

УДК 519.63, 532.3

ЗАДАЧА О РАЗРУШЕНИИ ПЛОТИНЫ В ПОЛУОТКРЫТОМ КАНАЛЕ

© 2022 г. В. В. Остапенко^{1,2,*}

Представлено академиком РАН В.В. Козловым 22.04.2022 г.

Поступило 09.05.2022 г.

После доработки 09.05.2022 г.

Принято к публикации 10.08.2022 г.

В рамках первого приближения теории мелкой воды рассмотрена неклассическая задача о разрушении плотины в полуоткрытом прямоугольном канале, когда в верхнем бьефе плотины жидкость находится под крышкой (т.е. полностью заполняет полубесконечный прямоугольный контейнер), а в нижнем бьефе поверхность жидкости является свободной. Показано, что существует и единственно кусочно-постоянное автомодельное решение этой задачи, в котором гидравлический бор в нижнем бьефе плотины моделируется ударной волной, волна понижения в верхнем бьефе плотины моделируется сильным разрывом (при переходе через который сохраняется полная энергия потока жидкости), а течение в области между гидравлическим бором и волной понижения аппроксимируется постоянным решением. Экспериментальное моделирование данной задачи позволит получить волновые течения, возникающие при вытекании жидкости из прямоугольного контейнера, частным случаем которых является классическое течение Бенджамина.

Ключевые слова: теории мелкой воды, разрушение плотины в полуоткрытом канале, течение Бенджамина

DOI: 10.31857/S268674002206013X

1. В классической работе [1] были теоретически изучены плоско-параллельные стационарные течения идеальной несжимаемой жидкости внутри горизонтально расположенных прямоугольного контейнера и круговой трубы. В результате были построены кусочно-постоянные решения, которые в начальном приближении моделируют волновые течения, возникающие после мгновенного удаления барьера, ограничивающего полубесконечные контейнер или трубу, заполненные жидкостью. Экспериментально такие волновые течения были получены при лабораторном моделировании истечения воды из круговой трубы [2] и прямоугольного контейнера [3]. При этом было показано, что эффектами вязкости и поверхностного натяжения можно пренебречь при условии, что диаметр трубы или ширина и высота контейнера превышают 100 мм. Вытекание воды из наклонного прямоугольного контейнера экспериментально изучалось в [4], где аналитически была предсказана форма воздушной полости, образующейся внутри контейнера. В [5]

дана детальная классификация гравитационных течений жидкости в наклонных квадратных контейнерах в зависимости от способа формирования этих течений. В [6] было проведено теоретическое и экспериментальное исследование истечения жидкости из круговой трубы при достаточно малом угле наклона трубы к горизонтали. Численный расчет истечения жидкости из горизонтального прямоугольного контейнера был выполнен в [7] на основе двух различных одномерных математических моделей. В последнее время достаточно большое число работ посвящено изучению двухслойных течений жидкости внутри прямоугольного контейнера, см., например, [8–11].

В [12] построены три семейства кусочно-постоянных стационарных решений, которые обобщают классическое решение Бенджамина [1], моделирующее истечение жидкости из горизонтально расположенного прямоугольного контейнера (линия *B* на рис. 1). Первому семейству решений соответствуют течения, в которых свободная поверхность жидкости отходит от крышки контейнера под нулевым углом (линия *I* на рис. 1), второе семейство решений моделирует течения, допускающие формирование области вихревого движения жидкости в окрестности точки отрыва *A* (линия 2 и вихревая область 2 на рис. 1) и третьему семейству решений соответствуют течения, в которых часть энергии входящего однородного

¹ Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева
Сибирского отделения Российской академии наук,
Новосибирск, Россия

² Новосибирский государственный университет,
Новосибирск, Россия

*E-mail: ostapenko_vv@ngs.ru

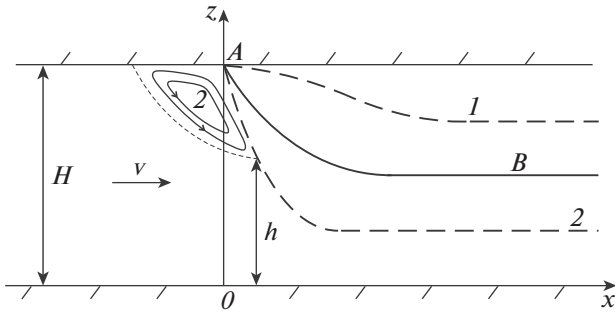


Рис. 1. Профили течений идеальной несжимаемой жидкости, вытекающей из горизонтально расположенного прямоугольного контейнера. Течение, соответствующее решению Бенджамина (линия *B*); течение, в котором свободная поверхность жидкости отходит от крышки контейнера под нулевым углом (линия *1*); течение, в котором в окрестности точки *A* образуется область вихревого движения жидкости (линия *2* и вихревая область *2*).

