

УДК 621.391.01

## ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫЙ ПРИЕМ СИГНАЛОВ С ОРТОГОНАЛЬНЫМ ЧАСТОТНЫМ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕМ И ОБРАБОТКОЙ ВЕСОВЫМИ ФУНКЦИЯМИ КРАВЧЕНКО

© 2020 г. В. Ф. Кравченко<sup>1,3,\*</sup>, Л. Е. Назаров<sup>2,\*\*</sup>, академик РАН В. И. Пустовойт<sup>3</sup>

Поступило 31.08.2020 г.

После доработки 31.08.2020 г.

Принято к публикации 27.09.2020 г.

Приведено описание сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов и помехоустойчивых кодов, устойчивых к влиянию сосредоточенных по спектру помех. Дано описание алгоритма приема этих сигнальных конструкций с использованием весовых функций. Показано, что ряд весовых функций Кравченко на основе атомарных функций относится к практически оптимальным окнам по критерию минимальной вероятности ошибочного приема.

*Ключевые слова:* OFDM-сигналы, сосредоточенные по спектру помехи, весовые функции Кравченко, атомарные функции

DOI: 10.31857/S2686954320060090

В цифровой обработке сигналов широко применяются весовые функции, с их использованием решается ряд проблем, включая помехоустойчивую передачу информации по каналам с сосредоточенными по спектру помехами (ССП) [1]. Поиск решений этой задачи составляет самостоятельное направление в теории связи, в рамках которой создаются алгоритмы приема сигналов [2, 3]. Здесь впервые развивается это направление для сигналов с ортогональным частотным мультиплексированием (OFDM-сигналы (orthogonal frequency division multiplexing)), интенсивно используемых в приложениях [2, 3].

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

OFDM-сигналы представляют сумму  $N$  парциальных гармонических сигналов, ортогональных на тактовом интервале длительностью  $T$  [2, 3]

<sup>1</sup> Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>2</sup> Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники Российской академии наук, Фрязино, Московская обл., Россия

<sup>3</sup> Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук, Москва, Россия

\*E-mail: kvf-ok@mail.ru

\*\*E-mail: nazarov@ire.rssi.ru

$$\dot{s}(t) = \sum_{m=0}^{N-1} \dot{\alpha}_m \exp\left(\frac{j \cdot 2\pi m t}{T}\right), \quad (1)$$

символы  $\dot{\alpha}_0, \dot{\alpha}_1, \dots, \dot{\alpha}_{N-1}$  задаются информационными битами и сигнальными “созвездиями”.

ССП подобны парциальным сигналам в (1), что обуславливает их эффективность снижения помехоустойчивости по сравнению с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) [3, 4]. Количественной мерой помехоустойчивости является вероятность ошибки на бит  $P_b$  [2]. Методы снижения влияния SSP основаны на их компенсации и на увеличении базы сигналов  $B$  [3]. При формировании OFDM-сигналов с увеличением базы информационных символов  $\vec{\alpha}$  объемом  $K$  битов поступают на вход кодера помехоустойчивого кода. Каждый символ  $\dot{\alpha}_{n,i}$  с выхода кодера и перемежения отображается в последовательность  $(\dot{\alpha}_{n,i} p_0(i), \dots, \dot{\alpha}_{n,i} p_{l-1}(i))$  длительностью  $l$  [4], которая поступает на вход модулятора, формирующего  $L = Kl/RN$  OFDM-сигналов (1). Здесь  $R$  – кодовая скорость кода,  $p_j(i) = \pm 1$  – удлиняющая последовательность. Для фиксированной частотной полосы последовательность  $p_j(i)$  увеличивает базу OFDM-сигналов в  $l$  раз [4, 5].

