

УДК 534.26:620.179.16

РАССЕЯНИЕ УПРУГОЙ ВОЛНЫ НА ПЛОСКОЙ ТРЕЩИНЕ: ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ДЕФЕКТОСКОПИИ

© 2023 г. Академик РАН **Н. П. Алешин**¹, Л. Ю. Могильнер^{2,*}

Поступило 20.10.2022 г.

После доработки 20.10.2022 г.

Принято к публикации 10.11.2022 г.

Рассмотрена 3D-задача рассеяния упругих волн на трещине в виде полуплоскости в упругой среде. Отмечено, что ранее опубликованные решения не охватывают в полной мере вопросы, актуальные для ультразвуковой дефектоскопии, например, для выявления поперечных трещин в сварных швах. Предлагаемое решение выполнено методом Винера–Хопфа. Показано, что рассеянные продольные и поперечные волны в общем виде могут быть записаны в квадратурах. Отмечены некоторые особенности выявления острия поперечных трещин, включая связь с направлением озвучивания и влияние критических углов.

Ключевые слова: ультразвуковая дефектоскопия, трещина, рассеяние на ребре, 3D-задача

DOI: 10.31857/S2686740023020013, EDN: UOODDS

АКТУАЛЬНОСТЬ И КРАТКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Для приложений к ультразвуковой дефектоскопии металлов и пластмасс представляет интерес вернуться к рассмотрению канонической задачи о рассеянии высокочастотных ультразвуковых волн на плоской трещине в упругой среде. Актуальность вопроса связана, например, с тем, что до настоящего времени не разработаны простые и эффективные методы выявления “поперечных” трещин, ориентированных перпендикулярно оси сварного шва. В традиционных схемах ультразвуковая волна попадает на такую трещину под острым углом к ее ребру и распространяется преимущественно вдоль ее поверхности, а теория рассеяния упругих волн для такой 3D-задачи не проработана в достаточной степени. Не претендуя на полноту анализа, сошлемся на несколько публикаций на эту тему.

В классической работе [1] двумерная задача о рассеянии плоской гармонической волны, падающей перпендикулярно к ребру полуплоскости, решается с использованием метода Винера–Хопфа. Этот же метод использован в [2] для наклонного, т.е. под острым углом к ребру, падения

продольной волны на полуплоскость, результаты сведены к геометрической теории дифракции. В статье [3] решение доведено до расчетов в программных комплексах [4]. Однако распространение исходной волны вдоль поверхности трещины обычно не рассматривается.

Известны также решения нестационарных задач о рассеянии упругого импульса. В [5–8] метод Винера–Хопфа дополняется методом Каньяра–де Хупа для падения перпендикулярно или под острым углом к ребру полуплоскости продольной волны или горизонтально поляризованной (относительно поверхности полуплоскости) поперечной волны. Однако результаты не содержат формул, удобных для инженерных расчетов 3D-задачи в условиях, характерных для ультразвуковой дефектоскопии.

Эти условия иллюстрируются на рис. 1. Источник ультразвука И под углом α_{ins} к поверхности изделия излучает в объем материала в направлении трещины волну: продольную \mathbf{u}_{L0} или поперечную \mathbf{u}_{S0} , поляризованную в плоскости ИОх [9, 10]. Необходимо найти рассеянное поле в точке П на поверхности изделия и координаты острия трещины.

Очевидно, что речь идет о наклонном падении ультразвуковой волны на ребро трещины, причем, если эта волна — поперечная, то при изменении ориентации источника, т.е. угла θ_{ins} , в диапазоне от 0 до 90°, волна может иметь компоненты, поляризованные как в плоскости расположения трещины (SH-волна относительно ее поверхно-

¹ Научно-учебный центр “Сварка и контроль” при МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

² Научно-исследовательский институт трубопроводного транспорта (ООО “НИИ Транснефть”), Москва, Россия

*E-mail: mogilner@mail.ru

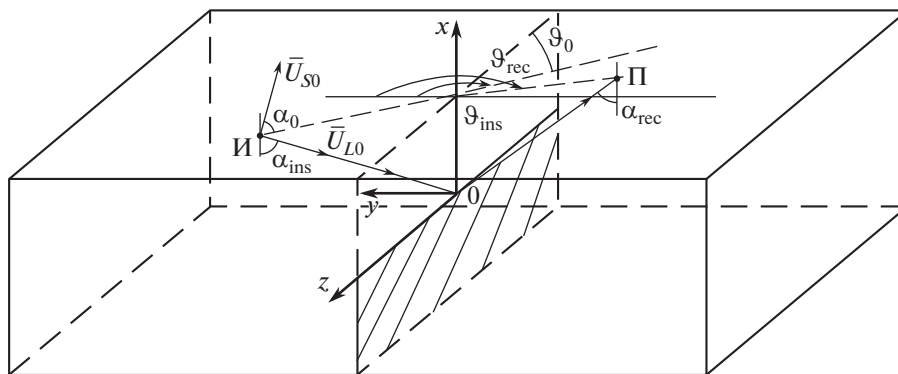


Рис. 1. Схема прозвучивания изделия с трещиной (заштрихована).

сти), так и перпендикулярно этой плоскости (SV-волна). Реальные трещины могут ориентироваться не только вертикально, как на рис. 1, но изменение их ориентации легко можно рассмотреть в развитии приведенной трехмерной схемы.

Задача такого типа рассмотрена, например, в [11], где упругая волна рассеивается на полем клине (трещина – клин с раскрытием 0°). Замена переменной сводит 3D-задачу к двумерной в системе координат, движущейся вдоль ребра $x = y = 0$ вместе с фронтом падающей волны. Однако в итоговых соотношениях не выделены волны разных типов, формирующиеся на ребре. А такое разделение необходимо для использования при выявлении трещин в сварных швах. Поэтому рассмотрим 3D-задачу в общем виде еще раз.

