———— ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ ——

УДК 519.63

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРАЦИЙ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ КОНСТРУКЦИЙ СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

© 2023 г. Член-корреспондент РАН И. Б. Петров^{1,*}, А. А. Кожемяченко^{1,**}, А. В. Фаворская^{1,***}

Поступило 08.08.2022 г. После доработки 08.08.2022 г. Принято к публикации 10.10.2022 г.

Целью исследования является применение сеточно-характеристического метода на структурированных сетках в различных задачах, связанных с железнодорожной безопасностью транспорта; получение результатов полного волнового моделирования с использованием данного численного метода и их анализ для лучшего понимания физических процессов, происходящих в условиях тяжеловесного и высокоскоростного движения на различных участках пути. К задаче исследования относится рассмотрение движения поезда по балластному и безбалластному мостовому полотну. В ходе компьютерного моделирования были получены и проанализированы различные волновые поля и динамические распределения давления и компонент тензора напряжений Коши при движении состава по железнодорожному пути. Произведена оценка времени, за которое происходит распространение волновых процессов в различных конструкциях моста. Полученные результаты дают представление о волновых явлениях при движении подвижного состава в зоне мостов и по железнодорожному пути в целом.

Ключевые слова: сеточно-характеристический метод, численное моделирование, система "колесорельс", волновые явления, железнодорожный путь

DOI: 10.31857/S2686740023010091, EDN: UNNMET

Актуальность исследования распределения динамической нагрузки при движении подвижного состава в зоне мостов обусловливается необходимостью более глубокого изучения волновых процессов и их влияния на конструкцию пролетного сооружения, для возможного их учета при анализе безопасности того или иного строения. В работах [1-3] В.Ю. Поляковым и Н.Т. Дангом исследована проблема устойчивого движения железнодорожного состава на высокоскоростных магистралях, обустроенных на мостах. В работе показано, что при движении поезда по безбалластному железнодорожному полотну моста усилие на контакте "колесо-рельс" может упасть ниже допустимого предела, что приводит к отрыву колеса от рельса и последующему ударному взаимодействию, сила которого может быть эквивалентна силе удара, возникающей при ударном взаимодействии незакатанного ползуна и рельса (более 300 кН). Подобные явления существенно увеличивают риск схода железнодорожного состава, что в условиях движения по мосту может привести к тяжелым последствиям. Отрыв колеса от железнодорожного полотна связан с колебаниями пролетных строений и параметрами демпфирования системы, которые существенно отличаются, так как в безбалластной конструкции моста отсутствуют сильные демпферы, такие как земляное полотно или насыпь (балласт). Таким образом, достижение проектной скорости железнодорожного состава на том или ином пролетном сооружении оказывается под вопросом, в связи с более ранним достижением критической скорости, вызывающей резонанс пролетных строений мостов, что, в свою очередь, приводит к отрыву колес от рельсов. В [4, 5] В.М. Бельковым железнодорожное полотно представлено в виде слоистой среды, состоящей из рельса, подкладки, шпалы, щебня, песчаной подушки и суглинка. Для моделирования используются аппарат линейного гармонического анализа и теория волновых процессов. В работе А.А. Воробьева [6], посвященной анализу контакта в системе "колесорельс", отмечается, что величина и распределение контактных напряжений существенно зависят от профилей рельса и колеса и вида контакта, причем при конформном профиле площадь пятна контакта увеличивается, что приводит к снижению значения контактных напряжений. Изу-

¹ Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, Москва, Россия

^{*}*E-mail: petrov@mipt.ru*

^{**}E-mail: kozhemyachenko@phystech.edu

^{***}E-mail: favorskaya@phystech.edu

чено влияние тангенциального усилия на взаимодействие в системе "колесо—рельс", вследствие которого могут возникать дополнительные пластические деформации в материале вблизи поверхности катания, что приводит к образованию областей потенциального разрушения материала. Анализ напряженного-деформированного состояния колеса и рельса был проведен также с использованием конечно-элементного подхода в моделировании. Различные аналитические подходы по оценке усилия в контакте "колесо рельс" предложены в [7, 8].