Алгоритм обработки входной реализации  $\vec{z}$  при приеме включает следующие этапы [4, 5]: умножение  $\vec{z}$  на весовую функцию  $w(k)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ; вычисление спектра  $\dot{S}_j(k)$  взвешенной реализа-

ции ( $j = 1, 2, \dots, l$ ); компенсацию ССП; демодуляцию OFDM-сигналов и дегерметизацию, помехоустойчивое декодирование. На вход модуля компенсации ССП поступают отсчеты  $\dot{S}'_j(k) = \frac{\dot{S}_j(k)}{\sum_{i=0}^{N-1} |\dot{S}_j(i)|}$

$$(j = 1, 2, \dots, l), \text{ где осуществляется ограничение}$$

$$\text{Re}(\dot{S}'_j(k)) = \begin{cases} \text{Re}(\dot{S}'_j(k)), & \text{если } |(\dot{S}'_j(k))| < P, \\ \text{sign}(\text{Re}(\dot{S}'_j(k))) \cdot P, & \text{если } |(\dot{S}'_j(k))| \geq P, \end{cases} \quad (2)$$

$P$  – порог,  $\text{sign}(x)$  – знак  $x$ . Операция (2) выполняется и для  $\text{Im}(\dot{S}'_j(k))$ . При демодуляции вычисляются решения  $\dot{y}_i = \sum_{j=1}^l \dot{S}'_j(i) p_j(i)$  для символов кода.

Существует оптимальное значение порога  $P_{\text{опт}}$ , определяющее минимум  $P_6$  для алгоритма приема OFDM-сигналов при наличии ССП. Действительно, вероятность  $P_6$  при применении нелинейной обработки (2) определяется действием двух факторов. Во-первых, при уменьшении порога  $P$  ограничение приводит к увеличению  $P_6$  по отношению к линейной обработке [2]. Во-вторых, при увеличении порога  $P$  с целью уменьшения влияния ограничения усиливается действие ССП. В этом случае ССП в частотной области подобны импульсным помехам во временной области. Алгоритмы приема при наличии импульсных помех основаны на безинерционной нелинейной обработке входных реализаций, эквивалентной огра-

ничению с учетом плотности распределения амплитуд отсчетов (в общем случае негауссовской) [6]. Таким образом, должен существовать порог  $P_{\text{опт}}$ , определяющий минимизацию совместного влияния ограничения и ССП.

Эффективность снижения влияния ССП определяется приведенной процедурой обработки  $\bar{z}$ . Важным является тип нелинейного преобразования, дополняющий соотношение (2), например, обнуление спектральных компонент, превышающих порог  $P$ , а также вид удлиняющей последовательности и выбор оптимальной весовой функции.

Оптимальность весовой функции при решении рассматриваемой задачи определяется обеспечением минимальных боковых лепестков в частотной области; достижением минимума энергии функций за пределами задаваемой полосы; минимизацией энергетических потерь по отношению к согласованной фильтрации; достижением максимальной ортогональности парциальных сигналов (1) с весовой обработкой, обеспечивающей минимум мощности возникающих межканальных помех (МКП) [5].

Известен ограниченный ряд функций со свойствами, близкими к оптимальным, например, функция Кайзера

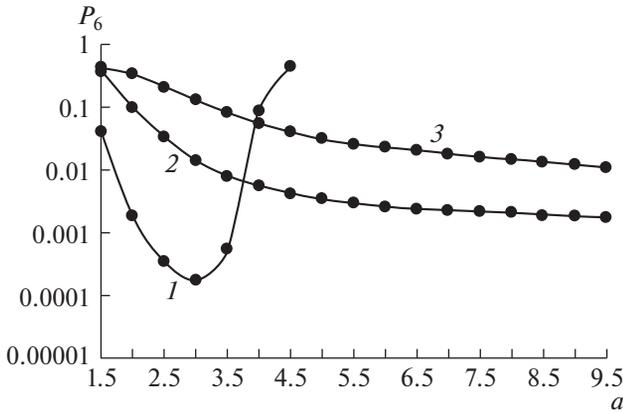
$$w(k) = \frac{I_0(\beta \sqrt{1 - (2k/N - 1)^2})}{I_0(\beta)}, \quad 0 \leq k < N \quad [1],$$

$\beta$  – параметр,  $I_0(x)$  – функция Бесселя первого рода 0-го порядка, оптимальное значение  $\beta = 6$