3D-ЗАДАЧА О РАССЕЯНИИ УПРУГИХ ВОЛН

Для ультразвуковой дефектоскопии сварных швов характерны углы

$$0 \leq \theta_{\text{inc}}, \theta_{\text{rec}} \leq \frac{\pi}{2}; \quad 20^\circ \leq \alpha_{\text{ins}}, \alpha_{\text{rec}} \leq 75^\circ. \quad (1)$$

При этом в упругую среду с коэффициентами Ламе λ и μ через поверхность с нормалью $\mathbf{n}_0 = (0, \cos\theta_0, -\sin\theta_0)$ под углом $\alpha_{\text{ins}} = \alpha_{0f}$ вводится продольная волна $\mathbf{u}_{L0} \neq 0, \mathbf{u}_{S0} = 0$ или под углом $\alpha_{\text{ins}} = \alpha_0$ – поперечная волна $\mathbf{u}_{L0} = 0, \mathbf{u}_{S0} \neq 0$: волновые числа k_L и k_S , и $k_L^2(\lambda + 2\mu) = k_S^2\mu$. Обозначим

$$a_{0f} = -\cos\alpha_{0f}, \quad b_{0f} = -\sin\alpha_{0f} \sin\theta_0, \quad (2)$$

$$c_{0f} = -\sin\alpha_{0f} \cos\theta_0.$$

$$a_0 = -\cos\alpha_0, \quad b_0 = -\sin\alpha_0 \sin\theta_0, \quad (3)$$

$$c_0 = -\sin\alpha_0 \cos\theta_0.$$

Вдали от трещины необходимо записать в удобном для (инженерных) расчетов виде (например, в квадратурах) амплитуды и фазы рассеян-

ных продольных и поперечных волн, выделив отклик от ее поверхностей и ребра, если:

1) на поверхностях полуплоскости (трещины) с ребром $x = y = 0$ напряжения равны нулю: $\sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz} = 0$ при $x < 0, y = \pm 0$;

2) зависимость от времени исходной волны, продольной \mathbf{u}_{L0} или линейно поляризованной поперечной \mathbf{u}_{S0} , зададим в виде $\exp\{-i\omega t\}$;

3) смещения: в рассеянных продольных и поперечных волнах \mathbf{u}_{Ld} и \mathbf{u}_{Sd} , и общие $\mathbf{u}_L = \mathbf{u}_{L0} + \mathbf{u}_{Ld}$, $\mathbf{u}_S = \mathbf{u}_{S0} + \mathbf{u}_{Sd}$ удовлетворяют уравнениям Гельмгольца;

4) рассеянные волны удовлетворяют условию излучения на бесконечности, т.е. при $|\mathbf{r}| \rightarrow \infty$, и условию на ребре полуплоскости, т.е. при $|\mathbf{r}| \rightarrow 0$, где \mathbf{r} – расстояние от точки наблюдения до ребра.

УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

В исходной плоской волне выделим зависимость от координаты z :

$$\mathbf{u}_{L0} = \mathbf{u}_{L01}(x, y) \exp(ik_L c_{0f} z)$$

или

$$\mathbf{u}_{S0} = \mathbf{u}_{S01}(x, y) \exp(ik_S c_0 z).$$

В силу равенства фазовых скоростей вдоль ребра $k_L c_{0f} = k_S c_0$ в обоих случаях рассеянные поля ищутся в виде

$$u_{jLd} = u_{jL1}(x, y) \exp(ik_S c_0 z),$$

$$u_{jSd} = u_{jS1}(x, y) \exp(ik_S c_0 z), \quad j = x, y, z.$$

Уравнения Гельмгольца для u_{j1} принимают вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u_{jS1} + k_S^2(1 - c_0^2)u_{jS1} &= 0, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u_{jL1} + k_L^2\left(1 - \frac{k_S^2}{k_L^2}c_0^2\right)u_{jL1} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Преобразуя компоненты смещений по Фурье:

$$U(\zeta, y) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} u_1(x, y) e^{i\zeta x} dx,$$

из (3) для U в рассеянных полях получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dy^2}U_{jS1}(\zeta, y) - \gamma_S^2 U_{jS1}(\zeta, y) &= 0, \\ \frac{d^2}{dy^2}U_{jL1}(\zeta, y) - \gamma_L^2 U_{jL1}(\zeta, y) &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_S &= [\zeta^2 - k_S^2(1 - c_0^2)]^{1/2}, \\ \gamma_L &= \left[\zeta^2 - k_L^2\left(1 - \frac{k_S^2}{k_L^2}c_0^2\right)\right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Имея в виду дальнейшее применения метода Винера–Хопфа, полагаем ζ комплексным. Ветви функций γ_S и γ_L необходимо выбрать так, чтобы рассеянные поля удовлетворяли условию излучения на бесконечности. В ультразвуковой дефектоскопии используется импульсное излучение ультразвука, и вдали от трещины продольную и поперечную волны необходимо рассматривать независимо друг от друга. Тогда $|\mathbf{u}_{Ld}|, |\mathbf{u}_{Sd}|, |\sigma_{Ldy}|, |\sigma_{Sdy}| \rightarrow 0$ при $|\mathbf{r}| \rightarrow \infty$, где радиус-вектор точки наблюдения \mathbf{r} может стремиться к бесконечности в любом направлении.

Если исходная волна – продольная, то из (1) с учетом (2) и (3) имеем $k_L^2(1 - c_0^2) > 0$ и $k_S^2(1 - c_0^2) > 0$, т.е. нули (они же – точки ветвления) функций γ_S и γ_L принимают действительные значения, и можно считать, что они достаточно далеки от нуля при любых α_0 и θ_0 . При этом разрезы плоскости ζ можно провести от нулей в бесконечность вдоль действительной оси, т.е. от точек $\pm k_S(1 - c_0^2)^{1/2}$ до $\pm\infty$, и от точек $\pm k_L(1 - c_0^2)^{1/2}$ до $\pm\infty$ соответственно. При этом перед радикалами в (5) выбираем знаки “+”.

Если исходная волна – поперечная, то при любых α_0 и θ_0 из (1) также $k_S^2(1 - c_0^2) > 0$, и для функции $\gamma_S(\zeta)$ указанное сохраняется. Однако для $\gamma_L(\zeta)$ ситуация иная. С уменьшением θ_0 от 90° до 0 , т.е. от падения волны перпендикулярно ребру

до падения вдоль ребра, величина $k_L^2(1 - c_0^2)$ может принимать как положительные, так и отрицательные значения, переходя через нуль при $|c_0| = \frac{k_L}{k_S}$. Обозначим $\alpha_{3кр} = \arcsin \frac{k_L}{k_S}$ – третий критический угол согласно терминологии, принятой в ультразвуковой дефектоскопии. Если угол ввода α_0 достаточно большой, так что при любом θ_0 из (1)

$$\frac{k_S^2}{k_L^2}c_0^2 < 1, \quad \text{т.е.} \quad \cos \theta_0 < \frac{\sin \alpha_{3кр}}{\sin \alpha_0}, \quad (6)$$

то нули функции γ_L лежат на действительной оси. В (5) перед радикалами выбираем знак “+”, и разрезы в комплексной плоскости ζ по-прежнему можно провести вдоль действительной оси от нулей функций γ_S и γ_L до $\pm\infty$.

