ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА, ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ, 2023, том 509, с. 65–68

МАТЕМАТИКА

УДК 517.968

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ С НЕЛИНЕЙНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

© 2023 г. Академик РАН **В. Г. Романов**[1,*]

Поступило 29.11.2022 г.
После доработки 11.12.2022 г.
Принято к публикации 28.12.2022 г.

Для системы уравнений электродинамики с нелинейной проводимостью рассматривается обратная задача об определении переменного коэффициента проводимости. Предполагается, что искомый коэффициент является гладкой функцией пространственных переменных, финитной в $\mathbb{R}^3$. Из однородного пространства на неоднородность падает плоская волна с резким фронтом, бегущая в некотором направлении ν. Направление является параметром задачи. В качестве информации для решения обратной задачи задается модуль вектора электрической напряженности поля для некоторого диапазона направлений падающей плоской волны и для моментов времени, близких к приходу волны в точки поверхности шара, внутри которого содержится неоднородность. Показывается, что эта информация приводит обратную задачу к задаче рентгеновской томографии, алгоритмы численного решения которой хорошо разработаны.

Ключевые слова: нелинейное уравнение электродинамики, плоские волны, рентгеновская томография, единственность

DOI: 10.31857/S2686954322600719, **EDN:** CSAJTT

Рассмотрим нелинейную систему уравнений электродинамики:

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \varepsilon\mathbf{E}_t + \sigma(\mathbf{x})|\mathbf{E}|^2\,\mathbf{E},\qquad \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\mu\mathbf{H}_t,\quad (\mathbf{x},t)\in\mathbb{R}^4; \tag{1}$$

в которой ε и μ – положительные постоянные, а $\sigma(\mathbf{x}) \geq 0$ – гладкая в $\mathbb{R}^3$ финитная функция, носитель которой содержится внутри шара $B(R) = \{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^3\,|\,|\mathbf{x}| < R\}$. Уравнение (1) описывает распространение электромагнитных волн в среде с нелинейной проводимостью, влияние которой локализовано областью $B(R)$.

Обозначим через $c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ скорость распространения электромагнитных волн, и через $\theta_0(t)$ функцию Хевисайда: $\theta_0(t) = 1$ для $t \geq 0$ и $\theta_0(t) = 0$ для $t < 0$.

Рассмотрим для уравнения (1) задачу с данными

$$\mathbf{E}\big|_{t<0} =: \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{x},t) = \mathbf{E}^0\theta_0(t-(R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c),\qquad \mathbf{H}\big|_{t<0} =: \hat{\mathbf{H}}(\mathbf{x},t) = \mathbf{H}^0\theta_0(t-(R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c), \tag{2}$$

В формулах (2)

$$\nu = \nu(\varphi) = (\cos\varphi, \sin\varphi, 0) = \mathbf{e}_r,\quad \varphi\in[0,\pi),\qquad \mathbf{E}^0 = A\mathbf{e}_z,\quad \mathbf{e}_z = (0,0,1),\quad A>0,\qquad \mathbf{H}^0 = -A\mathbf{e}_\varphi/(c\mu),\quad \mathbf{e}_\varphi = (-\sin\varphi, \cos\varphi, 0). \tag{3}$$

Векторы $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{e}_z$ образуют ортонормированный базис в $\mathbb{R}^3$.

Нетрудно проверить, что функции $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{x},t)$, $\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{x},t)$ являются обобщенным решением (в смысле теории распределений) уравнений (1) для непроводящей среды (т.е. при $\sigma \equiv 0$) и представляют собой плоскую волну, с резким фронтом $t = (R + \mathbf{x}\cdot\nu)/c$, распространяющуюся в направлении ν. В момент времени $t = 0$ эта волна касается поверхности шара $B(R)$ в точке $\mathbf{x} = -R\nu$. В задаче (1), (2) φ играет роль параметров. Поэтому ее решение обозначим через $\mathbf{E}(\mathbf{x},t,\varphi)$, $\mathbf{H}(\mathbf{x},t,\varphi)$. Иногда зависимость решения от φ (или от ν) будет для краткости опускаться.