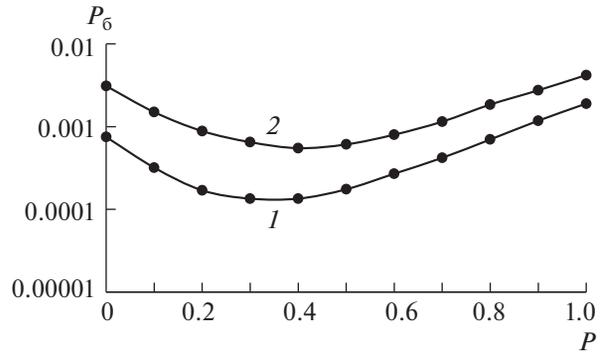
**Таблица 1.** Характеристики весовых функций

Функция Кравченко $a$	$n$	$K$ , дБ	$W$ , дБ	$W_{\text{МКП}}$ , дБ	$\Delta E$ , дБ
3.0	1	-38.90	-42.1	5.0	-3.50
	2	-80.4	-76.9	3.1	-8.45
	3	-51.3	-50.6	1.9	-10.20
7.0	1	-16.9	-0.8	-9.8	-0.85
	2	-27.0	-29.5	5.1	-6.95
	3	-43.3	-41.1	3.1	-8.35
15.0	1	-5.8	-0.2	-6.2	-0.60
	2	-28.0	-34.5	5.7	-6.20
	3	-37.50	-38.2	8.3	-9.50
Функция Кайзера, $\beta = 6$		-58.70	-47.9	6.3	-6.50

*Примечание:*  $K$  – максимальное значение бокового лепестка относительно главного лепестка;  $W$  – энергия функции вне полосы по уровню -3 дБ;  $W_{\text{МКП}}$  – оценка сигнал/помеха за счет МКП;  $\Delta E$  – энергетические потери при использовании весовой функции по отношению к согласованной фильтрации.



**Рис. 1.** Зависимости  $P_6$  от параметра  $a$  при приеме OFDM-сигналов с использованием функций Кравченко, значение  $l = 2$ : кривая 1 – параметр  $n = 1$ ; кривая 2 – параметр  $n = 2$ ; кривая 3 – параметр  $n = 3$ .



**Рис. 2.** Зависимости  $P_6$  от порога  $P$  при приеме OFDM-сигналов с использованием весовых функций,  $l = 2$ : кривая 1 – функция Кравченко ( $n = 1, a = 3$ ); кривая 2 – функция Кайзера ( $\beta = 6$ ).

[4]. Альтернативу составляет класс функций Кравченко на основе атомарных функций [7].

Атомарные функции  $ch_{a,n}(t)$  с параметрами  $a, n$  определяются как финитные решения дифференциального уравнения [7]

$$y^{(n)}(t) = a^{n+1} \cdot 2^{-n} \sum_{k=0}^n C_n^k y(at + n - 2k). \quad (3)$$

Решение (3)

$$ch_{a,n}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(jft) \left( \prod_{k=1}^n \frac{\sin(fa^{-k})}{(fa^{-k})} \right)^n df.$$

Коэффициенты  $w(k)$  функций Кравченко имеют вид

$$w(k) = \frac{ch_{a,n}(sk)}{ch_{a,n}(0)}, \quad s = \frac{a-1}{n}.$$

В табл. 1 приведены характеристики для ряда весовых функций. Анализ табл. 1 показывает существование функций Кравченко (параметры  $n = 1, n = 2$ ) со свойствами, близкими к оптимальным.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Исследование вероятностных характеристик при приеме выполнено путем моделирования для OFDM-сигналов и помехоустойчивого сверточного кода с кодовой скоростью  $R = 1/2$ , рекомендованного для спутниковых систем связи. Снижение влияния ССП показано моделированием алгоритма приема при наличии АБГШ и до 5 ССП с вариацией их количества и произвольного размещения в полосе OFDM-сигналов,  $N = 1024$ , сигнальное “созвездие” – двухфазовая манипуляция,  $P_c/P_{\text{спп}} = -20$  дБ ( $P_c, P_{\text{спп}}$  – мощности OFDM-сиг-

налов и ССП). Экспериментальные исследования показывают адекватность этой модели для ряда спутниковых информационных систем [4].