При $\cos \theta_0 \geq \frac{\sin \alpha_{3кр}}{\sin \alpha_0}$ нули функции γ_L лежат на мнимой оси, либо два нуля вырождаются в точку $\zeta = 0$. При этом возникает ситуация, аналогичная “третьему” критическому углу при отражении поперечной волны от плоскости. Но здесь он связан с углом между ребром полуплоскости и направлением исходной волны. Это может привести к формированию на ребре волны типа боковой [12], что ранее в теории ультразвуковой дефектоскопии не рассматривалось.

Введем потенциалы f, h, χ , так, что $\mathbf{u}_S = \mathbf{u}_{SV} + \mathbf{u}_{SH}$, $\text{div} \mathbf{u}_{SV} = \text{div} \mathbf{u}_{SH} = 0$ (см. также [13]):

$$\mathbf{u}_L = \text{grad} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right), \quad (7)$$

$$\mathbf{u}_{SH} = \text{rot}(\chi \mathbf{y}^0) = \left(-\frac{\partial \chi}{\partial z}; 0; \frac{\partial \chi}{\partial x}\right),$$

$$\mathbf{u}_{SV} = \text{rot}[\nabla h, \mathbf{y}^0] = \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y}; -\Delta_2 h; \frac{\partial^2 h}{\partial y \partial z}\right), \quad (8)$$

где $\Delta_2 = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}$. Представление (8) позволяет записать граничные условия в виде, удобном для использования в методе Винера–Хопфа: при $x < 0, y = \pm 0$

$$\sigma_{yy} = -2\mu \left\{ \left(\frac{1}{2}k_S^2 + \Delta_2\right)f + \frac{\partial}{\partial y} \Delta_2 h \right\} = 0, \quad (9)$$

$$\sigma_{xy} = 2\mu \left\{ \partial_x \left[\frac{\partial f}{\partial y} - \left(\frac{1}{2}k_S^2 + \Delta_2\right)h \right] - \partial_z \frac{\partial \chi}{\partial y} \right\} = 0, \quad (10)$$

$$\sigma_{yz} = 2\mu \left\{ \partial_z \left[\frac{\partial f}{\partial y} - \left(\frac{1}{2}k_S^2 + \Delta_2\right)h \right] + \partial_x \frac{\partial \chi}{\partial y} \right\} = 0. \quad (11)$$

Пусть $F(\zeta, y), H(\zeta, y), X(\zeta, y)$ – преобразования Фурье потенциалов f_d, h_d, χ_d в рассеянных по-

лях (без $\exp\{ik_S c_0 z\}$). Они также удовлетворяют уравнениям типа (4), и, с учетом условия на бесконечности, ищем их в виде:

$$X(\zeta, y) = \begin{cases} A_\chi(\zeta) e^{-\gamma_S y} & \text{при } y \geq 0, \\ B_\chi(\zeta) e^{\gamma_S y} & \text{при } y \leq 0, \end{cases} \quad (12)$$

$$H(\zeta, y) = \begin{cases} A_h(\zeta) e^{-\gamma_S y} & \text{при } y \geq 0, \\ B_h(\zeta) e^{\gamma_S y} & \text{при } y \leq 0, \end{cases} \quad (13)$$

$$F(\zeta, y) = \begin{cases} A_f(\zeta) e^{-\gamma_L y} & \text{при } y \geq 0, \\ B_f(\zeta) e^{\gamma_L y} & \text{при } y \leq 0. \end{cases} \quad (14)$$

Из симметрии задачи при $y = \pm 0$ можно предположить, что $|A| = |B|$. Однако, в отличие от скалярного случая, как, например, в [14], каждая из пар коэффициентов A и B может иметь как одинаковый, так и противоположный знак. Это следует из приведенных ниже выражений для Фурье-образов компонент смещений и напряжений. Поэтому здесь A и B считаем разными.

Компоненты напряжений преобразуем по Фурье:

$$\Sigma(\zeta, y) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(x, y) e^{i\zeta x} dx.$$

Учитывая непрерывность напряжений на поверхности $y = \pm 0$, из (9) получим

$$\left[\frac{1}{2} k_S^2 - (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2) \right] [A_f(\zeta) - B_f(\zeta)] + \gamma_S (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2) [A_h(\zeta) + B_h(\zeta)] = 0. \quad (15)$$

Уравнения (10) и (11) составят однородную систему

$$\begin{cases} \zeta \Phi_V(\zeta) + k_S c_0 \Phi_H(\zeta) = 0, \\ -k_S c_0 \Phi_V(\zeta) + \zeta \Phi_H(\zeta) = 0, \end{cases} \quad (16)$$

где

$$\Phi_V(\zeta) = \gamma_L [A_f(\zeta) + B_f(\zeta)] + \left[\frac{1}{2} k_S^2 - (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2) \right] [A_h(\zeta) - B_h(\zeta)], \quad (17)$$

$$\Phi_H(\zeta) = \gamma_S \{A_\chi(\zeta) + B_\chi(\zeta)\}, \quad (18)$$

и шесть неизвестных коэффициентов $A(\zeta)$, $B(\zeta)$ связаны тремя уравнениями (15), (16). Полагая, что $\varrho^2 = \zeta^2 + k_S^2 c_0^2 \neq 0$, из (16) получим

$$\Phi_V(\zeta) = 0, \quad \Phi_H(\zeta) = 0. \quad (19)$$

Теперь первое уравнение из (16) вместе с (15) составит однородную систему уравнений, связывающую коэффициенты $A_f(\zeta)$, $B_f(\zeta)$, $A_h(\zeta)$, $B_h(\zeta)$, а из второго уравнения в (16) получим $A_\chi(\zeta) = -B_\chi(\zeta)$.

Дополнительно необходимо рассмотреть точки ζ_1 и ζ_2 – корни уравнений, соответственно:

$$\varrho^2 = 0, \quad \text{и} \quad \gamma_S = 0. \quad (20)$$

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ВИНЕРА–ХОПФА

Из (7)–(11) с учетом (4) получим связь между функциями F , H , X и U , Σ :

$$U_{x1}(\zeta, y) = -i\zeta [F(\zeta, y) + \partial_y H(\zeta, y)] - ik_S c_0 X(\zeta, y), \quad (21)$$

$$U_{y1}(\zeta, y) = \partial_y F(\zeta, y) + (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2) H(\zeta, y), \quad (22)$$

$$U_{z1}(\zeta, y) = (ik_S c_0) [F(\zeta, y) + \partial_y H(\zeta, y)] - i\zeta X(\zeta, y), \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{yy1} = & - \left[\frac{1}{2} k_S^2 - (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2) \right] F(\zeta, y) + \\ & + (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2) \partial_y H(\zeta, y), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{xy1} = & -i\zeta \left\{ \partial_y F(\zeta, y) - \left[\frac{1}{2} k_S^2 - (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2) \right] H(\zeta, y) \right\} - \\ & - ik_S c_0 \partial_y X(\zeta, y), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{yz1} = & \\ = ik_S c_0 \left\{ \partial_y F(\zeta, y) - \left[\frac{1}{2} k_S^2 - (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2) \right] H(\zeta, y) \right\} - & (26) \\ - i\zeta \partial_y X(\zeta, y). & \end{aligned}$$

