

УДК 517.958

ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ ОБЛУЧЕНИИ СРЕДЫ ИМПУЛЬСАМИ РАЗЛИЧНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ

© 2022 г. И. В. Прохоров^{1,*}, И. П. Яровенко^{1,**}

Представлено академиком РАН М.А. Гузевым

Поступило 12.07.2021 г.

После доработки 28.04.2022 г.

Принято к публикации 10.05.2022 г.

В рамках математической модели, базирующейся на нестационарном уравнении переноса излучения, предложен новый экстраполяционный алгоритм улучшения качества томографических изображений коэффициента ослабления излучения, основанный на облучении исследуемой среды сериями импульсов различной длительности. Проведенный на известном тест-фантоме численный анализ предложенного алгоритма подтвердил его эффективность для подавления паразитного влияния рассеяния при рентгеновской томографии неоднородных сред.

Ключевые слова: импульсная томография, нестационарное уравнение переноса излучения, обратные задачи, коэффициент ослабления, экстраполяция

DOI: 10.31857/S2686954322040130

1. ВВЕДЕНИЕ

На качество рентгеновских томограмм оказывают влияние множество физических факторов и технологических ограничений: неполнота проекционных данных, фиксированные геометрические размеры детекторов и их угловой апертуры, паразитное влияние рассеянного излучения и др. Рентгеновское излучение, рассеянное исследуемым участком тела пациента, попадая на детектор, становится одним из основных факторов, ухудшающих диагностическое качество томографического изображения. Рассеянное излучение, смешиваясь с полезным сигналом, несущем информацию о внутреннем строении объекта, ухудшает контраст изображения, увеличивает его зашумленность, создает неравномерный фон, снижает резкость контуров исследуемых органов, поэтому необходимость подавления рассеянного излучения трудно переоценить.

В рентгеновской томографии существует множество алгоритмов подавления деструктивного влияния рассеяния. Основная часть из них основана на компенсационном учете рассеянного сигнала и коррекции проекционных данных [1–6].

Другая часть алгоритмов базируется на конструировании специальных источников излучения и последующей обработке прошедшего через среду излучения [7–13]. Обе группы алгоритмов являются приближенными и, либо требуют знания значительной априорной информации о характеристиках среды и больших вычислительных ресурсов, либо предъявляют высокие аппаратные требования к конструкции источников и детекторов излучения.

До последнего времени в рентгеновской томографии в основном преобладали стационарные модели процессов облучения. Прежде всего это обусловлено сложностью конструирования импульсных источников рентгеновского излучения и детектирующих устройств с достаточным временным разрешением. В настоящее время ведутся успешные перспективные исследования по разработке устройств, способных генерировать ультракороткие импульсы рентгеновского излучения [14], что в совокупности с достижениями условий детектирования сигнала с высоким временным разрешением открывает перспективы для новых схем томографического сканирования.

В работе предлагается алгоритм улучшения качества изображений путем серийного облучения среды короткими импульсами различной длительности, который обосновывается в рамках математической модели, основанной на нестационарном интегро-дифференциальном уравнении переноса излучения. В теоретическом пределе

¹Институт прикладной математики
Дальневосточного отделения Российской академии наук,
Владивосток, Россия

*E-mail: prokhorov@iam.dvo.ru

**E-mail: yarovenko@iam.dvo.ru

предлагаемая нами схема сканирования при стремлении ширины импульса входящего излучения к нулю позволяет выделить баллистическую компоненту, но практическая применимость полученного результата упирается в ограничения на существующие источники и детекторы излучения. Для преодоления данной проблемы предлагается использовать облучение среды серией импульсов с различной длительностью и последующим построением экстраполяционного приближения баллистической составляющей сигнала.

Идея использования ультракоротких импульсов для повышения качества томографических изображений не нова и подобные методы успешно используются в диффузионной оптической томографии [15]. Применение коротких импульсов либо серий коротких импульсов разных длительностей позволяет добиться увеличения пространственного разрешения томографических методов диффузионной томографии, что является критической проблемой для медицинского применения данных методов. В случае рентгеновской томографии проблема пространственного разрешения не столь критична и основное внимание направлено на повышение точности восстановления численных значений коэффициента ослабления. Существенный вклад в проекционные данные рассеянного излучения от неколлимированного источника приводит к тому, что реконструкция идентичных по химическому составу включений в зависимости от их пространственного расположения дает различные значения коэффициентов ослабления по шкале Хаунсфилда. Особенно остро проблема паразитного влияния рассеянного излучения стоит в конусно-лучевой компьютерной томографии, где эффект коллимации зондирующего излучения незначителен [16]. Преимуществом предлагаемого алгоритма над существующими является возможность повышения качества томографических изображений, оставаясь в рамках имеющейся на сегодняшний день приборной базы и вычислительных мощностей и, несмотря на необходимость проведения повторных просвечиваний, применение импульсов малой длительности понижает общую лучевую нагрузку в сравнении непрерывным режимом облучения.