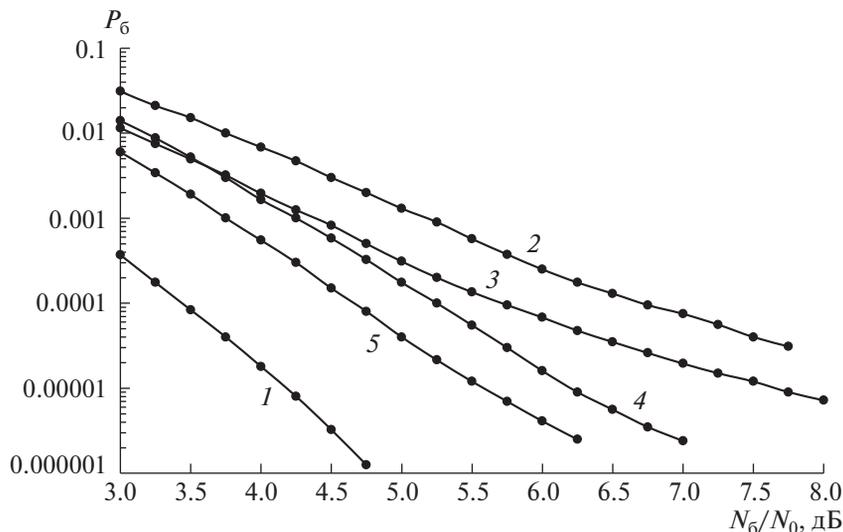
На рис. 1 приведены зависимости вероятности  $P_6$  для  $P_{\text{опт}}$  от параметра  $a$  для OFDM-сигналов ( $l = 2$ ) с использованием функций Кравченко с параметрами  $n = 1$  (кривая 1),  $n = 2$  (кривая 2),  $n = 3$  (кривая 3) при наличии АБГШ и ССП,  $E_6/N_0 = 5.5$  дБ, где  $N_0$  – спектральная плотность АБГШ,  $E_6$  – энергия сигналов на бит. Видно, что минимум  $P_6$  достигается для  $n = 1, a = 3$ .

На рис. 2 приведены вероятностные кривые для OFDM-сигналов ( $l = 2$ ) – даны зависимости  $P_6$  от порога  $P$  для функций Кравченко с параметрами  $n = 1, a = 3$  (кривая 1) и функции Кайзера (кривая 2). Согласно приведенной теореме, существуют пороги  $P_{\text{опт}}$ , определяющие минимум  $P_6$ . В табл. 2 даны значения  $P_{\text{опт}}$ .

На рис. 3 приведены вероятностные кривые, варьируемым параметром является  $E_6/N_0$ . Кривая 1 соответствует лишь АБГШ – вероятность  $P_6 = 10^{-4}$  обеспечивается при  $E_6/N_0 = 3.5$  дБ. Кривые 2, 3 соответствуют наличию АБГШ и ССП и использованию функции Кайзера ( $\beta = 6$ ) и функции Кравченко с параметрами  $n = 1, a = 3.0$  для  $l = 2$ . Видно, что более эффективной является весовая функция Кравченко – энергетические потери по отношению к кривой 1 не превышают

**Таблица 2.** Оптимальные значения порогов  $P_{\text{опт}}$  для весовых функций

Функция	$l = 2$	$l = 4$
Функция Кравченко ( $a = 9.5, n = 2$ )	0.40	0.90
Функция Кравченко ( $a = 3.0, n = 1$ )	0.35	0.50
Функция Кайзера ( $\beta = 6$ )	0.40	0.80



**Рис. 3.** Вероятностные кривые для OFDM-сигналов и помехоустойчивого сверточного кода при наличии АБГШ и ССП: кривая 1 – наличие АБГШ; кривая 2 – функция Кайзера ( $\beta = 6$ ),  $l = 2$ ; кривая 3 – функция Кравченко ( $n = 1$ ,  $a = 3.0$ ),  $l = 2$ ; кривая 4 – функция Кайзера ( $\beta = 6$ ),  $l = 4$ ; кривая 5 – функция Кравченко ( $n = 1$ ,  $a = 3.0$ ),  $l = 4$ .