Обозначим $S_+(R,\nu) = \{x\in\mathbb{R}^3\,|\,|x| = R, x\cdot\nu > 0\}$. Ниже будет изучаться задача об определении функции $\sigma(\mathbf{x})$ по информации о решениях задачи

[1] *Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск, Россия*
* *E-mail: romanov@math.nsc.ru*

(1), (2) на множестве $S_+(R,\nu)$ для всевозможных значений параметра $\varphi \in [0, \pi)$.

Обратная задача. Найти $\sigma(\mathbf{x})$ в области $B(R)$ по следующей информации о решениях задачи (1), (2):

$$\begin{gathered}|\mathbf{E}(\mathbf{x},t,\varphi)| = h(\mathbf{x},t,\varphi), \quad \text{для всех } \varphi \in [0,\pi), \\ x \in S_+(R,\nu(\varphi)), \quad t \in (0,(R+\mathbf{x}\cdot\nu(\varphi))/c+\eta),\end{gathered} \tag{4}$$

где $h(\mathbf{x},t,\varphi)$ – заданная функция и η – произвольное малое положительное число.

Обратные задачи об определении коэффициентов в нелинейных гиперболических уравнениях или системах интенсивно изучаются в последние годы (см. [1–12]). Для системы нестационарных нелинейных уравнений электродинамики обратные задачи ранее не изучались.

Предположим, что при сделанных выше предположения о функции $\sigma(\mathbf{x})$ существует обобщенное решение задачи (1), (2), по крайней мере, в некоторой окрестности характеристической плоскости $t = (R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c$. Вычислим скачок решения при переходе через эту плоскость.

Пусть

$$\theta_k(t) = \frac{t^k}{k!}\theta_0(t), \quad k = 1, 2, \ldots.$$

Представим решение задачи (1), (2) в окрестности характеристической плоскости $t = (R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c$ в виде разложения

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{x},t) &= \alpha^0(\mathbf{x})\theta_0(t-(R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c) + \\ &+ \alpha^1(\mathbf{x})\theta_1(t-(R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c) + \ldots, \\ \mathbf{H}(\mathbf{x},t) &= \beta^0(\mathbf{x})\theta_0(t-(R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c) + \\ &+ \beta^1(\mathbf{x})\theta_1(t-(R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c) + \ldots,\end{aligned} \tag{5}$$

в котором точками обозначены члены разложения, отвечающие $\theta_k(t-(R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c)$, $k \geq 2$. Подставляя эти выражения в уравнения (1) и приравнивая члены при $\delta(t-(R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c)$ и $\theta_0(t-(R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c)$, находим равенства для α^k, β^k, $k = 0, 1$:

$$\beta^0 \times \nu = c\varepsilon\alpha^0, \quad \alpha^0 \times \nu = -c\mu\beta^0, \tag{6}$$

$$\begin{gathered}\beta^1 \times \nu + c\,\mathrm{rot}\,\beta^0 = c\varepsilon\alpha^1 + c\sigma\left(\alpha^0\cdot\alpha^0\right)\alpha^0, \\ \alpha^1 \times \nu + c\,\mathrm{rot}\,\alpha^0 = -c\mu\beta^1.\end{gathered} \tag{7}$$

Равенства (6) эквивалентны двум скалярным соотношениям

$$\alpha^0\cdot\nu = 0, \beta^0\cdot\nu = 0. \tag{8}$$

Из равенств (7), используя (8), находим связь между проекциями векторов α^1 и β^1 на вектор ν и векторами α^0 и β^0:

$$\alpha^1\cdot\nu = \frac{1}{\varepsilon}\mathrm{rot}\,\beta^0\cdot\nu, \quad \beta^1\cdot\nu = -\frac{1}{\mu}\mathrm{rot}\,\alpha^0\cdot\nu. \tag{9}$$

Умножим второе равенство (7) векторно на ν и используем равенство

$$(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\times\mathbf{c} = (\mathbf{a}\cdot\mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{b}\cdot\mathbf{c})\mathbf{a}.$$