2. ПОСТАНОВКА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим интегро-дифференциальное уравнение, описывающее нестационарный процесс взаимодействия излучения с веществом, вида [17]

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \omega \cdot \nabla_r + \mu(r)\right) I(r, \omega, t) = \sigma(r) \int_{\Omega} p(r, \omega \cdot \omega') I(r, \omega', t) d\omega'. \quad (1)$$

Функция $I(r, \omega, t)$ интерпретируется как плотность потока частиц в момент времени $t \in [0, T]$ в точке $r \in R^3$, движущихся со скоростью c в направлении единичного вектора $\omega \in \Omega = \{\omega \in R^3 : |\omega| = 1\}$. Функции $\mu = \mu(r)$ и $\sigma = \sigma(r)$ имеют смысл коэффициентов ослабления и рассеяния, а через $p = p(r, \omega \cdot \omega')$ обозначена индикатриса рассеяния. Исследуемый объект содержится в шаре G с центром в начале координат и диаметром d , $G = \{r \in R^3 : |r| = d/2\}$. Обозначим через Π_{ω} плоскость, касательную к границе области G и перпендикулярную направлению ω , $\Pi_{\omega} = \{r \in R^3 : r \cdot \omega = d/2\}$. Очевидно, что плоскости $\Pi_{-\omega}$ и Π_{ω} параллельны и находятся на расстоянии d друг от друга. Сканирование объекта осуществляется путем синхронного поворота плоскостей с источниками излучения $\Pi_{-\omega^*}$ и детекторами $\Pi_{+\omega^*}$ в горизонтальных сечениях $\omega^* \in \Omega^* = \{\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3) \in \Omega : \omega_3 = 0\}$.

В задачах томографии обычно требуется определить хотя бы один из коэффициентов уравнения (1), если для каждого $\omega^* \in \Omega^*$ его решение I_{ω^*} известно на множестве $\Pi_{-\omega^*} \times \Omega^* \times [0, T]$ и $\Pi_{+\omega^*} \times \Omega^* \times [0, T]$.

Рассматривая начально-краевую задачу для уравнения (1), мы будем опускать параметрическую зависимость решения уравнения $I_{\omega^*}(r, \omega, t)$ от направления ω^* . Для краткости изложения введем ряд обозначений: $X = G \times \Omega \times [0, T]$, $X_0 = G \times \Omega \times \{t = 0\}$, $\Omega_{-\omega^*} = \{\omega \in \Omega : -\omega^* \cdot \omega > 0\}$, $Y^- = \Pi_{-\omega^*} \times \Omega_{-\omega^*} \times [0, T]$, $X^- = Y^- \cup X_0$. Присоединим к уравнению (1) начальные и граничные условия

$$I|_{X_0} = h_0(r, \omega), \quad (2)$$

$$I|_{Y^-} = h_{ext}(z, \omega, t), \quad (3)$$

где $h_0 = h_0(r, \omega)$ характеризует состояние процесса в начальный момент времени, а функция $h_{ext} = h_{ext}(z, \omega, t)$ описывает плотность потока излучения, падающего на объект. На множестве $X_0 \times Y^-$ построим функцию

$$h = h(z, \omega, t) = \begin{cases} h_0(z, \omega), & (z, \omega, t) \in X_0, \\ h_{ext}(z, \omega, t), & (z, \omega, t) \in Y^-, \end{cases}$$

и объединим условия (2) и (3) в одно начально-краевое условие следующего вида

$$I|_{X^-} = h(r, \omega, t). \quad (4)$$

В прямой задаче требуется определить функцию I из уравнения (1) при условии (4) при заданных функциях μ , σ , p , c , h . Исследованию прямых задач для стационарных и нестационарных уравнений переноса излучения подобного рода посвя-

щено немало работ, отметим лишь несколько широко известных монографий по этой тематике [17–19].