2.25 дБ. Для весовой функции Кайзера потери по отношению к кривой 1 достигают 3.25 дБ.

При увеличении параметра  $l$  подавление ССП увеличивается. Кривые 4, 5 соответствуют  $l = 4$  для рассмотренных весовых функций. Видно, что при использовании функции Кравченко с параметрами  $n = 1$ ,  $a = 3.0$  энергетические потери по отношению к кривой 1 достигают 1.25 дБ. Функция Кайзера характеризуется меньшей эффективностью – энергетические потери достигают 2.25 дБ.

## ВЫВОДЫ

Таким образом, приведены описания сигнальных конструкций с увеличенной базой на основе OFDM-сигналов, устойчивых к искажающему влиянию сосредоточенных по спектру помех, а также описание разработанного алгоритма помехоустойчивого приема этих сигнальных конструкций с весовой обработкой. Даны критерии оптимальности весовых функций, задающих максимальную помехоустойчивость передачи информации, и показано, что ряд функций Кравченко практически удовлетворяют сформулированным критериям оптимальности. Исследование вероятностных характеристик выполнено путем моделирования разработанного алгоритма приема для рассматриваемых сигнальных конструкций и показана возможность надежной передачи информации при наличии канальных сосредоточенных помех с отношением помеха/сигнал  $P_c/P_{\text{ссп}}$  до  $-20$  дБ ( $P_c, P_{\text{ссп}}$  – мощности OFDM-сигналов и ССП). Экспериментальные исследования показывают адекватность используемой модели канала для ряда спутниковых информационных систем, что определяет практическую значимость полученных результатов.

Результаты работы были доложены на пленарном заседании 12-й Международной конференции “Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации” [8].

## ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Оппенгейм А., Шафер Р.* Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2006.
2. *Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шлома А.М. и др.* Технология OFDM. М.: Горячая линия-Телеком, 2016.
3. *Schulze H., Luders C.* Theory and Application of OFDM and CDMA. Wideband Wireless Communications. John Wiley & Sons Ltd. England, 2005.
4. *Назаров Л.Е., Зудилин А.С.* // Физ. основы приборостроения. 2018. Т. 7. № 3 (29). С. 26–36.
5. *Кравченко В.Ф., Назаров Л.Е., Пустовойт В.И.* // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 10. С. 976–983.
6. *Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А.* Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984.
7. *Кравченко В.Ф., Кравченко О.В.* Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники. М.: Техносфера, 2018.
8. *Назаров Л.Е., Кравченко В.Ф., Пустовойт В.И.* / Сб. докл. 12 Международной конференции “Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации”, 13–16 октября 2019. Москва. С. 8–11.

## NOISE-IMMUNE COMMUNICATION WITH ORTHOGONAL FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING USING KRAVCHENKO WEIGHT FUNCTION PROCESSING

**V. F. Kravchenko<sup>a,c</sup>, L. E. Nazarov<sup>b</sup>, and Academician of the RAS V. I. Pustovoi<sup>c</sup>**

<sup>a</sup> *Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

<sup>b</sup> *Fryazino Branch of Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences,  
Fryazino, Moscow Region, Russian Federation*

<sup>c</sup> *Scientific and Technological Center of Unique Instrumentation of the Russian Academy of Sciences,  
Moscow, Russian Federation*

The description of signal constructions based on OFDM-signals and error-correcting codes, resistant to the influence of spectrum-concentrated noise, is given. The description of the reception algorithm for these signal constructions with the use of weight functions is given. It is shown by theoretic analysis and simulations that a class of Kravchenko weight functions based on atomic functions is practically optimal weight functions.

*Keywords:* OFDM, noise reduction, spectrum-concentrated noise, Kravchenko windows, atomic functions