

УДК 530.145

КВАНТОВЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

© 2023 г. Академик РАН В. П. Незнамов^{1,*},
И. И. Сафронов^{1,**}, В. Е. Шемарулин^{1,***}

Поступило 12.02.2023 г.
После доработки 12.02.2023 г.
Принято к публикации 04.05.2023 г.

В расширяющейся Вселенной рассмотрена эволюция квантовых черных дыр с модифицированными геометриями Шварцшильда и Райсснера–Нордстрёма. Все квантовые черные дыры в определенные моменты космологического времени теряют горизонты событий и превращаются в гравитирующие объекты с массами M .

Ключевые слова: классические и квантовые черные дыры, расширяющаяся Вселенная, метрики Шварцшильда и Райсснера–Нордстрёма, метрика Фридмана–Робертсона–Уокера

DOI: 10.31857/S2686740023040090, **EDN:** VMISTW

В статьях [1, 2] представлено феноменологическое описание квантовых черных дыр для модифицированных геометрий Шварцшильда (S) и Райсснера–Нордстрёма (RN). Квантовые черные дыры описываются когерентными состояниями гравитонов с предельным импульсом (cut-off) $k_{UV} \sim 1/R_S$. Это приводит к модификации рассматриваемых метрик. Для модифицированной геометрии Шварцшильда радиус $R_S \leq 0.6R_H$, где R_H – радиус горизонта событий классической метрики S. Для модифицированной метрики RN $R_S \leq (r_q)_+$, где $(r_q)_+$ – радиус внешнего горизонта событий квантовой метрики RN. В результате для квантовых черных дыр центральные сингулярности становятся интегрируемыми с конечными приливными силами. Классические черные дыры не изменяют своих параметров в расширяющейся Вселенной, в то время как квантовые черные дыры из-за наличия предельного импульса гравитонов не следуют этому правилу. В отличие от классических черных дыр наличие cut-off в квантовых черных дырах дает рост квантовым волосам.

В разделе 1 мы обсудим космологическую эволюцию квантовых черных дыр, используя для

расширяющейся Вселенной метрику Фридмана–Робертсона–Уокера.

В работе, как правило, используются система единиц $\hbar = c = 1$ и метрика плоского пространства-времени

$$\eta_{\alpha\beta} = \text{diag}\{1, -1, -1, -1\}.$$

1. ЭВОЛЮЦИЯ КВАНТОВЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

В стандартной космологической модели Λ CDM расширение Вселенной описывается пространственно-плоской метрикой Фридмана–Робертсона–Уокера

$$ds^2 = c^2 dt^2 - b^2(t)[dx^2 + dy^2 + dz^2]. \quad (1)$$

Масштабный фактор $b(t) > 0$ растет со временем. Линейные размеры в сопутствующей космологической системе отсчета растут со временем и равны

$$\mathbf{r}_{phys} = b(t)\mathbf{r}. \quad (2)$$

Физические импульсы частиц уменьшаются со временем

$$\mathbf{p}_{phys} = \mathbf{p}/b(t). \quad (3)$$

В работах [3, 4] с учетом (2), (3) строго обосновано, что системы атомных уровней не меняются с космологическим временем.

Скорости свободных массивных частиц в сопутствующей системе отсчета убывают в расширяющейся Вселенной; частицы со временем по-

¹ Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров, Нижегородская обл., Россия

*E-mail: vpneznamov@vniief.ru, vpneznamov@mail.ru

**E-mail: IISafronov@vniief.ru

***E-mail: VEShemarulin@vniief.ru

степенно “вмораживаются”. Первоначально релятивистские частицы с массой m при больших космологических временах становятся нерелятивистскими [5].

Для нас важно, что импульсы безмассовых фотонов и гравитонов также уменьшаются со временем: для фотонов в расширяющейся Вселенной это приводит к хорошо известному эффекту красного смещения¹.

Классические черные дыры S и RN описываются следующими метриками.