Переходя к постановке обратной задачи для простоты изложения, предположим, что серийное облучение среды, зависящее от направления ω^* , осуществляется прямоугольными импульсами длительностью δ вида

$$h(\xi, \omega, t) = \begin{cases} 1/\delta, & (\xi, \omega, t) \in \Pi_{-\omega^*} \times \Omega_{-\omega^*} \times (0, \delta), \\ 0, & (\xi, \omega, t) \notin \Pi_{-\omega^*} \times \Omega_{-\omega^*} \times (0, \delta). \end{cases}$$

С физической точки зрения такое определение функции h накладывает ограничение только на длительность импульсов, не предполагая ни коллимацию зондирующего потока по направлению, ни пространственную локализацию источников излучения, что не редко используется в томографии для подавления паразитного влияния рассеяния в среде при нахождении коэффициента ослабления излучения.

Под обратной задачей будем понимать задачу определения функции μ из соотношений (1), (4) и дополнительного условия

$$\int_{d/c}^{d/c+\delta} I(\eta, \omega^*, t) dt = H(\eta, \omega^*), \quad (5)$$

$$(\eta, \omega^*) \in \Pi_{\omega^*} \times \Omega^*,$$

в которых величины c, d, δ и функции $h(\xi, \omega^*, t), H(\eta, \omega^*)$ при $(\xi, \omega^*, t) \in \Pi_{\omega^*} \times \Omega^* \times [0, T], (\eta, \omega^*) \in \Pi_{\omega^*} \times \Omega^*$ заданы. В условии переопределения (5) мы требуем знания лишь осредненных значений плотности потока по промежутку, равному ширине импульса, смещенному на время пробега баллистической оставляющей зондируемого сигнала от источника к приемнику, что несколько снижает требования к временному разрешению детекторов.

3. ОЦЕНКА ВКЛАДА РАССЕЯННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ. ПРОЦЕДУРА ЭКСТРАПОЛЯЦИИ

Обозначим через $L_{r, \omega}$ луч, исходящий из точки $r \in \mathbb{R}^3$ в направлении $\omega, L_{r, \omega} = \{r + \omega\tau : \tau > 0\}$, а через $d(r, -\omega)$ расстояние от точки $r \in G$ до плоскости $\Pi_{-\omega^*}$ в направлении $-\omega$, и пусть $d(r, -\omega, t) = \min\{d(r, -\omega), ct\}$.

Для решения начально-краевой задачи (1), (4) справедливо представление в виде равномерно сходящегося ряд Неймана [17–19]

$$I = \sum_{n=0}^{\infty} (AS)^n I_0, \quad (6)$$

где операторы A и S определяются выражениями

$$Af(r, \omega, t) = \int_0^{d(r, -\omega, t)} \exp\left(-\int_0^{\tau} \mu(\eta - \tau' \omega) d\tau'\right) \times \\ \times f(r - \omega\tau, \omega, t - \tau/c) d\tau, \quad (7)$$

$$Sf(r, \omega, t) = \sigma(r) \int_{\Omega} p(r, \omega \cdot \omega') f(r, \omega', t) d\omega'. \quad (8)$$

В представлении (6) функция

$$I_0(r, \omega, t) = h(\eta - d(r, -\omega, t)\omega, \omega, t - \\ - d(r, -\omega, t)/c) \exp\left(-\int_0^{d(r, -\omega, t)} \mu(\eta - \tau\omega) d\tau\right) \quad (9)$$

имеет смысл интенсивности нерассеянного поля, а функция $I_n = (AS)^n I_0$ при $n = 1, 2, \dots$ описывает n -кратно рассеянное поле.

Можно показать, что для всех $\eta \in \Pi_{\omega^*}$ для функции I_1 справедлива оценка

$$I_1(\eta, \omega^*, t) \leq \frac{\bar{\sigma}}{2\delta} (ct - d) \ln \left| \frac{ct}{ct - d} \right| \quad (10)$$

при $d/c \leq t \leq d/c + \delta$, где $\bar{\sigma} = \sup_{r \in G} \sigma$. Из (10) находим

$$\int_{d/c}^{d/c+\delta} I_1(\eta, \omega^*, t) dt \leq C\Phi(\epsilon), \quad (11)$$

где

$$\Phi(\epsilon) = 1 + \epsilon \ln \left| 1 + \frac{1}{\epsilon} \right| - \frac{1}{\epsilon} \ln |1 + \epsilon|, \quad (12)$$

$\epsilon(\delta) = c\delta/d$ и $C \leq \bar{\sigma}d/4$. При осреднении функции I_0 по промежутку времени $[d/c, d/c + \delta]$ для всех $\eta \in \Pi_{\omega^*}$ получаем

$$\int_{d/c}^{d/c+\delta} I_0(\eta, \omega^*, t) dt = \exp\left(-\int_0^d \mu(\eta - \tau\omega^*) d\tau\right). \quad (13)$$