В настоящей работе авторами используется сеточно-характеристический метод для расчета волновых процессов в железнодорожном полотне, прелставленном в виле многослойной гетерогенной линейно-упругой среды. В настоящее время данный метод в основном применяется для решений задач сейсморазведки [9, 10], неразрушающего контроля и ультразвуковой дефектоскопии [11], в том числе железнодорожных рельсов [12, 13] и др. Стоит отметить, что для решения класса задач численного моделирования, связанных с расчетом волновых процессов в железнодорожных рельсах, применяются также метод конечных элементов (FE) [14], разрывный метод Галеркина, методы конечных разностей и их модификации [15], полуаналитический конечно-элементный метод (SAFE) [16], используется коммерческое закрытое программное обеспечение ANSYS [17].

Проведенное авторами исследование в области железнодорожной безопасности с использованием сеточно-характеристического метода является продолжением таких работ, как [12, 18]. В [12] на примере численного моделирования задачи ультразвуковой дефектоскопии показана невозможность определения некоторых дефектов на практике без глубокого анализа волновых процессов при суперкомпьютерном моделировании. Используя аналитический подход из [8], в [18] было разработано граничное условие, учитывающее три стадии взаимодействия поврежденного колеса с железнодорожным полотном, а также проведено моделирование распределения динамической нагрузки при движении элемента подвижного состава.

Для описания линейно-упругой сплошной среды и отыскания скорости движения v и симметричного тензора Коши о используется следующая система уравнений:

$$\rho \mathbf{v}_t = (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma})^{\mathrm{T}},\tag{1}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_t = \lambda (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{I} + \mu (\nabla \otimes \mathbf{v} + (\nabla \otimes \mathbf{v})^{\mathrm{T}}).$$
(2)

Здесь **v** – скорость, **σ** – симметричный тензор напряжений Коши, ∇ – вектор-градиент, ρ – плотность, λ , μ – параметры Ляме, определяющие свойства упругого материала, **I** – единичный

тензор второго ранга, \otimes – тензорное произведение векторов, ($\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$)_{*ii*} = $a_i b_j$.

Для численного решения системы (1)–(2) применяется сеточно-характеристический численный метод. С его помощью можно использовать корректные численные алгоритмы для расчета граничных точек и точек контактирующих сред, имеющих разные параметры Ляме и/или плотности. В двумерном случае система (1)–(2) представима в следующем виде:

$$\mathbf{q}_t + \mathbf{A}_1 \mathbf{q}_x + \mathbf{A}_2 \mathbf{q}_y = 0,$$

где \mathbf{q} — это составленный из двух компонент скорости и трех компонент симметричного тензора напряжений вектор,

$$\mathbf{q} \in \{v_1, v_2, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}\}^T$$

Далее после расщепления по двум направлениям по каждому из них получается система вида

$$\mathbf{q}_t + \mathbf{A}_1 \mathbf{q}_x = 0. \tag{3}$$

Система (3) гиперболическая. Поэтому у матрицы A_1 существует набор линейно независимых собственных векторов, и она представима в виде

$$\mathbf{A}_{1} = \mathbf{\Omega}^{1} \mathbf{\Lambda}^{1} (\mathbf{\Omega}^{1})^{-1},$$

где матрица Ω^1 составлена из левых собственных векторов, а собственные значения матрицы A_1 есть элементы диагональной матрицы $\Lambda =$ = diag{ $c_{\rm P}, -c_{\rm P}, c_{\rm S}, -c_{\rm S}, 0$ }. Здесь $c_{\rm P} = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ – скорость продольных волн, а $c_{\rm S} = \sqrt{\mu/\rho}$ – поперечных.