Метрика S:

$$ds^2 = f_S dt^2 - \frac{dr^2}{f_S} - r^2 [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2], \quad (4)$$

где

$$f_S = 1 - \frac{2GM}{r}. \quad (5)$$

Равенство $f_S = 0$ определяет горизонт событий

$$R_H = 2GM. \quad (6)$$

Метрика RN:

$$ds^2 = f_{RN} dt^2 - \frac{dr^2}{f_{RN}} - r^2 [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2], \quad (7)$$

где

$$f_{RN} = 1 - \frac{2GM}{r} + \frac{GQ^2}{r^2}. \quad (8)$$

Равенство $f_{RN} = 0$ определяет радиусы внешнего и внутреннего горизонтов событий:

$$R_{\pm} = GM \pm \sqrt{G^2 M^2 - GQ^2}. \quad (9)$$

В (5), (8) G – гравитационная постоянная; M , Q – масса и заряд черной дыры.

Для метрики RN:

1. Если $GM^2 > Q^2$, то

$$f_{RN} = \left(1 - \frac{R_+}{r}\right) \left(1 - \frac{R_-}{r}\right). \quad (10)$$

2. Случай $GM^2 = Q^2$ соответствует экстремальной метрике с единственным горизонтом событий

$$R_{\pm} = GM. \quad (11)$$

3. Случай $GM^2 < Q^2$ соответствует голой сингулярности без горизонтов событий. В этом случае $f_{RN} > 0$.

¹ Если фотон был испущен в прошлом в момент времени t_i с длиной волны λ_i , то в настоящее время t_0 он будет наблюдаться с длиной волны $\lambda_0 = \lambda_i b(t_0)/b(t_i)$.

Классические черные дыры Шварцшильда и Райсснера–Нордстрёма, определяемые формулами (4)–(11), не изменяют своих характеристик в расширяющейся Вселенной. Горизонты событий и центральная сингулярность остаются одинаковыми в любой момент космологического времени. В квазистационарном приближении для любого момента t_0 параметр $b(t_0)$ является константой и с помощью координатного преобразования всегда можно возвратиться к формулам (4)–(11).

Иная физическая картина складывается для квантовых черных дыр с предельными импульсами гравитонов k_{UV} .

1.1. Квантовая метрика Шварцшильда

В [1] модифицированная метрика S имеет вид

$$ds^2 = f_{SQ} dt^2 - \frac{dr^2}{f_{SQ}} - r^2 [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2], \quad (12)$$

где

$$f_{SQ} = 1 - \frac{R_H}{r} \frac{2}{\pi} \text{Si} \left(\frac{r}{R_S} \right). \quad (13)$$

Здесь через Si обозначен интегральный синус:

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt.$$

Равенство $f_{SQ} = 0$ определяет горизонт событий

$$\frac{r_H}{R_H} = \frac{2}{\pi} \text{Si} \left(\frac{r_H}{R_H} \frac{1}{R_S/R_H} \right). \quad (14)$$

В результате мы имеем функциональную зависимость

$$\frac{r_H}{R_H} = f \left(\frac{R_S}{R_H} \right). \quad (15)$$

Зависимость (15) определена в [1] и приведена на рис. 1.

Квантовая метрика (12) отличается от классической метрики (4) наличием предельного импульса гравитонов $k_{UV} \sim 1/R_S$.

В расширяющейся Вселенной предельный импульс гравитонов в соответствии с (3) уменьшается с космологическим временем. Тогда

$$R_S(t) = b(t) R_S(t_0), \quad (16)$$

где t_0 – момент образования черной дыры.

Из решения (15) для каждого момента космологического времени будет существовать свой горизонт событий $r_H(t)$.

Пусть $R_S(t_0) = 0.01 R_H$. Из рис. 1 следует, $r_H(t_0) \approx R_H$.