Из неравенства (11) видно, что при уменьшении длительности зондирующего импульса осредненные значения функции I_1 стремятся к нулю. Можно показать, что осредненные по промежутку времени значения функций I_2, I_3, \dots также сходятся к нулю при $\delta \rightarrow 0$. Ограничимся приближением однократного рассеяния, оставляя в ряде Неймана только два первых слагаемых, и при проведении численных экспериментов мы покажем, что при зондировании импульсами небольшой длительности даже такое грубое приближение позволяет построить хорошую аппроксимацию решения уравнения переноса излучения в многократно рассеивающей среде.

Таким образом, из (10), (11), (13) в приближении однократного рассеяния получаем

$$\begin{aligned} \Psi(\varepsilon) &= \int_{d/c}^{d(1+\varepsilon)/c} I(\eta, \omega^*, t, \varepsilon) dt = \\ &= \exp\left(-\int_0^d \mu(\eta - \tau\omega^*) d\tau\right) + C\Phi(\varepsilon). \end{aligned} \quad (14)$$

Константу C можно определить, например, если облучить среду двумя импульсами различной длительности $\delta_1, \delta_2, 0 < \delta_2 < \delta_1, \varepsilon_j = \varepsilon(\delta_j)$, а затем выразить интеграл от функции μ

$$\begin{aligned} \int_0^d \mu(\eta - \tau\omega^*) d\tau = \\ = -\ln\left|\Psi(\varepsilon_1) - \frac{\Psi(\varepsilon_1) - \Psi(\varepsilon_2)}{\Phi(\varepsilon_1) - \Phi(\varepsilon_2)}\Phi(\varepsilon_1)\right|. \end{aligned} \quad (15)$$

Левая часть соотношения (15) является лучевым преобразованием Радона искомой функции $\mu(r)$. Таким образом, решение обратной задачи свелось к обращению преобразования Радона и линейных интегралов на множестве $\Pi_{\omega^*} \times \Omega^*$ достаточно для реализации алгоритма обращения [20].

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для тестирования вычислительного алгоритма были проведены численные эксперименты, результаты которых представлены в данном разделе.

Для описания серийного облучения среды использовался импульсный источник, зависящий от направления зондирования ω^* , с длительностью импульсов 100 и 300 пикосекунд ($\delta_1 = 300, \delta_2 = 100$).

Алгоритм тестировался в два этапа. На первом этапе задавались значения коэффициентов, описывающих среду и с помощью метода Монте-Карло [21] вычислялись значения функций $\Psi(\varepsilon_j) = H(\eta, \omega^*, \varepsilon_j)$. В экспериментах моделировался томограф, содержащий 101 детектор, а дискретизация по углу составляла 200 направлений. Для каждого детектора имитировалось 10^5 траекторий фотонов, при этом отслеживалось до 10 актов взаимодействия фотона с веществом, что соответствует $n = 10$ в ряде Неймана (6) для решения уравнения переноса излучения. Выбранные параметры позволяют найти значения $H(\eta, \omega^*, \varepsilon_j)$ с относительной погрешностью, не превышающей 0.2%.

На втором этапе выполнялась экстраполяция данных о выходящем излучении и согласно формуле (15) находилось преобразование Радона функции μ . Также вычислялись значения преобразования Радона функции μ без экстраполяции

$$\int_0^d \mu(\eta - \tau\omega^*) d\tau = -\ln|\Psi(\varepsilon_j)|, \quad (16)$$

что соответствует формуле классической томографии без применения методов подавления рассеяния. После чего, применяя для обращения преобразования Радона алгоритм свертки [20], решалась задача восстановления коэффициента ослабления.

Традиционно значения коэффициента ослабления приводятся в единицах Хаунсфилда (HU), связанных со значениями коэффициента ослабления вещества μ следующим образом $HU = \frac{\mu - \mu_{water}}{\mu_{water} - \mu_{air}} \times 1000$, где μ – коэффициент ослабления вещества, а μ_{water}, μ_{air} – коэффициенты ослабления для воды и воздуха соответственно.

Фантом, выбранный для тестирования алгоритма, был предложен в работе [22] и представлял собой цилиндр высотой и диаметром в 10 см. Внутренний объем цилиндра поделен на пять цилиндрических слоев, каждый из которых играет свою роль при тестировании различных качеств алгоритмов реконструкции. При тестировании было выбрано сечение, приведенное на рис. 1а, которое проверяет возможности предлагаемого нами подхода для восстановления слабоконтрастных включений в случае, когда поблизости находятся сильно-рассеивающие объекты.