Теперь (3) запишется в виде:

$$\mathbf{q}_t + \mathbf{\Omega}^1 \mathbf{\Lambda}^1 (\mathbf{\Omega}^1)^{-1} \mathbf{q}_x = 0.$$

После перехода к инвариантам Римана $\mathbf{w} = \Omega \mathbf{q}$ каждая из систем (3) распадается на пять независимых скалярных уравнений переноса, которые решаются с помощью метода характеристик, либо обычными конечно-разностными схемами.

Для учета граничных условий вводится тело aи тело b. В случае условия полного слипания выполняются следующие условия для скорости контактной границы V и плотности внешних сил **f**:

$$\mathbf{v}^a = \mathbf{v}^b = \mathbf{V},$$
$$\mathbf{f}^a = -\mathbf{f}^b.$$

В работе используется также условие свободной границы: **оп** = 0, которое означает отсутствие напряжений вдоль границы области интегрирования, а также неотражающие граничные условия.

Для задания внешней силы f в зоне контакта железнодорожного колеса с рельсом используется разработанное граничное условие в соответ-



Рис. 1. Усилие в контакте "колесо-рельс" при ударном взаимодействии.

ствии с формулами из [18] или усилие в контакте "колесо-рельс" из [1-3], представленное на рис. 1.

На рис. 2 показана область интегрирования, на основе моделей поперечных срезов балластного и безбалластного мостов согласно «Техническим указаниям по устройству и конструкции мостового полотна на железнодорожных мостах ОАО "РЖД"». Используемые параметры упругих сред представлены в табл. 1.

Рассмотрим область интегрирования, изображенную на рис. 2. Между слоями сред выставлены контактные условия полного слипания. На левой границе обоих областей для каждой из сред ставятся неотражающие граничные условия в связи с тем, что каждая область интегрирования из рис. 2 – это половина реального ж/д пути. Для всех границ рельса (кроме нижней), верхних неконтактных границ шпалы, насыпи, несущей конструкции моста выставлено условие свободной границы. Шаг по времени $\tau = 10^{-7}$ с, шаги по пространству $h_x = 10^{-3}$ м, $h_y = 10^{-3}$ м. На верхней границе головки рельса задается распределение внешней силы **f**.



Рис. 2. Модель балластного (а) и безбалластного (б) мостового полотна: *1* – рельс, *2* – подкладка, *3* – резиновая прокладка, *4* – шпала, *5* – балласт, *6* – несущая конструкция, *7* – железобетонная плита.

Мост был рассмотрен как многослойная линейно-упругая среда, а его приближенная геометрическая модель соответствует типовым проектам при строительстве мостов с балластным слоем и без него. В [1-3] показана возможность отрыва колесной пары при движении состава по безбалластному мостовому полотну с последующими сериями ударов. Характерное время ударного взаимодействия колеса и рельса составило $5-7 \times 10^{-3}$ с, а время возрастания усилия в контакте от нуля до максимального значения 303 кН может составлять 2×10^{-3} с. В связи с чем было высказано предположение о возможном влиянии волновых пронессов, происхоляших за время ударного взаимодействия, на дальнейший отрыв колеса от рельса ввиду их значительной скорости распространения в материалах, из которых состоит мостовое полотно.

На рис. 3 представлены результаты моделирования распространения волнового возмущения, источником которого был импульс постоянной

Часть ж/д пути	Материал	Скорость Р-волн, м/с	Скорость S-волн, м/с	Плотность, кг/м ³
Рельс	Сталь	5740	3092	7800
Шпала	Железобетон	4200	2200	2500
Насыпь	Щебень	500	300	1400
Подкладка КБ-65	Сталь	6200	3000	7650
Резиновая прокладка	Резина	1400	27	1500
Несущая конструкция	Сталь	6200	3000	7650

Таблица 1. Параметры упругости сред в составе ж/д пути на мосту



Рис. 3. Распространение волнового фронта по конструкции мостового полотна с балластом в момент времени 24×10^{-5} с.