потока преобразуется в энергию мелкомасштабного движения жидкости (такие течения в данном сообщении не рассматриваются). Первые два семейства решений вместе с решением Бенджамина образуют единое однопараметрическое семейство кусочно-постоянных решений, удовлетворяющих закону сохранения полной энергии. Показано [12], что это семейство решений является начальной асимптотикой двумерных стационарных решений, моделирующих истечение идеальной несжимаемой жидкости из горизонтально расположенного прямоугольного контейнера. Данная асимптотика построена на основе локального гидростатического приближения [13], обобщающего классическое длинноволновое приближение [14]. Локальное гидростатическое приближение было применено [15] для построения непрерывной асимптотики первого порядка, которая хорошо согласуется с результатами лабораторных экспериментов Вилкинсона [3] по моделированию стационарного течения, соответствующего кусочно-постоянному решению Бенджамина.

В стандартных лабораторных экспериментах [3] изучаемые течения создаются мгновенным частичным удалением барьера, ограничивающего полубесконечный прямоугольный контейнер, заполненный жидкостью. В результате процесс истечения жидкости определяется ее глубиной на выходе из контейнера. Характерной особенностью таких течений является наличие критической точки *A*, в которой скорость жидкости совпадает со скоростью движения этой точки и свободная поверхность жидкости отходит от крышки контейнера под конечным углом. Поскольку среди стационарных течений, описываемых однопараметрическим семейством кусочно-постоянных решений, построенных в [12], только одно тече-

ние (линия *B* на рис. 1) обладает такими свойствами, в экспериментах Вилкинсона воспроизводится только одно из этих течений, соответствующее решению Бенджамина.

В данной работе предлагается другой экспериментальный метод получения рассматриваемых течений, связанный с лабораторным моделированием задачи о разрушении плотины в полуоткрытом прямоугольном канале, когда в верхнем бьефе плотины жидкость находится под крышкой, а в нижнем бьефе поверхность жидкости является свободной. В отличие от стандартных экспериментов [3], математическое описание которых сводится к решению начально-краевой задачи на полубесконечном пространственном интервале, на правой (конечной) границе которого задается глубина жидкости, математическое описание предлагаемых экспериментов приводит к решению задачи Коши–Римана на бесконечном пространственном интервале, что потенциально позволяет воспроизвести предсказанные в [12] стационарные течения жидкости внутри прямоугольного контейнера. Для теоретического обоснования этого предположения мы покажем, что в рамках первого приближения теории мелкой воды [16] существует и единственно кусочно-постоянное автомодельное решение задачи о разрушении плотины в полуоткрытом прямоугольном канале, состоящее из двух расходящихся сильных разрывов: ударной волны в нижнем бьефе, на которой происходит потеря полной энергии потока и сильного разрыва в верхнем бьефе, на котором полная энергия потока сохраняется (между этими разрывами решение является постоянным).

2. Рассмотрим плоскопараллельное гравитационное течение, возникающее после мгновенного удаления тонкой вертикальной преграды, разделяющей две первоначально покоящиеся несжимаемые жидкости одинаковой плотности, находящиеся внутри горизонтально ориентированного прямоугольного канала, где слева от преграды жидкость находится под крышкой и в начальный момент времени полностью заполняет прямоугольный контейнер высотой *H*; справа от преграды поверхность жидкости свободна и начальная глубина жидкости $h_0 < H$. Пренебрегая атмосферным давлением, будем считать, что в начальный момент времени на поверхности жидкости давление $p = 0$ по обе стороны от вертикальной преграды. По аналогии с классической задачей о разрушении плотины в открытом канале [16], рассматриваемую задачу будем называть задачей о разрушении плотины в полуоткрытом канале. В системе координат, показанной на рис. 2, начальная глубина жидкости в этой задаче задается формулами