Аналогично [14] введем обозначения

$$U_{j1}(\zeta, y) = U_{j1}^+(\zeta, y) + U_{j1}^-(\zeta, y), \quad (27)$$

где

$$U_{j1}^+(\zeta, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} u_{j1}(x, y) e^{i\zeta x} dx; \quad (28)$$

$$U_{j1}^-(\zeta, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^0 u_{j1}(x, y) e^{i\zeta x} dx.$$

Поскольку смещения непрерывны вне трещины, в том числе при $y = \pm 0$, $x > 0$, то функции $U_{j1}^+(\zeta, y)$ непрерывны по y при $y = \pm 0$. Тогда, обозначив разрыв какой-либо величины U_{j1}^- на поверхности трещины через $[U_{j1}^-(\zeta, \pm 0)] = U_{j1}^-(\zeta, +0) - U_{j1}^-(\zeta, -0)$, из (21)–(23) получим

$$\begin{aligned} [U_{x1}^-(\zeta, \pm 0)] = & -i\zeta [A_f(\zeta) - B_f(\zeta)] + \\ & + i\zeta \gamma_S [A_h(\zeta) + B_h(\zeta)] - ik_S c_0 [A_\chi(\zeta) - B_\chi(\zeta)], \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} [U_{y1}^-(\zeta, \pm 0)] = & -\gamma_L [A_f(\zeta) + B_f(\zeta)] + \\ & + (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2) [A_h(\zeta) - B_h(\zeta)], \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} [U_{z1}^-(\zeta, \pm 0)] = & ik_S c_0 [A_f(\zeta) - B_f(\zeta)] - \\ & - ik_S c_0 \gamma_S [A_h(\zeta) + B_h(\zeta)] - i\zeta [A_\chi(\zeta) - B_\chi(\zeta)]. \end{aligned} \quad (31)$$

Аналогично (27) и (28) запишем:

$$\Sigma_{jy1}(\xi, y) = \Sigma_{jy1}^+(\xi, y) + \Sigma_{jy1}^-(\xi, y), \quad (32)$$

где Σ_{jy1}^+ определим интегрированием σ_{jy1} по x от $-\infty$ до 0, Σ_{jy1}^- — от 0 до ∞ . Тогда из непрерывности компонент напряжений на поверхности $y = \pm 0$, $-\infty < x < \infty$ получим

$$\begin{aligned} & 2[\Sigma_{yy1}^-(\xi, 0) + \Sigma_{yy1}^+(\xi, 0)] = \\ & = -\left[\frac{1}{2}k_S^2 - (\xi^2 + k_S^2 c_0^2)\right][A_f(\xi) + B_f(\xi)] - \\ & - \gamma_S(\xi^2 + k_S^2 c_0^2)[A_h(\xi) - B_h(\xi)], \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & 2[\Sigma_{xy1}^-(\xi, 0) + \Sigma_{xy1}^+(\xi, 0)] = i\xi\gamma_L[A_f(\xi) - B_f(\xi)] + \\ & + i\xi\left[\frac{1}{2}k_S^2 - (\xi^2 + k_S^2 c_0^2)\right][A_h(\xi) + B_h(\xi)] + \\ & + ik_S c_0 \gamma_S [A_\chi(\xi) - B_\chi(\xi)], \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & 2[\Sigma_{yz1}^-(\xi, 0) + \Sigma_{yz1}^+(\xi, 0)] = -ik_S c_0 \gamma_L [A_f(\xi) - B_f(\xi)] - \\ & - ik_S c_0 \left[\frac{1}{2}k_S^2 - (\xi^2 + k_S^2 c_0^2)\right][A_h(\xi) + B_h(\xi)] + \\ & + i\xi\gamma_S [A_\chi(\xi) - B_\chi(\xi)]. \end{aligned} \quad (35)$$

Аналогично [14], исключим выражения $[A_f(\xi) + B_f(\xi)]$ и $[A_h(\xi) - B_h(\xi)]$ из (30) и (33). При этом используем первое уравнение из (16). Получим уравнение, связывающее функции Σ_{yy1}^\pm с разрывом функции U_{y1}^- на поверхности трещины:

$$k_S^2 \gamma_L [\Sigma_{yy1}^+(\xi, 0) - \Sigma_{yy1}^-(\xi, 0)] = R(\varrho) [U_{y1}^-(\xi, \pm 0)], \quad (36)$$

где $R(\varrho) = \left[\frac{1}{2}k_S^2 - (\xi^2 + k_S^2 c_0^2)\right]^2 - \gamma_L \gamma_S (\xi^2 + k_S^2 c_0^2)$ — функция Релея.

Здесь и ниже функции Σ с индексом 0 относятся к Фурье-образам компонент напряжений, создаваемых падающей волной на поверхности трещины, и учтено, что из граничных условий $\Sigma_{jy1}^- = -\Sigma_{jy01}^-$.

Аналогично, с учетом (15) после ряда алгебраических преобразований исключим выражения $[A_f(\xi) - B_f(\xi)]$ и $[A_h(\xi) + B_h(\xi)]$ из уравнений (29), (31), (34), (35). Получим еще два уравнения аналогичного типа, но, в отличие от (36), они связывают комбинацию функций Σ_{xy}^\pm и Σ_{yz}^\pm с разрывами функций U_{x1}^- и U_{z1}^- на поверхности трещины:

$$\begin{aligned} & k_S^2 \gamma_S \{[\xi \Sigma_{xy1}^+(\xi, 0) - k_S c_0 \Sigma_{yz1}^+(\xi, 0)] - \\ & - [\xi \Sigma_{xy01}^-(\xi, 0) - k_S c_0 \Sigma_{yz01}^-(\xi, 0)]\} = \\ & = R(\varrho) \{[\xi U_{x1}^-(\xi, \pm 0)] - k_S c_0 [U_{z1}^-(\xi, \pm 0)]\}, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} & [k_S c_0 \Sigma_{xy1}^+(\xi, 0) + \xi \Sigma_{yz1}^+(\xi, 0)] - \\ & - [k_S c_0 \Sigma_{xy01}^-(\xi, 0) + \xi \Sigma_{yz01}^-(\xi, 0)] = \\ & = -\frac{\gamma_S}{2} \{k_S c_0 [U_{x1}^-(\xi, \pm 0)] + \xi [U_{z1}^-(\xi, \pm 0)]\}. \end{aligned} \quad (38)$$

Выше предполагалось, что $\xi \neq \xi_{1,2}$. Однако уравнения (36)–(38) выполняются и в этих точках. В этом можно убедиться, подставив значения $\xi_{1,2}$ в исходные соотношения (21)–(26) с учетом (4). Таким образом, уравнения (36)–(38) выполняются на всей комплексной плоскости ξ . Их можно решить методом Винера–Хопфа, например, по Джонсу из [14].