Рис. 4. Распространение волнового фронта по конструкции безбалластного мостового полотна в момент времени 24×10^{-5} с.

величины, в мостовом полотне с ездой на балласте, а именно распределение поля скоростей.

Рассмотрим теперь волновые поля, полученные для модели безбалластного мостового полотна (см. рис. 4). На рис. 3, 4 единицы измерения модуля скорости даны в пикометрах в секунду.

Вполне закономерно, что волновые поля в первые моменты времени напоминают ранее полученные результаты для мостового полотна с ездой на балласте, однако только в момент времени $t = 12 \times 10^{-5}$ с волновой фронт отражается от свободной границы железобетонной плиты. Также на рис. 4 можно наблюдать отражение волнового фронта на линии раздела сред стальной подкладки КБ-65 и резиновой прокладки. Благодаря проведенной симуляции распространения постоянного импульса видно, что характерное время распространения волновых процессов в исследуемой модели многослойной среды много меньше общего времени ударного взаимодействия из [1–3].

Результаты численных экспериментов показывают, что характерное время распространения волновых откликов от материалов, входящих в состав железнодорожного пути, которое составило $t \sim 10^{-4} - 10^{-5}$ с, что на один или два порядка

меньше времени ударного взаимодействия колеса и рельса при отрыве первого от последнего.

Полученные результаты дают полное представление о волновых явлениях, происходящих при высокоскоростном и тяжеловесном движении поезда в области мостов. Они могут быть использованы для дальнейших фундаментальных исследований в области численного моделирования задач железнодорожной безопасности, включая изучение сложных динамических процессов, возникающих при движении поезда по мосту.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН по теме № FNEF-2022-0005 "Математическое моделирование динамических процессов в деформируемых и реагирующих средах с использованием многопроцессорных вычислительных систем", Per. № 1021060708369-1-1.2.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляков В.Ю., Данг Н.Т. Безопасность движения и динамические свойства мостового полотна на ВСМ // Вестник научно-исследовательского института железнодорожного транспорта. 2018. Т. 77.

№ 6. C. 357–363. https://doi.org/10.21780/2223-9731-2018-77-6-357-363

- 2. Поляков В.Ю., Дане Н.Т. Ударное взаимодействие колеса и рельса на мостах высокоскоростных магистралей // Интернет-журнал "Транспортные сооружения". 2019. № 1. https://doi.org/10.15862/15SATS119
- 3. Поляков В.Ю., Данг Н.Т. Безбалластное мостовое полотно на ВСМ // Мир транспорта. 2018. Т. 16.

№ 2. C. 36-55.

- 4. Бельков В.М. Моделирование вибродемпфирующих свойств упруговязкопластических слоев земляного полотна. Постановка задачи 1 // Вестник научно-исследовательского института железнодорожного транспорта. 2017. Т. 76. № 3. С. 187–192. https://doi.org/10.21780/2223-9731-2017-76-3-187-192
- 5. Бельков В.М. Моделирование вибродемпфирующих свойств упруговязкопластических слоев земляного полотна. Постановка задачи 2 // Вестник научно-исследовательского института железнодорожного транспорта. 2017. Т. 76. № 5. С. 312–320. https://doi.org/10.21780/2223-9731-2017-76-5-312-320
- Воробьев А.А. Контактное взаимодействие колеса и рельса // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2009. № 3 (39). С. 42–47.
- Bogdevicius M., Zygiene R., Bureika G., Dailydka S. An analytical mathematical method for calculation of the dynamic wheel–rail impact force caused by wheel flat // Vehicle system dynamics. 2016. V. 54. № 5. P. 689–705. https://doi.org/10.1080/00423114.2016.1153114
- Loktev A.A., Sychev V.P., Buchkin V.A., Bykov Y.A., Andreichicov A.V., Stepanov R.N. Determination of the pressure between the wheel of the moving railcar and rails subject to the defects // Proc. 2017 International Conference "Quality Management, Transport and Information Security, Information Technologies", IT and QM and IS. 2017. P. 748–751. https://doi.org/10.1109/ITMQIS.2017.8085934
- Nikitin I.S., Golubev V.I. Higher order schemes for problems of dynamics of layered media with nonlinear contact conditions // Smart Innovation, Systems and Technologies. 2022. V. 274. P. 273–287. https://doi.org/10.1007/978-981-16-8926-0_19