Среда включает в себя цилиндр, заполненный полимером с коэффициентом ослабления около 35 единиц Хаунсфилда. В свою очередь, этот цилиндр содержал еще три цилиндрических включения диаметром 9 мм со значениями коэффициента ослабления в $-80, 0$, и $80 HU$. Цилиндрические включения имеют коэффициенты ослабления, близкие к фоновому значению, и представляют собой пример слабоконтрастных включений. Кроме того, фантом содержит 9 цилиндрических полостей диаметром 3 мм, расположенных в виде человеческой челюсти. Данные полости дают возможность устанавливать в них металлические штифты, играющие роль сильных рассеивателей, создавая тем самым плохие условия для реконструкции слабоконтрастных включений. В численных экспериментах мы ограничились случаем одного металлического включения, в то время как остальные полости оставались незаполненными и содержали воздух. Отметим, что подобный фантом достаточно тяжелый для реконструкции слабоконтрастных включений. Все дело в том, что он содержит в себе как материал с наименьшим значением в шкале Хаунсфилда ($HU = -1000$), так и с максимальным ($HU = 1000$), что не позволяет применять для выделения слабоконтрастных включений, например методы сжатия динамического диапазона.

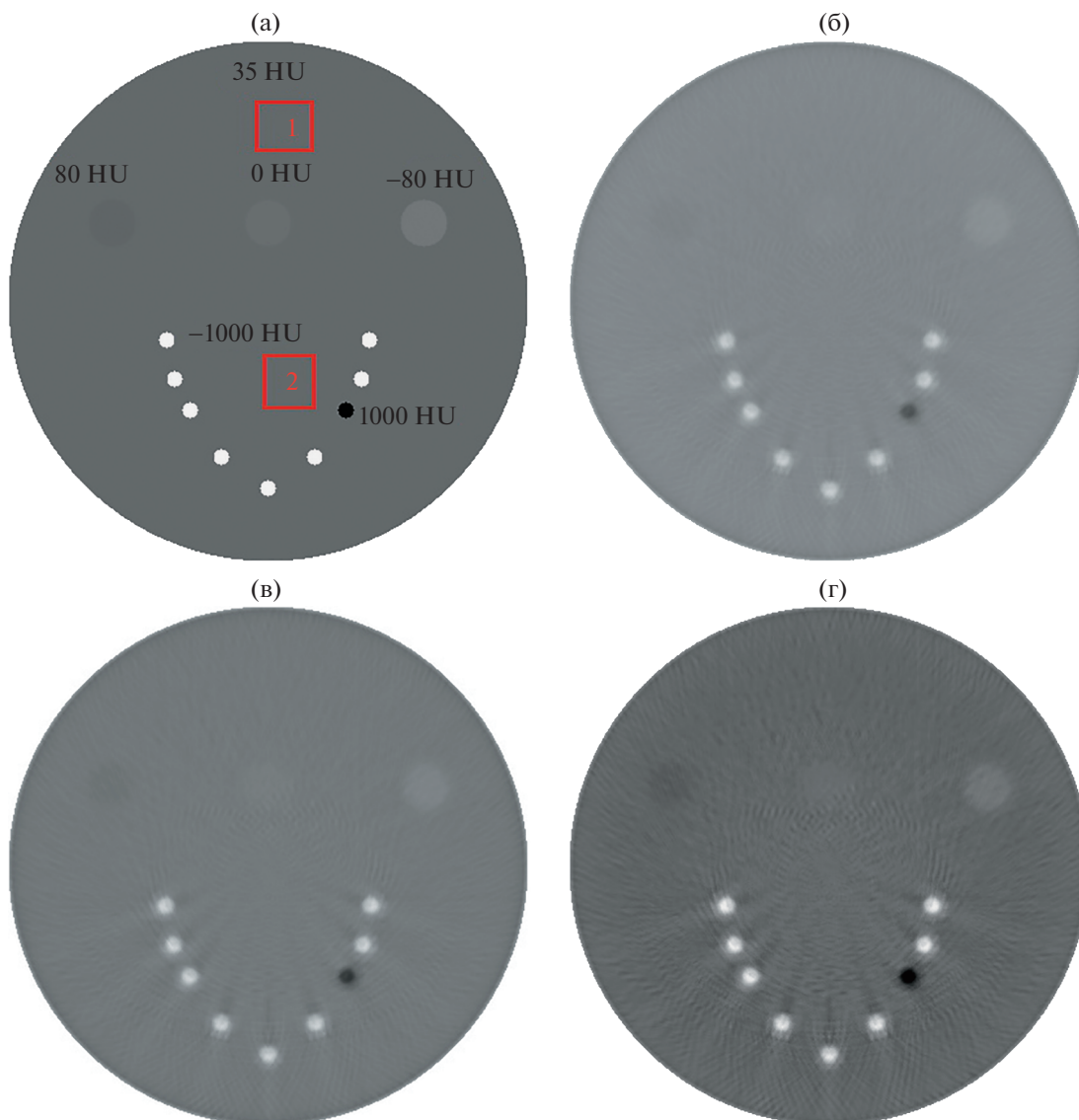


Рис. 1. На рисунке (а) изображено внутреннее строение структуры фантома в заданной плоскости. На рисунках (б), (в) приведены результаты реконструкции коэффициента ослабления при облучении импульсами длительности 300 и 100 пикосекунд соответственно. На рисунке (г) приведены результаты восстановления функции μ с использованием процедуры экстраполяции выходящего сигнала.

Обработка выходящего излучения с помощью формулы (15) проводилась для каждой проекции независимо. Пример такой обработки для одной проекции приведен на рис. 2. Анализ графиков показывает, что отношение баллистической составляющей к суммарному сигналу составляет порядка 50% для импульса длительностью 100 пикосекунд, а для импульса длительностью 300 пикосекунд – менее 35%. Так как с увеличением длительности зондирующего импульса графики соответствующих проекций смещены вверх по оси ординат, то восстановленные по таким проекциям значения коэффициента ослабления будут заниженными. В свою очередь применение