Остановимся на двух случаях, для которых выше описаны разрезы плоскости ξ : падение продольной волны или поперечной при условии (6). При этом функции $\gamma_L, \gamma_S, R(\varrho)$ факторизуются известным образом по [6, 7, 14], т.е. каждую из них можно представить как произведение функций, регулярных в некоторых верхней (знак “+”) и нижней (знак “-”) полуплоскостях плоскости ξ , имеющих общую полосу:

$$\begin{aligned} & R(\varrho) = R^+(\varrho) R^-(\varrho), \\ & \gamma_L = \gamma_L^+ \gamma_L^-, \quad \gamma_S = \gamma_S^+ \gamma_S^-. \end{aligned} \quad (39)$$

При этом $R^+(\varrho), R^-(\varrho) \rightarrow \infty$ как $\xi^2, \gamma_L^+, \gamma_L^-, \gamma_S^+, \gamma_S^- \rightarrow \infty$ как $\xi^{\frac{1}{2}}$.

Далее, согласно [6, 7], из условия на ребре следует $|u_{jd}| \rightarrow C_{1j}$ при $x \rightarrow \pm 0, y = \pm 0$. Тогда из соотношения между компонентами смещений и напряжений следует $|\sigma_{dij}| = o(x^{-1})$, и, полагая аналогично [14]: $\xi = \zeta + i\tau, k_L = k_{L1} + ik_{L2}$, получим при $\epsilon > 0$:

$$\begin{aligned} & |U_{jd1}(+0)| < C_{1j} |\zeta|^{-1}, \quad \text{при } \zeta \rightarrow \infty \\ & \text{в полуплоскости } \tau < k_{L2} |a_{0f}|, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & |\Sigma_{jyd1}^{(+)}(\zeta, 0)| < C_{2j} |\zeta|^{-\epsilon}, \quad \text{при } \zeta \rightarrow \infty \\ & \text{в полуплоскости } \tau > -k_{L2}, \end{aligned} \quad (41)$$

где C_{1j}, C_{2j} — положительные постоянные.

Для продолжения необходимо рассчитать значения функций $\Sigma_{jy01}^-(\xi, 0)$ для падающей волны. Результаты приведены в табл. 1. Запишем их в общем виде:

$$\Sigma_{lm}^{(0)}(\xi, \alpha, \vartheta_0) = \Sigma_{lm}^{(0)}(\xi) = P_{lm}(\alpha, \vartheta_0) + \frac{Q_{lm}(\alpha, \vartheta_0)}{\xi + K_l}, \quad (42)$$

где $\Sigma_{lm}^{(0)}(\xi, \alpha, \vartheta_0)$ — одна из функций в графе 1. Индекс l следует читать как χ, h или f в соответствии с типом падающей волны согласно графе 2, индекс m равен 1, 2 или 3 в соответствии со строками

Таблица 1

Функция Σ	Тип падающей волны	Σ : явный вид	Q_{lm} при $\theta_0 = 0$
1	2	3	4
$\Sigma_{l1}^{(0)}(\zeta) = \Sigma_{yy01}^{(-)}(\zeta, 0)$	$\chi_0 \neq 0, h_0, f_0 \equiv 0$	0	0
	$h_0 \neq 0, \chi_0, f_0 \equiv 0$	$\frac{2\mu}{(2\pi)^2} k_S^3 b_0 (1 - b_0^2) \frac{1}{\zeta + k_S a_0}$	0
	$f_0 \neq 0, \chi_0, h_0 \equiv 0$	$i \frac{2\mu}{(2\pi)^2} \left[\frac{1}{2} k_S^2 - k_L^2 (1 - b_{0f}^2) \right] \frac{1}{\zeta + k_L a_{0f}}$	$\frac{2\mu i}{(2\pi)^2} \left(\frac{1}{2} k_S^2 - k_L^2 \right)$
$\Sigma_{l2}^{(0)}(\zeta) = \zeta \Sigma_{xy01}^{(-)}(\zeta, 0) - k_S c_0 \Sigma_{yz01}^{(-)}(\zeta, 0)$	$\chi_0 \neq 0, h_0, f_0 \equiv 0$	$-i \frac{2\mu}{(2\pi)^2} k_S^2 b_0 c_0$	0
	$h_0 \neq 0, \chi_0, f_0 \equiv 0$	$\frac{2\mu}{(2\pi)^2} k_S^3 \left(\frac{1}{2} - b_0^2 \right) \left(a_0 - k_S \frac{1 - b_0^2}{\zeta + k_S a_0} \right)$	$-\frac{\mu}{(2\pi)^2} k_S^4$
	$f_0 \neq 0, \chi_0, h_0 \equiv 0$	$i \frac{2\mu}{(2\pi)^2} k_L^2 b_{0f} \left(a_{0f} - k_L \frac{1 - b_{0f}^2}{\zeta + k_L a_{0f}} \right)$	0
$\Sigma_{l3}^{(0)}(\zeta) = k_S c_0 \Sigma_{xy01}^{(-)}(\zeta, 0) + \zeta \Sigma_{yz01}^{(-)}(\zeta, 0)$	$\chi_0 \neq 0, h_0, f_0 \equiv 0$	$i \frac{2\mu}{(2\pi)^2} k_S^2 b_0 \left(a_0 - k_S \frac{1 - b_0^2}{\zeta + k_S a_0} \right)$	0
	$h_0 \neq 0, \chi_0, f_0 \equiv 0$	$\frac{2\mu}{(2\pi)^2} k_S^3 c_0 \left(\frac{1}{2} + b_0^2 \right)$	0
	$f_0 \neq 0, \chi_0, h_0 \equiv 0$	$i \frac{2\mu}{(2\pi)^2} k_L^2 b_{0f} c_{0f}$	0

в графе 2. Также обозначено: $K_l = k_S a_0$ при падении поперечных волн χ_0 или h_0 , либо $K_l = k_L a_{0f}$ – при падении продольной волны f_0 . Параметры $P_{lm}(\alpha, \vartheta_0)$ и $Q_{lm}(\alpha, \vartheta_0)$ не зависят от переменной ζ , причем любой из них или оба вместе могут обращаться в нуль.