- Khokhlov N., Favorskaya A., Stetsyuk V., Mitskovets I. Grid-characteristic method using Chimera meshes for simulation of elastic waves scattering on geological fractured zones // Journal of Computational Physics. 2021. V. 446. Art. № 110637. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2021.110637
- Favorskaya A.V., Muratov M.V. Ultrasonic study of sea ice ridges // Smart Innovation, Systems and Technologies. 2022. V. 309. P. 259–268. https://doi.org/10.1007/978-981-19-3444-5 23
- 12. Петров И.Б., Кабисов С.В., Фаворская А.В. Моделирование ультразвуковых волн в железнодорожных рельсах с явным выделение дефектов // ДАН. 2018. Т. 481. № 1. С. 20–23.
- Favorskaya A.V., Khokhlov N.I. Using Chimera grids to describe boundaries of complex shape // Smart Innovation, Systems and Technologies. 2022. V. 309. P. 249–258. https://doi.org/10.1007/978-981-19-3444-5 22
- 14. *Nejad R.M.* Using three-dimensional finite element analysis for simulation of residual stresses in railway wheels // Engineering Failure Analysis. 2014. V. 45. P. 449–455.

https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2014.07.018

- Бархатов В.А. Моделирование ультразвуковых волн методом конечных разностей во временной области. Двумерная задача. Оптимальные алгоритмы. Анализ погрешностей. Поглощающие области вблизи границ сетки // Дефектоскопия. 2009. № 6. С. 58–75.
- Bartoli I., Marzani A., di Scalea F.L., Viola E. Modeling wave propagation in damped waveguides of arbitrary cross-section // Journal of Sound and Vibration. 2006. V. 295. № 3–5. P. 685–707. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2006.01.021
- Zumpano G., Meo M. A new damage detection technique based on wave propagation for rails // International Journal of Solids and Structures. 2006. V. 43. N
 5. P. 1023–1046. https://doi.org/10.1117/12.541536
- Кожемяченко А.А., Петров И.Б., Фаворская А.В., Хохлов Н.И. Граничные условия для моделирования воздействия колес на железнодорожный путь // ЖВМиМФ. 2020. Т. 60. № 9. С. 1587–1603. https://doi.org/10.31857/S0044466920090112

SIMULATION THE VIBRATIONS OF RAILWAY STRUCTURES BY THE GRID-CHARACTERISTIC METHOD

Corresponding Member of the RAS I. B. Petrov^{*a*}, A. A. Kozhemyachenko^{*a*}, and A. V. Favorskaya^{*a*}

^a Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

The aim of the study is to apply the grid-characteristic method on structured grids in various problems related to railway traffic safety; obtaining the results of full wave modeling using this method and analyzing them for a better understanding of the physical processes occurring in conditions of heavy and high-speed traffic on various sections of the track. The problem is to consider the traffic on a ballast and non-ballast bridge desk. In the course of computer simulation, various wave fields and dynamic distributions of the pressure and components of the Cauchy stress tensor were obtained during the traffic. An estimate of the calculation time during which the propagation of wave processes occurs in various bridge structures was made. The results obtained give an idea of wave phenomena during the traffic in the area of bridges and along the railway track as a whole.

Keywords: grid-characteristic method, numerical simulation, wheel-rail system, wave phenomena, railway track