формулы (15) дает график проекции, проходящий существенно ближе к “идеальной” проекции, нежели графики проекций без обработки, и находится ниже кривой, соответствующей проекции без рассеяния. Для сравнения на рисунке приведена кривая, полученная путем линейной экстраполяции функции $\Psi(\epsilon)$, т.е. в разложении (14) функция $\Phi(\epsilon)$ заменена на ϵ . Линейная экстраполяция дает несколько худшие результаты и ее применение оправдано при малых значениях параметра ϵ , поэтому далее мы ее не использовали.

Результаты реконструкции фантома приведены на рис. 1б, в, г. Рисунок 1в содержит результаты восстановления фантома по данным о выходя-

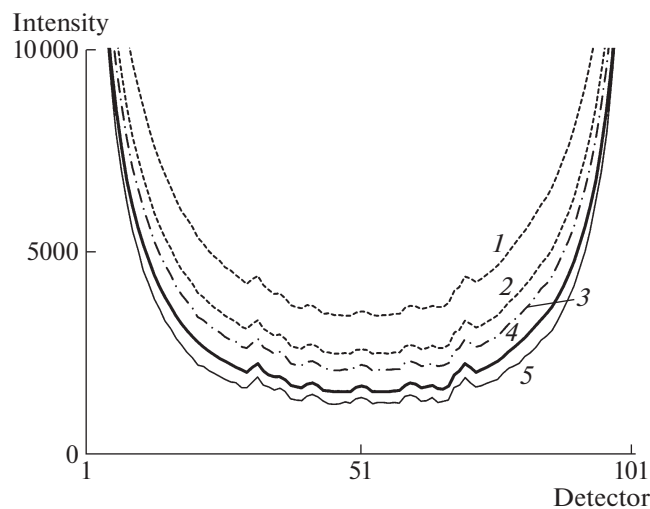


Рис. 2. Пунктирными линиями 1, 2 изображены проекции, соответствующие выходящему излучению для источников излучения с длительностью импульсов 300 и 100 пс соответственно. Жирная непрерывная линия 4 соответствует “идеальной” проекции без рассеяния. Штрихпунктирная линия 3 получена в результате линейной экстраполяции проекции. Тонкая непрерывная линия 5 соответствует проекциям, полученным путем экстраполяции по формуле (15).

шем излучении, которые получены при зондирующих импульсах 100 и 300 пс. Увеличение длительности зондирующего импульса приводит к значительному снижению качества реконструкции. Даже визуально видно, что коэффициент поглощения восстановился с большой погрешностью. Более того центральное слабоконтрастное включение, имеющее значение коэффициента поглощения $HU = 0$, наиболее близкое к значению основной среды, стало практически не различимым. Рисунок 1г содержит результаты реконструкции, соответствующие данным, обработанным при помощи формулы (15).