$$h(x, 0) = H, \quad x \leq 0; \quad h(x, 0) = h_0 < H, \quad x > 0, \quad (1)$$

где $h(x, t)$ – глубина жидкости в момент времени t . Предположим, что начиная с некоторого момента времени решение неклассической задачи о разрушении плотины (1) представляет собой гидравлический бор, распространяющийся по открытому руслу в положительном направлении оси x , волну понижения уровня жидкости, распространяющуюся внутри контейнера в отрицательном направлении оси x , и расположенную между ними область равномерного течения жидкости. Волны понижения, получаемые при различных значениях начальной глубины h_0 , показаны на рис. 1 в подвижной системе координат, в которой неподвижной является точка отрыва A поверхности жидкости от крышки контейнера.

В отличие от классической задачи о разрушении плотины в открытом русле, при моделировании которой ширина центрированной волны понижения с течением времени неограниченно возрастает, при моделировании задачи о разрушении плотины в полуоткрытом русле ширина возникающей волны понижения (с учетом экспериментов Вилкинсона [3]) начиная с некоторого момента времени стабилизируется и становится сравнимой с высотой контейнера H , внутри которого распространяется волна. С учетом этого, в рамках первого приближения теории мелкой воды [16], мы будем пренебрегать шириной гидравлического бора и волны понижения, моделируя их сильными разрывами (распространяющимися с постоянными скоростями $D > 0$ и $D_1 < 0$), между которыми находится область равномерного течения жидкости с постоянной глубиной h_2 и горизонтальной скоростью u_2 (см. рис. 2).

Сильный разрыв, моделирующий гидравлический бор, является ударной волной [17], на которой выполняются условия Гюгонио

$$D(h_2 - h_0) = h_2 u_2, \quad D h_2 u_2 = h_2 u_2^2 + \frac{g}{2}(h_2^2 - h_0^2), \quad (2)$$

получаемые из законов сохранения массы и импульса

$$h_t + (hu)_x = 0, \quad (hu)_t + \left(hu^2 + \frac{gh^2}{2} \right)_x = 0 \quad (3)$$

системы уравнений мелкой воды, где g – ускорение свободного падения. В теории мелкой воды закон сохранения полной энергии

$$(e)_t + u \left(\left(e + \frac{gh^2}{2} \right) \right)_x = 0, \quad (4)$$

где $e = \frac{hu^2}{2} + \frac{gh^2}{2}$, представляет собой выпуклое расширение [18] гиперболической системы (3). С учетом этого энергетическое неравенство

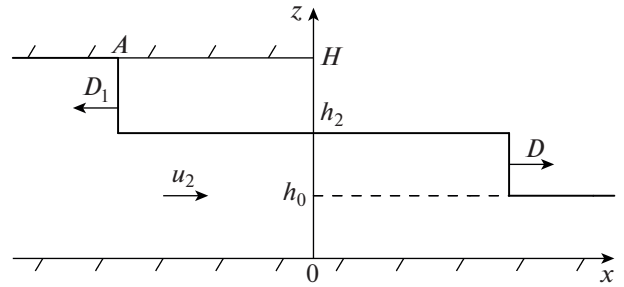


Рис. 2. Глубина жидкости, получаемая при решении в рамках теории мелкой воды задачи (1) о разрушении плотины в полуоткрытом канале; D – скорость ударной волны, D_1 – скорость сильного разрыва, моделирующего волну понижения, h_2 и u_2 – глубина и скорость равномерного течения жидкости.

$$\delta e = u_2 \left(\frac{h_2 u_2^2}{2} + g h_2^2 \right) - \frac{D(h_2 u_2^2 + g h_2^2 - g h_0^2)}{2} > 0, \quad (5)$$

получаемое из условия Гюгонио для закона сохранения (4), обеспечивает устойчивость ударной волны; на фронте такой волны часть полной энергии потока теряется, переходя в энергию мелкомасштабного движения жидкости, которая в модели мелкой воды не учитывается.