Далее, в соответствии с (16), $R_S(t)$ возрастает и при $t = t_1$ достигает $R_S \approx 0.6R_H$. В этом случае $r_H = R_S$, т.е. горизонт событий исчезает. Его заменяет источник гравитационной массы M . Черная дыра при $t = t_1$ исчезает. Исчезновение черной дыры неминуемо происходит в какой-то момент космологического времени для любого момента времени образования квантовой черной дыры с $R_S < 0.6R_H$ (см. рис. 1).

1.2. Квантовая метрика Райсснера–Нордстрёма

В [2] модифицированная метрика RN имеет вид

$$ds^2 = f_{RNq} dt^2 - \frac{dr^2}{f_{RNq}} - r^2 [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2], \quad (17)$$

где

$$f_{RNq} = 1 - \frac{R_H}{r} \frac{2}{\pi} \text{Si} \left(\frac{r}{R_S} \right) + \frac{R_Q^2}{r^2} \left(1 - \cos \left(\frac{r}{R_S} \right) \right). \quad (18)$$

В (18) $R_H = 2GM$; $R_Q^2 = GQ^2$.

Равенство $f_{RNq} = 0$ определяет возможные горизонты событий r_q :

$$1 - \frac{R_H}{r_q} \frac{2}{\pi} \text{Si} \left(\frac{r_q}{R_H} \frac{1}{R_S/R_H} \right) + \beta \frac{R_H^2}{4r_q^2} \left(1 - \cos \left(\frac{r_q}{R_H} \frac{1}{R_S/R_H} \right) \right) = 0. \quad (19)$$

Здесь $R_Q^2 = \beta \frac{R_H^2}{4}$; $\beta = 0$ – метрика S; $0 < \beta < 1$ – метрика RN с горизонтами событий; $\beta = 1$ – аналог экстремальной метрики RN; $\beta > 1$ – параметрический аналог “голой” сингулярности RN.²

Решение уравнения (19) можно выразить в виде

$$\frac{r_q}{R_H} = \varphi \left(\frac{R_S}{R_H}, \beta \right). \quad (20)$$

На рис. 2 приведены зависимости (20) для значений $\beta = 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$, определенные с помощью пакета программ “Maple”.

Из рисунков видно, что при малых значениях R_S/R_H существует несколько горизонтов событий. С увеличением R_S количество горизонтов уменьшается вплоть до одного (r_q)₊. Дальнейшее

² Для квантовой черной дыры RN понятие “голой” сингулярности отсутствует. В этом случае в центре системы присутствует квантовое ядро с возможными горизонтами событий (см. рис. 3).

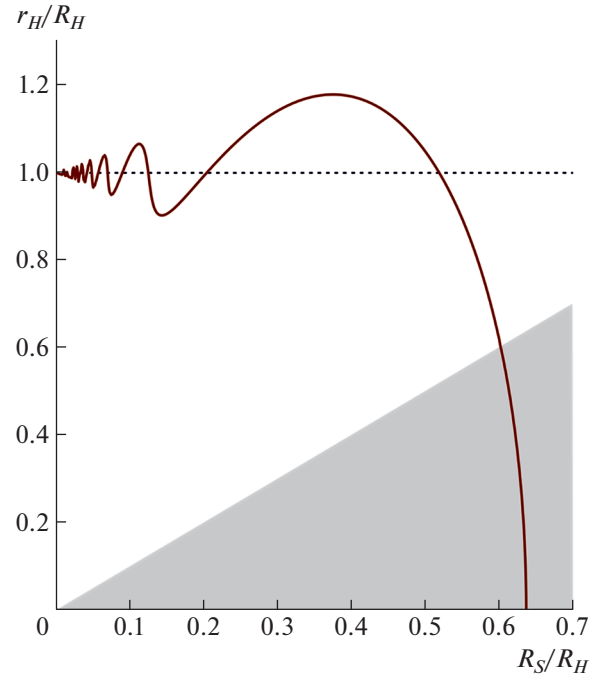


Рис. 1. Радиусы r_H квантовых горизонтов событий для различных значений R_S .