Для количественной оценки качества реконструкции, следуя методике, предложенной в работе [22], нами вычислялись средние значения коэффициента ослабления для каждого из материалов,

входящих в фантом. Для каждой полости, заполненной воздухом, вычислялось среднее значений восстановленного коэффициента ослабления, после чего данные результаты усреднялись по всем таким включениям. После всех таких вычислений полученные значения сравнивались с эталонными значениями в единицах Хаунсфилда.

Как видно из томограмм, влияние сильно-рассеивающего включения особенно сильно вблизи него и приводит к появлению артефактов, которые вызваны наличием сильно-рассеивающего включения и недостаточным уровнем дискретизации по угловой переменной. Для анализа данной ситуации при подсчете средних значений восстановленного коэффициента ослабления нами дополнительно выделялись два региона, отмеченные красными прямоугольниками на рис. 1а. Первый из них, обозначенный 1, находился в непосредственной близости от включений, вызывающих появление артефактов. Вторым регионом, обозначенным на рис. 1а как 2, напротив, находился далеко от рассеивающих включений.

Получившиеся в результате экспериментов значения приведены в табл. 1. В первой строке содержатся эталонные значения коэффициентов. В последующих строках приведены средние значения коэффициентов ослабления, полученные в результате реконструкции фантома с помощью формулы (16) при $\delta_1 = 300$ и $\delta_2 = 100$ и при реконструкции фантома по данным, полученным после обработки выходящего излучения по формуле (15). Из табл. 1 видно, что фильтрация рассеяния существенно улучшает качество реконструкции значений коэффициента поглощения и, как и ожидалось, при анализе экстраполяции одиночных проекций, приведенных на рис. 2, восстановление фантома по экстраполированным данным приводит к завышению реальных значений коэффициента ослабления. Однако для включения, содержащего металлический штифт (1000 HU), данные значения оказались почти в два раза меньше оригинальных значений. Мы связываем данное обстоятельство с малыми размерами самого включения и недостаточной дискретизацией по угловой переменной.

Таблица 1. Средние значения восстановленных коэффициентов ослабления μ в единицах Хаунсфилда. Для каждого включения приведено: в первой строке – точное значение μ ; в двух следующих строках – полученные после обращения преобразования Радона без предварительной обработки выходящего излучения при $\delta_1 = 300$, $\delta_2 = 100$ по формуле (16); и в последней строке – полученное после фильтрации рассеяния по формуле (15)

Точное значение μ	-80	0	80	-1000	1000	35	35
Приближенное значение μ ($\delta_1 = 300$ пс)	-298	-247	-219	-565	66	-234	-238
Приближенное значение μ ($\delta_1 = 100$ пс)	-198	-154	-97	-570	278	-135	-124
Приближенное значение μ (после фильтрации)	-1	56	131	-650	870	94	125

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен приближенный экстраполяционный алгоритм нахождения коэффициента ослабления уравнения переноса излучения и была рассмотрена его простейшая реализация по результатам двух измерений. Увеличение количества измерений различных по длительности импульсов, прошедших через среду, повысит качество экстраполяции и приведет к повышению точности решения обратной задачи. В то же время проведение дополнительных измерений увеличивает радиационную нагрузку на изучаемый объект, усложняет устройство томографа и делает его более дорогостоящим. Тем не менее теоретические исследования в этой области весьма перспективны, и мы связываем с данной тематикой наши дальнейшие планы. Интересен вопрос выбора устойчивого к ошибкам измерений и оптимального с точки зрения точности многопараметрического разложения функции $\Psi(\epsilon)$ в выражении (14).