В подвижной системе координат, в которой неподвижен разрыв, моделирующий волну понижения (рис. 1), параметры течения на этом разрыве удовлетворяют соотношениям [1]

$$H v_1 = h_2 v_2, \quad H v_1^2 + \frac{g H^2}{2} + H p_1 = h_2 v_2^2 + \frac{g h_2^2}{2}, \quad (6)$$

$$\frac{v_1^2}{2} + g H + p_1 = \frac{v_2^2}{2} + g h_2,$$

которые можно получить [15] из законов сохранения массы, импульса и энергии двумерного стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости, где v_1 и p_1 – горизонтальная скорость и удельное поверхностное давление однородного потока слева от волны понижения, h_2 и v_2 – глубина и горизонтальная скорость равномерного течения справа от волны понижения. Система уравнений (6) допускает однопараметрическое семейство решений [12]

$$v_1 = h_2 \sqrt{g/H}, \quad (7a)$$

$$v_2 = \sqrt{g h_2}, \quad (7б)$$

$$p_1 = -\frac{g(H - h_2)^2}{2H}, \quad (7в)$$

где параметром является глубина жидкости $h_2 \in (0, H)$.

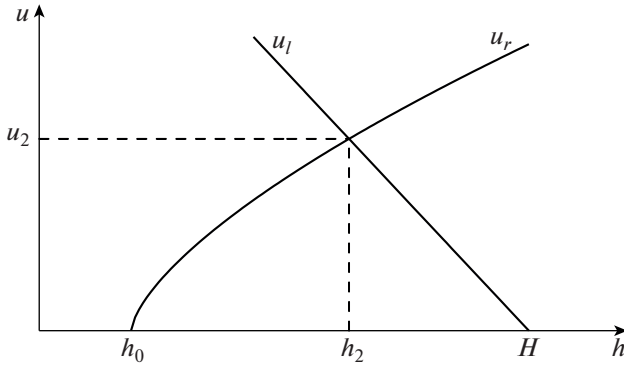


Рис. 3. Графическая иллюстрация решения системы уравнений (12), (13); $u = u_r(h, h_0)$ – адиабата ударной волны, $u_l = u_r(h, h_0)$ – адиабата волны понижения.

При условии

$$\frac{H}{2} < h_2 < H \tag{8}$$

формулы (7) задают параметры течений, показанных линией 1 на рис. 1, при условии

$$0 < h_2 < \frac{H}{2} \tag{9}$$

эти формулы задают параметры течений, изображенных линией 2 и вихрем 2 на рис. 1, при условии $h_2 = \frac{H}{2}$ из формул (7) получается решение Бенджамина

$$\begin{aligned} h_2 &= \frac{H}{2}, & v_2 &= C, & v_1 &= \frac{C}{2}, \\ p_1 &= -\frac{C^2}{8}, & C &= \sqrt{gH}, \end{aligned} \tag{10}$$

которому соответствует течение, показанное линией B на рис. 1.

В неподвижной системе координат (рис. 2) выполнены соотношения

$$D_1 = -v_1, \tag{11a}$$

$$u_2 = v_2 - v_1. \tag{11б}$$

Задача заключается в том, чтобы определить из уравнений (2), (6), (11) скорости распространения D и D_1 ударной волны и левого сильного разрыва, а также параметры h_2 , u_2 равномерного течения между ними и давление p_1 на поверхности жидкости, примыкающей к крышке контейнера.

3. Для доказательства однозначной разрешимости поставленной задачи применим классический метод адиабат [17], с помощью которого решаются различные задачи Римана для уравнений теории мелкой воды (3). Из формул (2) следует,

что глубина h_2 и скорость u_2 жидкости связаны соотношением

$$u_2 = u_r(h_2, h_0) = \sqrt{\frac{g(h_0 + h_2)}{2h_0h_2}}(h_2 - h_0), \tag{12}$$

где $u = u_r(h, h_0)$ – адиабата, на которой расположены параметры течения (h, u) , допустимые за фронтом ударной волны [16]. Подставляя в уравнение (11б) значения скоростей v_1 и v_2 , задаваемые формулами (7а) и (7б), мы получим еще одно соотношение

$$u_2 = u_l(h_2, H) = \left(1 - \frac{h_2}{H}\right)\sqrt{gH}, \tag{13}$$

которому удовлетворяют величины h_2 и u_2 , где функция $u = u_l(h, H)$ представляет собой адиабату, на которой расположены параметры течения (h, u) , допустимые за фронтом волны понижения внутри контейнера.