Теперь перепишем уравнения (36)–(38):

$$\frac{\gamma_L^+}{R^+(\varrho)} \Sigma_{yy1}^+(\zeta, 0) - \frac{\gamma_L^+}{R^+(\varrho)} P_{l1}(\alpha, \vartheta_0) - \frac{\gamma_L^+}{R^+(\varrho)} \frac{Q_{l1}(\alpha, \vartheta_0)}{\zeta + K_l} = \frac{R^-(\varrho)}{k_S^2 \gamma_L^-} [U_{y1}^-(\zeta, \pm 0)], \tag{43}$$

$$\frac{\gamma_S^+}{R^+(\varrho)} \{ \zeta \Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) - k_S c_0 \Sigma_{yz1}^+(\zeta, 0) \} - \frac{\gamma_S^+}{R^+(\varrho)} P_{l2}(\alpha, \vartheta_0) - \frac{\gamma_L^+}{R^+(\varrho)} \frac{Q_{l2}(\alpha, \vartheta_0)}{\zeta + K_l} = \frac{R^-(\varrho)}{k_S^2 \gamma_S^-} \{ \zeta [U_{x1}^-(\zeta, \pm 0)] - k_S c_0 [U_{z1}^-(\zeta, \pm 0)] \}, \tag{44}$$

$$\frac{1}{\gamma_S^+} \{ k_S c_0 \Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) + \zeta \Sigma_{yz1}^+(\zeta, 0) \} - \frac{1}{\gamma_S^+} P_{l3}(\alpha, \vartheta_0) - \frac{1}{\gamma_S^+} \frac{Q_{l3}(\alpha, \vartheta_0)}{\zeta + K_l} = \tag{45}$$

$$= -\frac{\gamma_S^-}{2} \{ k_S c_0 [U_{x1}^-(\zeta, \pm 0)] + \zeta [U_{z1}^-(\zeta, \pm 0)] \}.$$

Согласно (39), в (43)–(45) слева функции с верхним индексом “+” регулярны в некоторой верхней полуплоскости комплексной плоскости ζ , разрезанной необходимым образом от точек ветвления функций γ_L, γ_S , а справа функции с верхним индексом “–” регулярны в некоторой нижней полуплоскости этой плоскости, причем эти полуплоскости имеют общую полосу.

Третьи слагаемые слева в (43)–(45) регулярны в некоторой полосе указанной плоскости ζ , но каждое из них аналогично второму члену в формуле (2.27) в [14] можно записать как сумму двух слагаемых, регулярных в верхней и нижней полуплоскостях, имеющих общую полосу. Действительно, учитывая в (45) нули функции γ_S^+ на выбранном листе разрезанной плоскости ζ , получим

$$\frac{1}{\gamma_S^+} \frac{Q_{l3}(\alpha, \vartheta_0)}{\zeta + K_l} = \frac{Q_{l3}(\alpha, \vartheta_0)}{\zeta + K_l} \left[\frac{1}{\gamma_S^+} - \frac{1}{(-k_S + K_l)^{\frac{1}{2}}} \right] + \frac{Q_{l3}(\alpha, \vartheta_0)}{(\zeta + K_l)(-k_S + K_l)^{\frac{1}{2}}} = N_{l3}^+(\zeta) + N_{l3}^-(\zeta). \quad (46)$$

Аналогично, учитывая нули функции $R^+(\varrho)$ на выбранном листе плоскости ζ (корни Релея), для третьих слагаемых в уравнениях (43) и (44):

$$\frac{\gamma_{L,S}^+}{R^+(\varrho)} \frac{Q_{l,2}(\alpha, \vartheta_0)}{\zeta + K_l} = \frac{Q_{l,2}(\alpha, \vartheta_0)}{\zeta + K_l} \left[\frac{\gamma_{L,S}^+}{R^+(\varrho)} - \frac{1}{(-k_S + K_l)^{\frac{1}{2}}} \right] + \frac{Q_{l,2}(\alpha, \vartheta_0)}{(\zeta + K_l)(-k_S + K_l)^{\frac{1}{2}}} = N_{l,2}^+(\zeta) + N_{l,2}^-(\zeta). \quad (47)$$

Здесь индексы 1 с L в $\gamma_{L,S}^+$ или 2 с S в $\gamma_{L,S}^+$ выбираются одновременно во всех слагаемых.

С учетом (46), (47) перегруппируем в (43)–(45) слагаемые с верхними индексами “+” и “-”:

$$\frac{\gamma_L^+}{R^+(\varrho)} \Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) - \frac{\gamma_L^+}{R^+(\varrho)} P_{l1}(\alpha, \vartheta_0) - N_{l1}^+(\zeta) = \quad (48)$$

$$= \frac{R^-(\varrho)}{k_S^2 \gamma_L^-} [U_{y1}^-(\zeta, \pm 0)] + N_{l1}^-(\zeta),$$

$$\frac{\gamma_S^+}{R^+(\varrho)} \left\{ \zeta \Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) - k_S c_0 \Sigma_{yz1}^+(\zeta, 0) \right\} - \frac{\gamma_S^+}{R^+(\varrho)} P_{l2}(\alpha, \vartheta_0) - N_{l2}^+(\zeta) = \quad (49)$$

$$= \frac{R^-(\varrho)}{k_S^2 \gamma_S^-} \left\{ \zeta [U_{x1}^-(\zeta, \pm 0)] - k_S c_0 [U_{z1}^-(\zeta, \pm 0)] \right\} + N_{l2}^-(\zeta),$$

$$\frac{1}{\gamma_S^+} \left\{ k_S c_0 \Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) + \zeta \Sigma_{yz1}^+(\zeta, 0) \right\} - \frac{1}{\gamma_S^+} P_{l3}(\alpha, \vartheta_0) - N_{l3}^+(\zeta) = \quad (50)$$

$$= -\frac{\gamma_S^-}{2} \left\{ k_S c_0 [U_{x1}^-(\zeta, \pm 0)] + \zeta [U_{z1}^-(\zeta, \pm 0)] \right\} + N_{l3}^-(\zeta).$$