увеличение R_S приводит к исчезновению всех горизонтов событий.

В отличие от классической экстремальной черной дыры RN с единственным горизонтом событий $R_+ = R_H$ для квантовой черной дыры RN с $\beta = 1$ качественно воспроизводится картина, описанная для значений $0 < \beta < 1$. В этом случае исчезновение горизонтов событий происходит при достаточно малых значениях $R_S/R_H \approx 0.15$ (см. рис. 2г).

Затененные участки на рис. 1, 2 соответствуют параметрам $r_H, r_q < R_S$. Такие параметры не могут являться параметрами черных дыр.

Для классических черных дыр RN случай $\beta > 1$ соответствует “голой” сингулярности RN. Для квантовых черных дыр RN при $\beta > 1$ и $R_S/R_H < 0.145$ существует несколько горизонтов событий (см. рис. 3). При увеличении R_S горизонты событий исчезают.

Таким образом, во всех рассмотренных случаях квантовые черные дыры RN в расширяющейся Вселенной исчезают в определенные моменты космологического времени.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Квантовые черные дыры Шварцшильда [1] и Райсснера–Нордстрёма [2] описываются когерентными состояниями гравитонов с предельны-

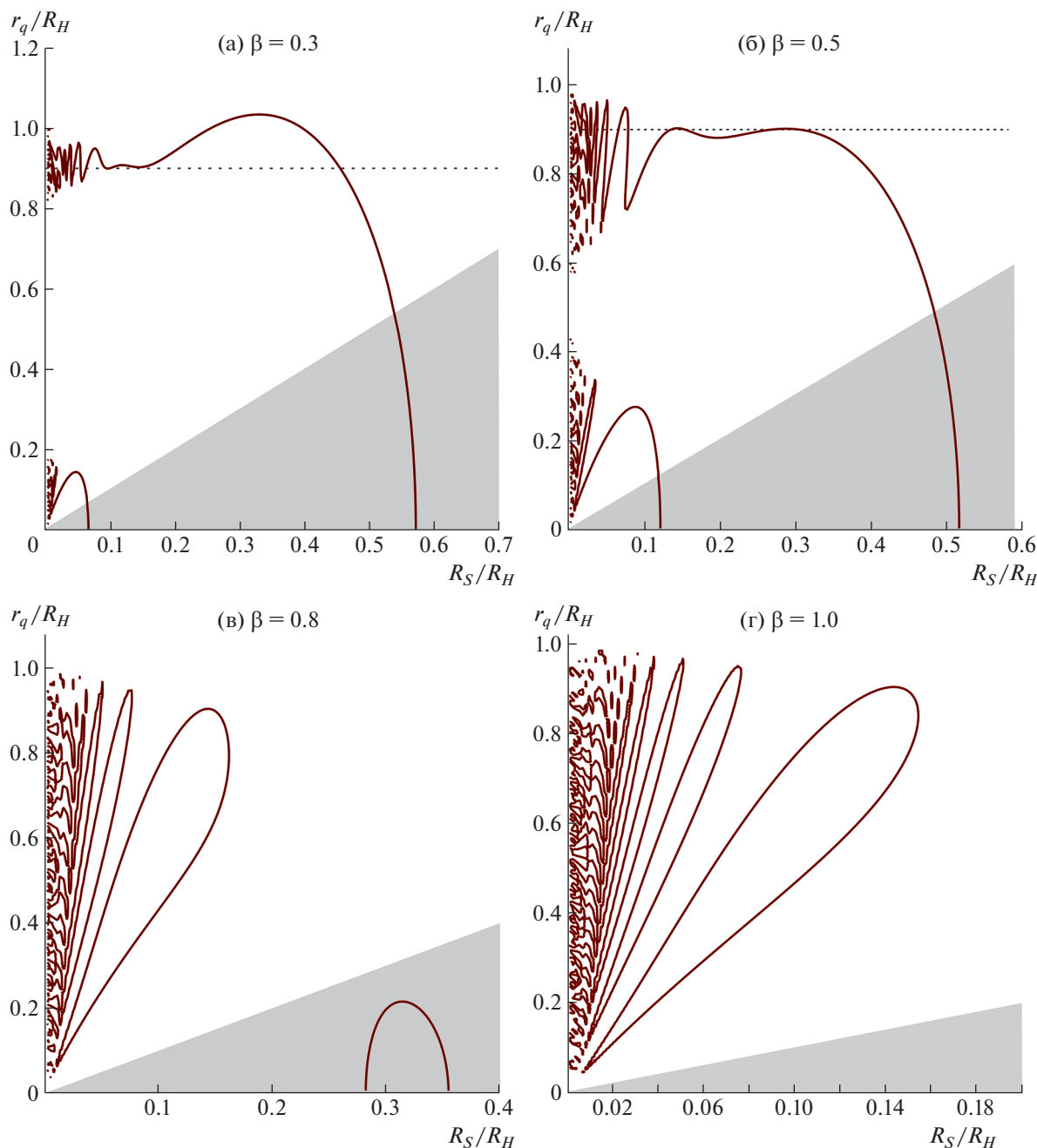


Рис. 2. Радиусы r_q квантовых горизонтов событий для различных значений R_S и $\beta \leq 1$.

ми импульсами $k_{UV} \sim 1/R_S$. В расширяющейся Вселенной импульсы безмассовых фотонов и гравитонов уменьшаются со временем, что для фотонов приводит к хорошо известному эффекту красного смещения. Предельный импульс k_{UV} также уменьшается с космологическим временем. В результате квантовые черные дыры [1, 2] в определенные моменты времени теряют горизонты событий и превращаются в гравитирующие объекты с массами M . Лишь к таким объектам без

горизонтов событий можно применять классические утверждения от том, что локальные силы (включая гравитацию) будут всегда преодолевать космологическое расширение.

Из-за наличия предельного импульса гравитонов квантовые черные дыры имеют волосы. Эффект исчезновения черных дыр в расширяющейся Вселенной сохранится также в будущей более совершенной квантовой теории гравитации, поскольку он связан с заменой точечной массы M в