Из рис. 3 видно, что на интервале (h_0, H) график строго монотонно возрастающей функции $u = u_r(h, h_0)$ в единственной точке (h_2, u_2) пересекается с графиком строго монотонно убывающей линейной функции $u = u_l(h, H)$. Координаты этой точки являются решением системы уравнений (11), (12), которое однозначно определяется при $h_2 \in (h_0, H)$ и $u_2 > 0$. После вычисления глубины h_2 и скорости u_2 между расходящимися сильными разрывами, скорости этих разрывов, с учетом уравнений (2), (7а) и (11а), определяются по формулам

$$D = \sqrt{\frac{g(h_0 + h_2)h_2}{2h_0}}, \quad D_1 = -h_2\sqrt{\frac{g}{H}},$$

а давление p_1 находится по формуле (7в).

Из формул (12) и (13) следует, что глубина жидкости h_2 является корнем уравнения

$$\sqrt{\frac{h + h_0}{2h_0h}}(h - h_0) = \left(1 - \frac{h}{H}\right)\sqrt{H},$$

которое можно переписать в виде

$$(2\eta_0 - 1)\eta^3 - 3\eta_0\eta^2 + (\eta_0^2 + 2\eta_0)\eta - \eta_0^3 = 0, \tag{14}$$

где $\eta = \frac{h}{H}$ и $\eta_0 = \frac{h_0}{H}$. Уравнение (14) при $\eta_0 \in (0, 1)$ имеет единственный действительный корень

$$\eta_2 = \varphi(\eta_0) \in (\eta_0, 1) \Rightarrow h_2 = H\varphi\left(\frac{h_0}{H}\right) \in (h_0, H),$$

где функция $\varphi(\eta)$, график которой показан на рис. 4, строго монотонно возрастает при $\eta \in [0, 1]$ и удовлетворяет граничным условиям $\varphi(0) = 0$ и $\varphi(1) = 1$.

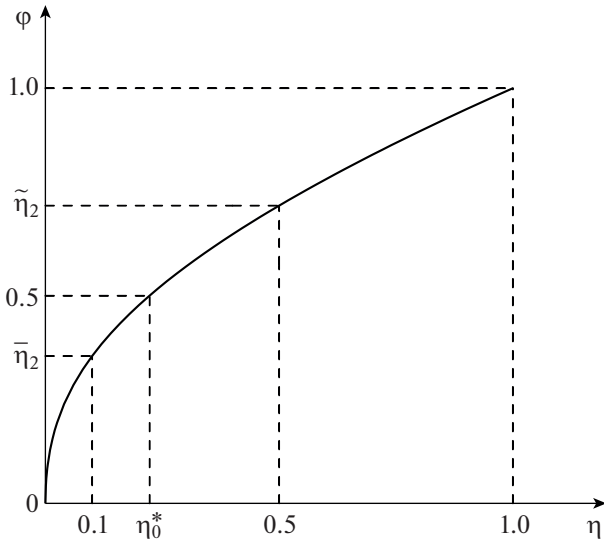


Рис. 4. График функции $\varphi(\eta)$, по которой вычисляется корень η_2 уравнения (14).

Из свойств функции $\varphi(\eta)$ следует, что для каждого $h_2 \in (0, H)$ однозначно определено начальное значение

$$h_0 = H\varphi^{-1}\left(\frac{h_2}{H}\right) \in (0, H), \quad (15)$$

где φ^{-1} – функция, обратная к φ . Это означает, что каждое решение (6) при заданной глубине $h_2 \in (0, H)$ однозначно воспроизводится в результате решения задачи (1) с начальной глубиной h_0 , определяемой по формуле (15). В частности, в случае решения Бенджамина (10), для которого $\frac{h_2}{H} = \frac{1}{2}$, из формулы (15) имеем

$$h_0 = h_0^* = \eta_0^* H, \quad \eta_0^* = \varphi^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \approx 0.223,$$

в силу чего решения (7), (8) получаются при глубинах $h_0 \in (h_0^*, H)$, а решения (7), (9) – при глубинах $h_0 \in (0, h_0^*)$.

4. В качестве конкретных примеров рассмотрим волновые течения, возникающие при следующих начальных глубинах жидкости в нижнем бьефе плотины: $h_0 = \frac{H}{2}$ (рис. 5а), $h_0 = \eta_0^* H$ (рис. 5б) и $h_0 = \frac{H}{10}$ (рис. 5в). На рис. 5 (в отличие от рис. 2) течения жидкости показаны с учетом внутренней структуры ударных волн и волн понижения.