Слева в уравнениях (48)–(50) при $\zeta \rightarrow \infty$ функции в области их регулярности (т.е. в соответствующих верхних полуплоскостях) ведут себя следующим образом:

$$\left| \frac{\gamma_L^+}{R^+(\varrho)} \Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) - \frac{\gamma_L^+}{R^+(\varrho)} P_{l1}(\alpha, \vartheta_0) - N_{l1}^+(\zeta) \right| < E_1 |\zeta|^{-\frac{3}{2}-\epsilon}, \quad (51)$$

$$\left| \frac{\gamma_S^+}{R^+(\varrho)} \left\{ \zeta \Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) - k_S c_0 \Sigma_{yz1}^+(\zeta, 0) \right\} - \frac{\gamma_S^+}{R^+(\varrho)} P_{l2}(\alpha, \vartheta_0) - N_{l2}^+(\zeta) \right| < E_2 |\zeta|^{-\frac{1}{2}-\epsilon}, \quad (52)$$

$$\left| \frac{1}{\gamma_S^+} \left\{ k_S c_0 \Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) + \zeta \Sigma_{yz1}^+(\zeta, 0) \right\} - \frac{1}{\gamma_S^+} P_{l3}(\alpha, \vartheta_0) - N_{l3}^+(\zeta) \right| < E_3 |\zeta|^{-\frac{1}{2}-\epsilon}. \quad (53)$$

В правых частях в (48)–(50) функции в области их регулярности, т.е. в соответствующих нижних полуплоскостях, могут возрастать при $\zeta \rightarrow \infty$, но только медленнее, чем $|\zeta|^{\frac{3}{2}}$. Поскольку указанные полуплоскости имеют общие полосы, то в силу теоремы Луивилля в каждом из уравнений (48)–(50) функции в левой и правой частях равны друг другу и равны нулю, т.е.:

$$\Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) = P_{l1}(\alpha, \vartheta_0) + \frac{R^+(\varrho)}{\gamma_L^+} N_{l1}^+(\zeta), \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \zeta \Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) - k_S c_0 \Sigma_{yz1}^+(\zeta, 0) &= \\ &= P_{l2}(\alpha, \vartheta_0) + \frac{R^+(\varrho)}{\gamma_S^+} N_{l2}^+(\zeta), \end{aligned} \quad (55)$$

$$k_S c_0 \Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) + \zeta \Sigma_{yz1}^+(\zeta, 0) = P_{l3}(\alpha, \vartheta_0) + \gamma_S^+ N_{l3}^+(\zeta). \quad (56)$$

Наконец, из уравнений (55) и (56), получим

$$\begin{aligned} (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2) \Sigma_{xy1}^+(\zeta, 0) &= \zeta P_{l2}(\alpha, \vartheta_0) + k_S c_0 P_{l3}(\alpha, \vartheta_0) + \\ &+ \zeta \frac{R^+(\varrho)}{\gamma_S^+} N_{l2}^+(\zeta) + k_S c_0 \gamma_S^+ N_{l3}^+(\zeta), \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2) \Sigma_{yz1}^+(\zeta, 0) &= \zeta P_{l3}(\alpha, \vartheta_0) - k_S c_0 P_{l2}(\alpha, \vartheta_0) + \\ &+ \zeta \gamma_S^+ N_{l3}^+(\zeta) - k_S c_0 \frac{R^+(\varrho)}{\gamma_S^+} N_{l2}^+(\zeta). \end{aligned} \quad (58)$$

Выражения (54)–(58) определяют Фурье-образы компонент напряжений в рассеянных волнах на поверхности $y = 0$, $-\infty < x < \infty$. Коэффициенты A и B , введенные в (12)–(14), связаны с функциями Σ соотношениями (24)–(26), из которых, с учетом (15) и (16), после алгебраических преобразований найдем A и B , т.е. функции $F(\zeta, y)$, $H(\zeta, y)$, $X(\zeta, y)$:

$$F_{d1}(\zeta, y) = \frac{1}{(-k_S + K_l)^{\frac{1}{2}} (\zeta + K_l) R^-(\varrho)} \times \left\{ Q_{l1}(\alpha, \vartheta_0) \frac{\frac{1}{2} k_S^2 - (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2)}{\gamma_L^+} \mp i Q_{l2}(\alpha, \vartheta_0) \gamma_S^- \right\} e^{\mp \gamma_L y}, \quad (59)$$

$$H(\zeta, y) = \frac{1}{(-k_S + K_I)^{\frac{1}{2}} (\zeta + K_I) R^-(\varrho)} \times \left\{ \mp Q_{I1}(\alpha, \vartheta_0) \gamma_L^- + i \frac{Q_{I2}(\alpha, \vartheta_0)}{\zeta^2 + k_S^2 c_0^2} \frac{\frac{1}{2} k_S^2 - (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2)}{\gamma_S^+} \right\} e^{\mp \gamma_S y}, \quad (60)$$

$$X(\zeta, y) = \pm i \frac{1}{(-k_S + K_I)^{\frac{1}{2}} (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2)} \frac{Q_{I3}(\alpha, \vartheta_0)}{\gamma_S^+ (\zeta + K_I)} e^{\mp \gamma_S y}, \quad (61)$$

где верхний знак берется при $y \geq 0$, нижний – при $y \leq 0$.

Подставляя (59)–(61) в (21)–(23), найдем функции $U_{j1}(\zeta, y)$ в рассеянных продольных и поперечных волнах. Далее, выполняя обратное преобразование Фурье, получим функции $u_{j1}(x, y)$ и искомые компоненты смещений $u_{jLd}(x, y, z)$, $u_{jSd}(x, y, z)$ при падении каждой из волн типа \mathbf{u}_{L0} или \mathbf{u}_{S0} .

Формулы (60) и (61) имеют место при $\zeta^2 + k_S^2 c_0^2 \neq 0$. Однако, полагая $\zeta^2 + k_S^2 c_0^2 = 0$ в исходных выражениях (21)–(23) для U_{j1} , можно показать, что Фурье-образы смещений в рассеянных поперечных волнах задаются произведениями $(\zeta^2 + k_S^2 c_0^2)H(\zeta, y)$ и $(\zeta^2 + k_S^2 c_0^2)X(\zeta, y)$. При этом множитель $(\zeta^2 + k_S^2 c_0^2)$ в знаменателях в (60) и (61) не влияет на дальнейшие вычисления.

Остальные множители в (59)–(61), как и в [6] для нормального падения волн на ребро полуплоскости, при обращении преобразования Фурье приведут в квадратурах к описанию рассеянных на полуплоскости сигналов, зеркально отраженных от поверхностей и дифрагированных на ребре. При этом в дополнение к [6] учитывается условие (1), т.е. наклонное падение волны на ребро трещины.

КРАТКИЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные формулы можно использовать при инженерных расчетах. Однако, не выполняя детальные вычисления, уже из (59)–(61) можно сделать некоторые выводы.

Сначала отметим, что при падении волны перпендикулярно ребру, т.е. при $\theta_0 = 90^\circ$, результат совпадает с решением 2D-задачи, т.е. известный частный случай прямо следует из полученного общего решения.