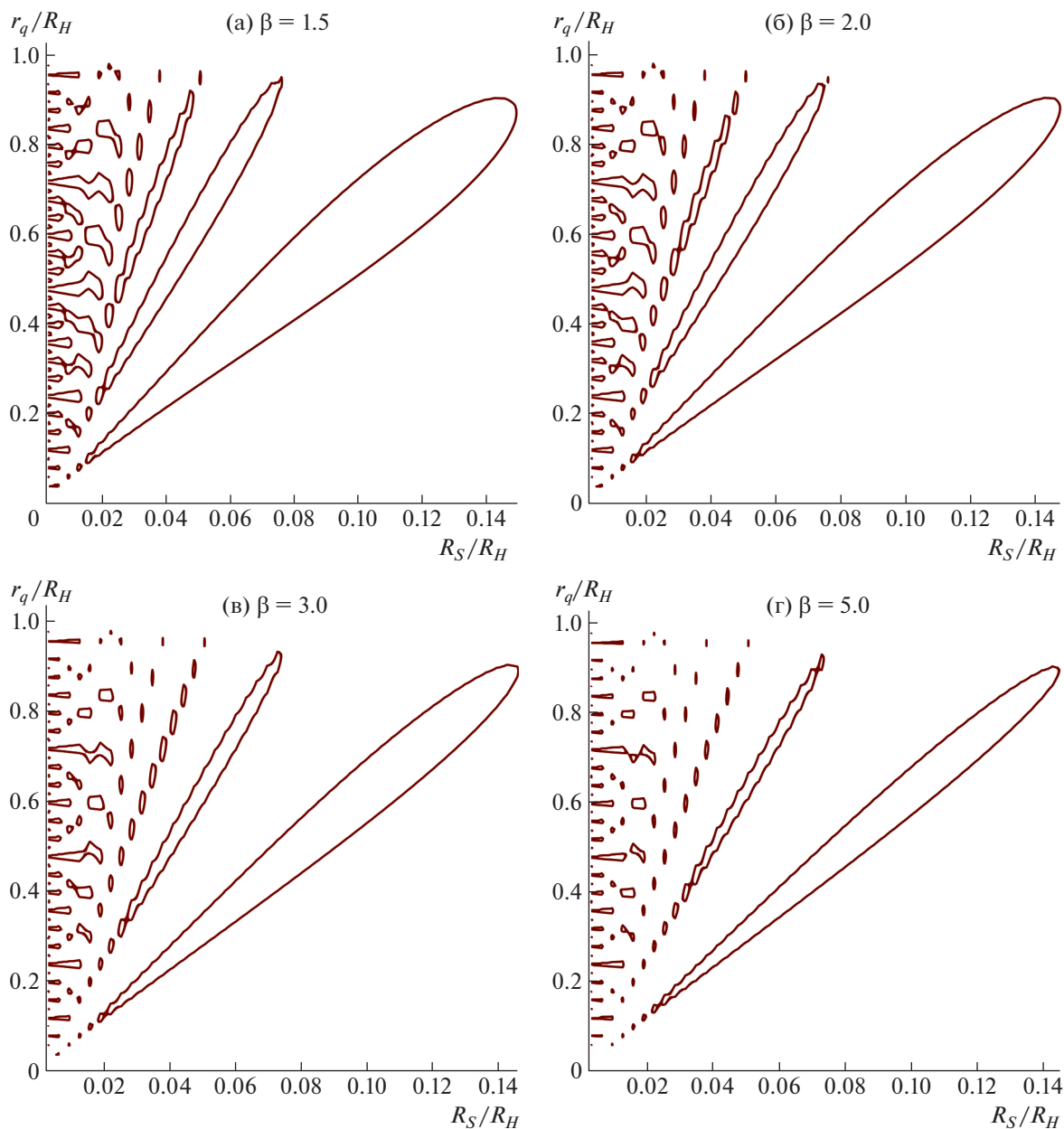


Рис. 3. Радиусы r_q квантовых горизонтов событий для различных значений R_S и $\beta > 1$.

классических черных дырах на квантовое ядро в квантовых черных дырах.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят А.Л. Новоселову за существенную техническую помощь в подготовке статьи.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, проект “Физика частиц и космология”.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Casadio R. // Int. J. Mod. Phys. D. 2022. V. 31. P. 2250128; arxiv: 2103.00183v4 (gr-qc).
2. Casadio R., Giusti A. and Ovalle J. // Phys. Rev. D. 2022. V. 105. P. 124026; arxiv: 2203.03252v2 (gr-qc).
3. Audretsh J., Schaefer G. // Gen. Rel. Grav. 1978. V. 9. P. 243. V. 9. P. 489.

4. Горбатенко М.В., Незнамов В.П. // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2011. Вып. 1–2. С. 55; arxiv: 1105.4709 (gr-qc, hep-th).
5. Горбунов Д.С., Рубаков В.А. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва. М.: Изд-во ЛКИ, 2008.

QUANTUM BLACK HOLES IN THE EXPANDING UNIVERSE

Academician of the RAS V. P. Neznamov^a, I. I. Safronov^a, and V. E. Shemarulin^a

^a Russian Federal Nuclear Center – All-Russia Research Institute of Experimental Physics,
Sarov, Nizhniy Novgorod Region, Russia

In the expanding Universe, the evolution of quantum black holes with the modified Schwarzschild and Reissner–Nordström geometries is considered. All quantum black holes at definite moments of the cosmological time lose event horizons and are transformed to gravitating objects with masses M .

Keywords: classical and quantum black holes, expanding Universe, Schwarzschild and Reissner–Nordström metrics, Friedmann–Robertson–Walker metric