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках НИОКТР № АААА-А20-120120390006-0 при финансовой поддержке РФФИ (проект 20-01-00173).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rührnschopf E.-P., Klingenbeck K.* A general framework and review of scatter correction methods in X-ray cone beam computerized tomography. Part 1: scatter compensation approaches // *Medical Physics*. 2011. V. 38. № 7. P. 4296–4311.
2. *Мазуров А.И., Потрахов Н.Н.* Влияние рассеянного рентгеновского излучения на качество изображения и методы его подавления // *Медицинская техника*. 2014. № 5. С. 12–15.
3. *Zhao C., Chen X., Ouyang L., Wang J., Jin M.* Robust moving-blocker scatter correction for cone-beam computed tomography using multiple-view information // *PLoS ONE*. 2017. V. 12. № 12. Article ID e0189620.
4. *Thanasupsombat C., Thongvigittanee S.S., Aootaphao S., Thajchayapong P.* A Simple Scatter Reduction Method in Cone-Beam Computed Tomography for Dental and Maxillofacial Applications Based on Monte Carlo Simulation // *BioMed Research International*. 2018. V. 2018, Article ID 5748281.
5. *Maier J., Sawall S., Knaup M. et al.* Deep Scatter Estimation (DSE): Accurate Real-Time Scatter Estimation for X-Ray CT Using a Deep Convolutional Neural Network // *Journal of Nondestructive Evaluation*. 2018. V. 37. Article ID 57.
6. *Altunbas C., Park Y., Yu Z., Gopal A.* A unified scatter rejection and correction method for cone beam computed tomography // *Med Phys*. 2021. V. 48. № 3. P. 1211–1225.
7. *Аниконов Д.С., Прохоров И.В.* Определение коэффициента уравнения переноса при энергетических и угловых особенностях внешнего излучения // *Доклады АН*. 1992. Т. 327. № 2. С. 205–207.
8. *Anikonov D.S., Prokhorov I.V., Kovtanyuk A.E.* Investigation of scattering and absorbing media by the methods of X-ray tomography // *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems*. 1993. V. 1. № 4. P. 259–282.
9. *Antyufeev V.S., Bondarenko A.N.* X-ray tomography in scattering media // *SIAM Journal on Applied Mathematics*. 1996. V. 56. № 2. P. 573–587.
10. *Kovtanyuk A.E., Prokhorov I.V.* Tomography problem for the polarized-radiation transfer equation // *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems*. 2006. V. 14. № 6. P. 609–620.
11. *Prokhorov I.V., Yarovenko I.P., Nazarov V.G.* Optical tomography problems at layered media // *Inverse Problems*. 2008. V. 24. № 2. 025019.
12. *Kawagoe D., Chen I.-K.* Propagation of boundary-induced discontinuity in stationary radiative transfer // *Journal of Statistical Physics*. 2018. V. 170. № 1. P. 127–140.
13. *Chen I.K., Kawagoe D.* Propagation of boundary-induced discontinuity in stationary radiative transfer and its application to the optical tomography // *Inverse Problems and Imaging*. 2019. V. 13. № 2. P. 337–351.
14. *Фетисов Г. В.* Рентгеновские дифракционные методы структурной диагностики материалов: прогресс и достижения // *УФН*. 2020. Т. 190. № 1. С. 2–36.
15. *Konovalov A., Genina E., Bashkatov A.* Diffuse optical mamotomography: state-of-the-art and prospects // *Journal of Biomedical Photonics & Engineering*. 2016. V. 2. № 2. 020202-1.
16. *Pauwels R., Jacobs R., Singer S.R., Mupparapu M.* CBCT-based bone quality assessment: are Hounsfield units applicable? // *Dentomaxillofac Radiol*. 2015. V. 44. № 1. 20140238.
17. *Ершов Ю.И., Шухов С.Б.* Математические основы теории переноса. М.: Атомиздат, 1985.
18. *Владимиров В.С.* Математические задачи односкоростной теории переноса частиц // *Труды МИАН СССР*. 1961. Т. 61. С. 3–158.
19. *Гермогенова Т.А.* Локальные свойства решений уравнения переноса. М.: Наука, 1986.
20. *Наттерер Ф.* Математические аспекты компьютерной томографии. М.: Мир, 1990.
21. *Михайлов Г.А., Медведев И.Н.* Оптимизация весовых алгоритмов статистического моделирования. Омега Принт, 2011.
22. *Steiding C., Kolditz D., Kalender W.A.* A quality assurance framework for the fully automated and objective evaluation of image quality in cone-beam computed tomography // *Medical Physics*. 2014. V. 41. 031901.

IMPROVING QUALITY OF TOMOGRAPHIC IMAGES OF MEDIUM USING IRRADIATION WITH PULSES OF DIFFERENT DURATION

I. V. Prokhorov^a and I. P. Yarovenko^a

^a *Institute of Applied Mathematics FEB RAS, Vladivostok, Russia*

Presented by Academician of the RAS M.A. Guzev

Within framework of the nonstationary radiation transfer equation, we propose a new extrapolation method to improve the quality of tomographic images. The method based on a medium irradiation with a series of different duration pulses. Numerical analysis of the proposed algorithm is carried out using the well-known test phantom. The results obtained show the algorithm is effective to suppress a negative influence of scattering in X-ray tomography of inhomogeneous media.

Keywords: pulse tomography, nonstationary radiation transfer equation, inverse problems, attenuation coefficient