ . На рис. 2 изображена поверхность  $\sigma_{P_0}$  для случая, когда  $P_0 \in S_1$ . Если  $P_0 \in S_2$ , то она же и является точкой касания, а  $\sigma_{P_0}$  представляет собой часть касательной плоскости к  $S_2$  в точке  $P_0$ , границей которой служит линия ее пересечения с  $S_1$ .

Вычислим внутренний интеграл в (14):

$$I_{\text{int}} = \iiint_{S_{P_0}} \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda^2} dS = \iiint_{S_{P_0}} \cos \alpha_0 d\Omega,$$

интегрирование ведется по всем направлениям, лежащим в одном полупространстве от плоскости  $\Pi_0$ , касательной к  $S$  в точке  $P_0$ , причем вместо поверхности интегрирования  $S_{P_0}$  можно взять любую поверхность, охватывающую все эти направления. Для простоты возьмем полусферу  $S_R^+$  радиуса  $R$  с центром  $P_0$ . Тогда

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2}.$$

Введем параметризацию полусферы с помощью сферических углов  $\alpha_0, \psi_0$  ( $\alpha_0$  – полярный угол,  $0 \leq \alpha_0 \leq \pi/2$ ,  $\psi_0$  – азимутальный угол,  $0 \leq \psi_0 < 2\pi$ ). Тогда  $dS = R^2 \sin \alpha_0 d\alpha_0 d\psi_0$ ,

$$I_{\text{int}} = \int_0^{2\pi} d\psi_0 \int_0^{\pi/2} \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 d\alpha_0 = \pi. \tag{16}$$

Подставив (16) в (14), получим

$$\mu = \pi S,$$

где  $S$  – полная площадь поверхности, ограничивающей  $V$ :

$$S = S_1 + S_2.$$

Таким образом, для  $\langle \Lambda \rangle$  имеем выражение

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\pi S} \iiint_S dS_0 \iiint_{S_{P_0}} \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda} dS,$$

которое с учетом (4), а также того, что

$$\cos \alpha_0 = -\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda}, \tag{17}$$

можно переписать в виде:

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\pi S} \iiint_S dS_0 \iiint_{S_{P_0}} \frac{(-\Lambda \cdot \mathbf{n}_0)(\Lambda \cdot \mathbf{n})}{\Lambda^3} dS. \tag{18}$$

Преобразуем внутренний поверхностный интеграл в (18) по теореме Остроградского–Гаусса с учетом (15). Введем обозначение для векторного поля в подынтегральном выражении:

$$\mathbf{v} = -\frac{(\Lambda \cdot \mathbf{n}_0)\Lambda}{\Lambda^3},$$

тогда

$$J_{\text{int}} = \iiint_{S_{P_0}} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \iiint_{\partial V_{P_0}} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS - \iiint_{\sigma_{P_0}} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS.$$

Поскольку на поверхности  $\sigma_{P_0}$   $\Lambda \perp \mathbf{n}$ , то  $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})|_{\sigma_{P_0}} = 0$ , поэтому

$$J_{\text{int}} = \iiint_{S_{P_0}} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \iiint_{V_{P_0}} \text{div } \mathbf{v} dV. \tag{19}$$

Найдем  $\text{div } \mathbf{v}$ . Обозначим

$$\psi = \Lambda \cdot \mathbf{n}_0, \quad \mathbf{b} = -\frac{\Lambda}{\Lambda^3},$$

где  $\Lambda = \overline{P_0 M}$ ,  $M$  – текущая точка внутри  $V_{P_0}$ . По известному правилу дифференцирования

$$\text{div } \mathbf{v} = \text{div}(\psi \mathbf{b}) = (\nabla \psi) \mathbf{b} + \psi \text{div } \mathbf{b}. \tag{20}$$

Далее,

$$\nabla \psi = \nabla(\Lambda \cdot \mathbf{n}_0) = (\nabla \Lambda) \mathbf{n}_0,$$

где градиент векторного поля  $\nabla \Lambda$  представляет собой поле линейного оператора с матрицей, имеющей структуру следующего вида [13]:

$$(\nabla \mathbf{a})_{ij} = \left\| \frac{\partial a^i}{\partial x^j} \right\|, \quad \mathbf{a} = (a^1 \ a^2 \ a^3)^T.$$

Так как  $\Lambda = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$ , где  $\mathbf{r} = \overline{OM}$ ,  $\mathbf{r}_0 = \overline{OP_0}$ , то  $\nabla \Lambda = \mathbf{I}$  – единичный оператор, поэтому

$$\nabla \psi = \mathbf{n}_0. \tag{21}$$

Для дивергенции векторного поля  $\mathbf{b}$  имеем

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{b} &= \operatorname{div} \left( -\Lambda \frac{1}{\Lambda^3} \right) = \\ &= -\operatorname{div}(-\Lambda) \frac{1}{\Lambda^3} - \left( \nabla \frac{1}{\Lambda^3} \right) \cdot \Lambda = 0, \quad \mathbf{r} \in \operatorname{int} V_{P_0}. \end{aligned} \quad (22)$$

Таким образом, для внутренних точек объема  $V_{P_0}$  из (20)–(22) имеем

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{b} = -\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3}. \quad (23)$$

Подставим (23) в (19), тогда

$$J_{\text{int}} = \iiint_{V_{P_0}} \left( -\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3} \right) dV.$$