Далее, пусть волна с углом ввода $\alpha < 90^\circ$, как в (1), падает вдоль плоскости трещины, т.е. $\theta_0 = 0$. С учетом (2) и (3) в правой графе табл. 1 приведены соответствующие значения Q_{lm} из (42). Тогда, если вдоль поверхности трещины падает поперечная волна $\chi_0(x, y, z) \neq 0$, $h_0, f_0 \equiv 0$, то, по

крайней мере при условии (6), из (59)–(61) получим

$$F(\zeta, y) = H(\zeta, y) = X(\zeta, y) = 0,$$

т.е. волна “скользит” вдоль трещины, не “замечая” ее.

Если вдоль поверхности трещины падает продольная волна $f_0(x, y, z) \neq 0$, $\chi_0, h_0 \equiv 0$, то с учетом (42) получим $X(\zeta, y) = 0$, и

$$F(\zeta, y) = \frac{2\mu i}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} (-k_S + K_I)^{\frac{1}{2}} \zeta + K_I} \frac{1}{\frac{1}{2} k_S^2 - k_L^2} \times \frac{\frac{1}{2} k_S^2 - (\zeta^2 + k_S^2 c_0^2)}{\gamma_L^+ R^-(\sqrt{2})} e^{\mp \gamma_L y},$$

$$H(\zeta, y) = \mp \frac{2\mu i}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} (-k_S + K_I)^{\frac{1}{2}} \zeta + K_I} \frac{1}{R^-(\varrho)} \frac{\gamma_L^-}{\frac{1}{2} k_S^2 - k_L^2} e^{\mp \gamma_S y}.$$

Выполняя обратные преобразования Фурье, аналогично [14] можно показать, что и в этом случае для рассеянных в объем продольных и поперечных волн, дифрагированных на ребре, $f_d = h_d = \chi_d = 0$, т.е. $\mathbf{u}_{Ld} = \mathbf{u}_{Sd} = 0$.

Таким образом, при вводе ультразвуковой волны по схеме рис. 1, которая обычно используется для наклонных пьезопреобразователей, дифрагированные на ребре объемные волны не возникают, и “идеальная” поперечная трещина не должна выявляться при $\theta_0 = 0$ продольной волной или поперечной – по крайней мере при условии (6). Действительно, согласно [9, 15], при озвучивании сварных швов по схеме рис. 1 изображения дефектов не регистрируются как сигналы от трещин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применительно к ультразвуковой дефектоскопии сварных швов можно сделать заключение о том, что для выявления вертикально ориентированной поперечной трещины с использованием сигнала, дифрагированного на ее верхнем ребре (дифракционно-временной метод контроля [15]), необходимо избегать озвучивания трещины вдоль ее поверхности, т.е. линия “источник-приемник” не должна лежать в плоскости трещины.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят д.ф.-м.н. А.В. Шанина, каф. акустики МГУ имени М.В. Ломоносова, за полезные советы и консультации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Maue A.W.* Die Beugung elastischer Wellen an der Halbebene // *Z. angew. Math. und Mech.* 1953. V. 33. P. 1–10.
2. *Achenbach J.D., Gantesen A.K.* Geometrical Theory of Diffraction for Three-D elastodynamics // *J. Acoust. Soc. Am.* 1977. V. 61. P. 413–421.
3. *Djakou A.K., Darmon M., Fradkin L., Potel C.* The Uniform Geometrical Theory of Diffraction for Elastodynamics: Plane wave scattering from a half-plane // *J. Acoust. Soc. Am.* November 2015. V. 138 (5). P. 3272–3281.
4. CIVA – Программные комплексы. Режим доступа: CIVA – Available version (extende.com). Дата обращения 30.09.2022.
5. *Achenbach J.D.* Wave Propagation in Elastic Solids. – North-Holland Publishing Company: Amsterdam London, American Elsevier Publishing Company: N.Y., 1973. P. 426.
6. *Miklowitz J.* The theory of elastic waves and waveguides. – North-Holland Publishing Company, Amsterdam; N.Y.; Oxford, 1978. 618 p.
7. *Поручиков В.Б.* Методы динамической теории упругости. М.: Наука, 1986. 328 с.
8. *De Hoop A.T.* A modification of Cagniard’s method for solving seismic pulse problems // *Appl. Sci. Res. Sect.* 1960. V. B8. N 4. P. 349–356.
9. *Алешин Н.П., Могильнер Л.Ю., Щипаков Н.А., Кусый А.Г., Тишкин В.В., Дегтярев М.Н.* Об использовании пазов для моделирования трещин при ультразвуковой дефектоскопии // *Дефектоскопия.* 2022. № 2. С. 3–12.
10. *Алешин Н.П., Крысько Н.В., Щипаков Н.А., Могильнер Л.Ю.* Оптимизация параметров механизированного ультразвукового контроля протяженных сварных швов // *Наука и технология трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов.* 2020. Т. 10. № 6. С. 352–363.
11. *Исраилов М.Ш.* Точные решения трехмерных задач дифракции плоских упругих волн на клине // *ДАН СССР.* 1979. Т. 247. № 4. С. 815–818.
12. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 412 с.
13. *Алешин Н.П., Кириллов А.А., Могильнер Л.Ю., Савелова Е.П.* Общее решение задачи рассеяния упругих волн на плоской трещине // *Доклады РАН. Физика, технические науки.* 2021. Т. 499. С. 58–65.
14. *Нобл Б.* Применение метода Винера–Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: Изд-во иностранной лит-ры. 1962. 279 с.
15. *Гинзел Э.* TOFD. Дифракционно-временной метод ультразвуковой дефектоскопии. М.: ДПК Пресс, 2021. 312 с.

ELASTIC-WAVE SCATTERING BY A PLANE CRACK: FLAW DETECTION APPLICATION

Academician of the RAS **N. P. Aleshin**^a and **L. Yu. Mogilner**^b

^a *Research and Training Center “Welding and Monitoring” under Bauman State Technical University, Moscow, Russia*

^b *Pipeline Transport Institute, Moscow, Russia*

The 3D problem of elastic wave scattering by a crack in the form of a half-plane in an elastic medium is considered. It is noted that the previously published solutions do not fully cover the issues relevant to ultrasonic flaw detection, for example, to detect transverse cracks in welds. The proposed solution is made by the Wiener–Hopf technique. It is shown that scattered longitudinal and transverse waves can be generally written in the closed form. Some features of the identification of the tip of transverse cracks are noted, including scattering features during sonication of cracks along their surface and the influence of critical angles.

Keywords: ultrasonic flaw detection, crack, half-plane, edge scattering, 3D problem