Поскольку для течения, показанного на рис. 5а, глубина жидкости

$$h_2 = \tilde{h}_2 = \tilde{\eta}_2 H, \quad \tilde{\eta}_2 = \varphi(0.5) \approx 0.717,$$

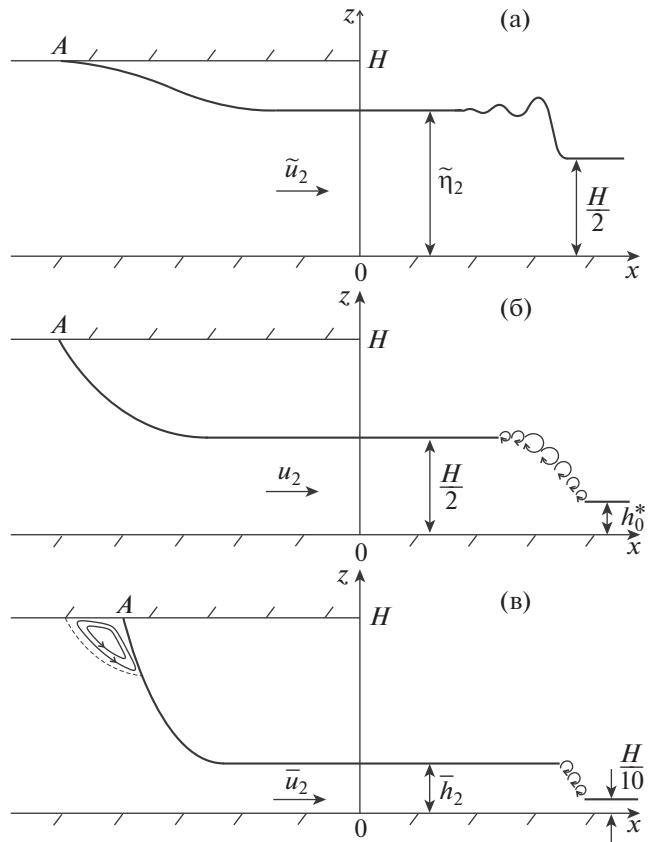


Рис. 5. Волновые течения, возникающие при моделировании задачи (1) о разрушении плотины в полукрытом канале при трех различных значениях начальной глубины жидкости h_0 : $h_0 = \frac{H}{2}$ (а); $h_0 = h_0^* = \eta_0^* H$, $\eta_0^* \approx 0.223$ (б); $h_0 = \frac{H}{10}$ (в).

удовлетворяет условию (8), свободная поверхность жидкости внутри волны понижения отходит от крышки контейнера под нулевым углом (аналогично линии 1 на рис. 1). Для течения, показанного на рис. 5б, глубина жидкости $h_2 = \frac{H}{2}$ соответствует решению Бенджамина (10), в силу чего точка отрыва A на левой границе волны понижения является критической точкой, в которой свободная поверхность жидкости отходит от крышки контейнера под конечным углом (аналогично линии B на рис. 1). Поскольку для течения, показанного на рис. 5в, глубина жидкости

$$h_2 = \bar{h}_2 = \bar{\eta}_2 H, \quad \bar{\eta}_2 = \varphi(0.1) \approx 0.355,$$

удовлетворяет условию (9), в окрестности точки отрыва A образуется область вихревого течения (подобная вихрю 2 на рис. 1).

При экспериментальном моделировании классической задачи о разрушении плотины в открытом

канале [19] гидравлический бор, распространяющийся в нижнем бьефе плотины, представляет собой ондулярный бор при отношении начальных глубин жидкости $\frac{h_0}{H} \geq \frac{1}{2}$ и турбулентный бор при отношении $\frac{h_0}{H} < \frac{1}{3}$. По аналогии будем предполагать, что для течения, показанного на рис. 5а, в нижнем бьефе плотины распространяется ондулярный бор, а для течений, показанных на рис. 5б и 5в, – турбулентный бор.