Откуда для  $\langle \Lambda \rangle$  получим

$$\begin{aligned} \langle \Lambda \rangle &= \frac{1}{\pi S} \iint_S dS_0 \iiint_{V_{P_0}} \left( -\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3} \right) dV = \\ &= \frac{1}{\pi S} \iint_S dS_0 \iiint_V \theta(P_0, M) \left( -\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3} \right) dV, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $M$  – текущая точка области  $V$ . Объемный интеграл в (24) является непрерывной функцией точки  $P_0 \in S$ . В свою очередь, поверхностный интеграл

$$\iint_S \theta(P_0, M) \left( -\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3} \right) dS_0,$$

полученный сменой порядка интегрирования в (24), есть непрерывная функция точки  $M \in V$ , поэтому в (24) оправдана смена порядка интегрирования:

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\pi S} \iiint_V dV \iint_S \theta(P_0, M) \left( -\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3} \right) dS_0.$$

В силу (17), а также того, что

$$\frac{\cos \alpha_0 dS_0}{\Lambda^2} = d\Omega_0,$$

где  $d\Omega_0$  – телесный угол, под которым из точки  $M$  видна площадка  $dS_0$ , для  $\langle \Lambda \rangle$  имеем

$$\begin{aligned} \langle \Lambda \rangle &= \frac{1}{\pi S} \iiint_V dV \iint_S \theta(P_0, M) d\Omega_0 = \\ &= \frac{1}{\pi S} \iiint_V dV \cdot 4\pi = \frac{4V}{S}, \end{aligned}$$

где  $V$  – полный объем оболочки,  $S$  – площадь ее полной поверхности.

Таким образом, окончательно получаем

$$\langle l \rangle = \frac{4V}{S}. \quad (25)$$

Заметим, что поскольку при выводе формулы (25) нигде не использовалось то, что  $S_1$  и  $S_2$  – поверхности-эллипсоиды, данная формула справедлива

для произвольной неодносвязной области, для которой может быть применена теорема Остроградского–Гаусса, в том числе и для областей, у которых внутренняя граница состоит из нескольких не пересекающихся между собой поверхностей. В этом случае более сложный вид будут иметь поверхности  $\sigma_{P_0}$ , которые будут состоять из нескольких связанных линейчатых поверхностей, но при этом все полученные результаты останутся справедливыми.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом настоящей работы является выражение (25) для средней длины свободного пробега электрона в проводящей неодносвязной оболочке при условии рассеяния от границы по закону Ламберта, полученное непосредственным вычислением. Данный результат может быть использован при прогнозировании оптических характеристик как отдельных наноразмерных частиц с металлической оболочкой, так и матричных композитов, содержащих такие частицы, используя, например, обобщенное приближение Максвелла Гарнетта [14].

## ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 122040800154-7.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астапенко В.А. Электромагнитные процессы в среде, наноплазманика и метаматериалы. Долгопрудный: Интеллект, 2012. 584 с.
2. Сарычев А.К., Шалаев В.М. Электродинамика метаматериалов. М.: Научный мир, 2011. 224 с.
3. Займидорога О.А., Самойлов В.Н., Проценко И.Е. // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2002. Т. 33. № 1. С. 99–157.
4. Хлебцов Н.Г. // Квантовая электроника. 2008. Т. 38. № 6. С. 504–529.
5. Гузатов Д.В., Ораевский А.А., Ораевский А.Н. // Квантовая электроника. 2003. Т. 33. № 9. С. 817–822.
6. Лавров И.В. // Известия вузов. Электроника. 2018. Т. 23. № 2. С. 113–123. <https://doi.org/10.24151/1561-5405-2018-23-2-113-123>
7. Doyle W.T. // Phys. Rev. B. 1989. V. 39. № 14. P. 9852–9858. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.39.9852>
8. Kreibitz U., Vollmer M. Optical properties of metal clusters. Berlin: Springer-Verlag, 1995. 532 p.
9. Euler J. // Z. Physik. 1954. Bd. 137. S. 318–332. <https://doi.org/10.1007/BF01339155>
10. Moroz A. // J. Phys. Chem. C. 2008. V. 112. № 29. P. 10641–10652. <https://doi.org/10.1021/jp8010074>

11. *Moroz A.* // J. Opt. Soc. of America B. 2011. V. 28. Iss. 5. P. 1130–1138.  
<https://doi.org/10.1364/JOSAB.28.001130>
12. *Chernov N.* // J. Stat. Phys. 1997. V. 88. № 1–2. P. 1–29.  
<https://doi.org/10.1007/BF02508462>
13. *Лурье А.И.* Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
14. *Колесников В.И., Лавров И.В., Бардушкин В.В., Сычев А.П., Яковлев В.Б.* // Доклады РАН. Физика, Технические науки. 2021. Т. 498. № 1. С. 11–16.  
<https://doi.org/10.31857/S268674002103010X>

## ON CALCULATION OF MEAN FREE PATH OF ELECTRON IN MULTIPLY CONNECTED CONDUCTIVE DOMAIN

Academician of the RAS **V. I. Kolesnikov<sup>a</sup>, I. V. Lavrov<sup>b</sup>,  
V. V. Bardushkin<sup>b</sup>, A. P. Sychev<sup>c</sup>, and V. B. Yakovlev<sup>b</sup>**

<sup>a</sup> *Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russia*

<sup>b</sup> *Institute of Nanotechnology of Microelectronics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>c</sup> *Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russia*

The original derivation of the formula for the mean free path of an electron in a conductive multiply connected domain in 3-dimensional space, for which the Ostrogradsky – Gauss theorem is valid, is given, subject to scattering from the boundary of the domain according to Lambert’s law. The result can be used to predict optical characteristics of nanocomposites with metal-coated inclusions.

*Keywords:* metal shell, multiply connected domain, mean free path, Lambert’s law scattering