На основе непрерывной асимптотики первого порядка для глубины жидкости была получена [15] приближенная оценка для ширины

$$\Delta = \frac{3}{2} h_2 \left(1 - \frac{h_2}{H}\right)^{-1/2}, \quad h_2 = H \varphi\left(\frac{h_0}{H}\right), \quad (16)$$

переходной области при истечении жидкости из прямоугольного контейнера (рис. 1). Из формул (16) следует, что функция $\Delta = \Delta(h_0)$ является монотонно возрастающей. Это учтено при изображении волн понижения на рис. 5. В то же время графики, приведенные на рис. 5, имеют качественный характер, поскольку размер областей равномерного течения на этих графиках значительно меньше характерных размеров таких областей, наблюдаемых при лабораторном моделировании классической задачи о разрушении плотины [19].

5. Неклассическая задача о разрушении плотины в полуоткрытом канале качественно отличается от классической задачи о разрушении плотины в открытом канале. Если в классической задаче уравнения мелкой воды (3) применимы во всей пространственной области течения, то в неклассической задаче эти уравнения можно использовать только при $x \geq D_1 t$, т.е. правее сильного разрыва, которым аппроксимируется волна понижения, распространяющаяся внутри контейнера. То, что при нашем моделировании уравнения мелкой воды неприменимы в области $x < D_1 t$, проявляется следующим образом: удельное давление на всей поверхности жидкости, примыкающей к крышке контейнера, мгновенно, т.е. при $t = 0 + 0$, изменяется от начального нулевого значения до отрицательного значения p_1 , задаваемого формулой (7в). Объясняется это тем, что реально отрицательное давление под крышкой контейнера распространяется со скоростью звука в воде, которая на несколько порядков превосходит скорость распространения малых возмущений в мелкой воде.

Классическая задача о разрушении плотины [16] имеет единственное автомодельное решение (зависящее от переменной $\xi = \frac{x}{t}$), которое состоит из ударной волны, распространяющейся с

постоянной скоростью центрированной волны понижения и соединяющей их области постоянного течения. В то же время задача о разрушении плотины в полуоткрытом канале, наряду с кусочно-постоянным автомодельным решением (рис. 2), имеет однопараметрическое семейство физических корректных автомодельных решений, в которых между сильным разрывом внутри контейнера и ударной волной в нижнем бьефе плотины находится центрированная волна понижения, соединенная с сильным разрывом и ударной волной областями равномерного течения с глубинами h_{21} и h_{22} , соответственно, где $H \geq h_{21} > h_{22}$. Такие решения допустимы при всех значениях $h_{21} \in (h_2, H]$, поскольку в силу формул (7) течение (h_2, v_2) является сверхкритическим при любых значениях $h_2 \in (0, H)$.

Применяя метод адиабат, можно показать, что при всех допустимых значениях h_{21} выполнено неравенство $h_{22} > h_2$, причем глубина h_{22} монотонно возрастает с монотонным возрастанием глубины h_{21} . Таким образом, во всех автомодельных решениях с волной понижения амплитуда ударной волны больше, чем в кусочно-постоянном решении, построенном в данной работе. С учетом неравенства (5), которое можно представить в виде

$$\delta e = \frac{u_r(h_2, h_0)(h_2 - h_0)^2}{2} > 0,$$

это означает, что построенное нами автомодельное решение (рис. 2) является оптимальным с точки зрения минимизации потерь энергии δe на ударной волне, по сравнению со всеми другими автомодельными решениями, в которых глубина жидкости $h(\xi)$ является монотонно убывающей функцией.

Отметим, что аналогичный подход, связанный с минимизацией потерь энергии на сильных разрывах, был применен в [20] при моделировании волновых течений, возникающих при подъеме из мелкой воды прямоугольного бруса.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность О.А. Ковыркиной и Н.А. Хандеевой за помощь в подготовке данной работы к публикации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Benjamin T.B. Gravity currents and related phenomena // J. Fluid Mech. 1968. V. 31. P. 209–248. <https://doi.org/10.1017/S0022112068000133>
2. Wallis G.B., Crowley C.J., Hagi Y. Conditions for a pipe to run full when discharging liquid into a space filled with gas // J. Fluid Mech. 1977. V. 99. P. 405–413. <https://doi.org/10.1115/1.3448775>

3. *Wilkinson D.L.* Motion of air cavities in long horizontal ducts // *J. Fluid Mech.* 1982. V. 118. P. 109–122. <https://doi.org/10.1017/S0022112082000986>
4. *Baines W.D., Wilkinson D.L.* The motion of large air bubbles in ducts of moderate slope // *J. Hydraul. Res.* 1986. V. 25. P. 157–170. <https://doi.org/10.1080/00221688609498539>
5. *Baines W.D.* Air cavities as gravity currents on slope // *J. Hydraul. Eng.* 1991. V. 117. P. 1600–1615.
6. *Hager W.H.* Cavity outflow from a nearly horizontal pipe // *Int. J. Multiphase Flow.* 1999. V. 25. P. 349–364. [https://doi.org/10.1016/S0301-9322\(98\)00046-9](https://doi.org/10.1016/S0301-9322(98)00046-9)
7. *Atrabi H.B., Asce S.M., Hosoda T., Tada A.* Simulation of air cavity advancing into a straight duct // *J. Hydraul. Eng.* 2015. V. 141. P. 1–9. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000953](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000953)
8. *Borden Z., Meiburg E.* Circulation-based models for Boussinesq internal bores // *J. Fluid Mech.* 2013. V. 726. R1. <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.239>
9. *Baines P.G.* Internal hydraulic jumps in two-layer systems // *J. Fluid Mech.* 2016. V. 787. P. 1–15. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.5.074803>
10. *Konopliv N.A., Smith S.G., McElwaine J.N., Meiburg E.* Modelling gravity currents without an energy closure // *J. Fluid Mech.* 2016. V. 789. P. 806–829. <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.755>
11. *Ungarish M., Hogg A.J.* Models of internal jumps and fronts of gravity currents: unifying two-layer theories and deriving new results // *J. Fluid Mech.* 2018. V. 846. P. 654–685. <https://doi.org/10.1017/jfm.2018.219>
12. *Ostapenko V.V.* Generalised solutions to the Benjamin problem // *J. Fluid Mech.* 2020. V. 893. R1. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.258>
13. *Остапенко В.В.* К обоснованию теории мелкой воды // *ДАН.* 2018. Т. 478. № 2. С. 158–163. <https://doi.org/10.7868/S0869565218020081>
14. *Friedrichs K.O.* On the derivation of shallow water theory // *Comm. Pure Appl. Math.* 1948. V. 1. P. 109–134.
15. *Ostapenko V.V.* Asymptotics of solutions to the problem of fluid outflow from a rectangular duct // *Phys. Fluids.* 2021. V. 33. 047106. <https://doi.org/10.1063/5.0045260>
16. *Stocker J.J.* Water waves: the mathematical theory with applications. Wiley-Intersc., 1957.
17. *Lax P.D.* Hyperbolic systems of conservation laws and the mathematical theory of shock waves. Philadelphia: Soc. Industr. and Appl. Math., 1972. <https://doi.org/10.1137/1.9781611970562>
18. *Friedrichs K.O., Lax P.D.* Systems of conservation equation with convex extension // *Proc. Nat. Acad. Sci. USA.* 1971. V. 68. № 8. P. 1686–1688. <https://doi.org/10.1073/pnas.68.8.1686>
19. *Chow V.T.* Open-Channel Hydraulics. McGraw Hill, 1959.
20. *Ostapenko V.V., Kovyorkina O.A.* Wave flows induced by lifting of a rectangular beam partly immersed in shallow water // *J. Fluid Mech.* 2017. V. 816. P. 442–467. <https://doi.org/10.1017/jfm.2017.83>

DAM BREAK PROBLEM IN SEMI-OPEN CHANNEL

V. V. Ostapenko^{a,b}

^a *Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia*

^b *Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*

Presented by Academician of the RAS V.V. Kozlov

Within the framework of the first approximation of the shallow water theory, the nonclassical dam break problem in a semi-open rectangular channel is considered, when in the upstream of the dam the liquid is under the cover (i.e., it completely fills the semi-infinite rectangular duct), and in the downstream the liquid surface is free. It is shown that there is also a unique piecewise constant self-similar solution to this problem, in which the hydraulic bore in the downstream of the dam is modeled by a shock, the lowering level wave in the upstream of the dam is modeled by a strong discontinuity (on which the total energy of the fluid flow is conserved), and the flow in the region between the hydraulic bore and the lowering level wave is approximated by a constant solution. Experimental modeling of this problem will make it possible to obtain wave flows that arise when fluid outflows from a rectangular duct, a special case of which is the classical Benjamin flow.

Keywords: shallow water theory, dam break problem in a semi-open channel, Benjamin flow