Тогда получим соотношение

$$\left(\alpha^1\cdot\nu\right)\nu - \alpha^1 + c\,\mathrm{rot}\,\alpha^0\times\nu = -c\mu\beta^1\times\nu.$$

Умножим это соотношение на $(-c\varepsilon)$, сложим его с первым равенством (7) и воспользуемся тем, что $c^2\varepsilon\mu = 1$. В результате получим равенство

$$\begin{gathered}c\,\mathrm{rot}\,\beta^0 - c\varepsilon\left[\left(\alpha^1\cdot\nu\right)\nu + c\,\mathrm{rot}\,\alpha^0\times\nu\right] = \\ = c\sigma\left(\alpha^0\cdot\alpha^0\right)\alpha^0.\end{gathered} \tag{10}$$

Исключая из (10) член $\left(\alpha^1\cdot\nu\right)$ с помощью (9), находим, что

$$\begin{gathered}\mathrm{rot}\,\beta^0 - (\mathrm{rot}\,\beta^0\cdot\nu)\nu - c\varepsilon\,\mathrm{rot}\,\alpha^0\times\nu = \\ = \sigma\left(\alpha^0\cdot\alpha^0\right)\alpha^0.\end{gathered} \tag{11}$$

Так как

$$\begin{gathered}\mathrm{rot}\,\beta^0 - \left(\mathrm{rot}\,\beta^0\cdot\nu\right)\nu = -\left(\mathrm{rot}\,\beta^0\times\nu\right)\times\nu = \\ = \left(\mathrm{rot}\left(\alpha^0\times\nu\right)^0\times\nu\right)\times\nu/(c\mu),\end{gathered}$$

то, умножая (11) на $(-c\mu)$, получаем уравнение для отыскания α^0:

$$\begin{gathered}-\left(\mathrm{rot}\left(\alpha^0\times\nu\right)^0\times\nu\right)\times\nu + \mathrm{rot}\,\alpha^0\times\nu = \\ = -c\mu\sigma\left(\alpha^0\cdot\alpha^0\right)\alpha^0.\end{gathered} \tag{12}$$

Преобразуем это уравнение, используя формулы векторного анализа

$$\begin{gathered}\mathrm{rot}(\mathbf{a}\times\mathbf{b}) = \mathbf{a}\times\mathrm{rot}\,\mathbf{b} - \mathbf{b}(\nabla\cdot\mathbf{a}) + (\mathbf{b}\cdot\nabla)\mathbf{a} - (\mathbf{a}\cdot\nabla)\mathbf{b}, \\ \mathrm{rot}\,\mathbf{a}\times\mathbf{b} = \mathbf{a}\times\mathrm{rot}\,\mathbf{b} + (\mathbf{a}\cdot\nabla)\mathbf{b} + (\mathbf{b}\cdot\nabla)\mathbf{a} - \nabla(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}).\end{gathered}$$

Положим в этих формулах $\mathbf{a} = \alpha^0$, $\mathbf{b} = \nu$ и применим их в равенстве (12), принимая во внимание, что $\alpha^0\cdot\nu = 0$ и ν не зависит от $\mathbf{x}$. Тогда получим уравнение

$$\begin{gathered}\left[(\nu\left(\nabla\cdot\alpha^0\right) - (\nu\cdot\nabla)\alpha^0)\times\nu\right]\times\nu + \\ + (\nu\cdot\nabla)\alpha^0 = -c\mu\sigma\left(\alpha^0\cdot\alpha^0\right)\alpha^0.\end{gathered}$$

Так как $\nu\times\nu = 0$ и

$$\begin{gathered}\left[\left((\nu\cdot\nabla)\alpha^0\right)\times\nu\right]\times\nu = \\ = (\nu\cdot\nabla)\left[\left(\alpha^0\times\nu\right)\times\nu\right], = -(\nu\cdot\nabla)\alpha^0,\end{gathered}$$

то предыдущее уравнение принимает окончательный вид:

$$2(\nu\cdot\nabla)\alpha^0 = -c\mu\sigma\left(\alpha^0\cdot\alpha^0\right)\alpha^0. \tag{13}$$

Из равенства (2) следует, что $\alpha^0(\mathbf{x}) = A\mathbf{e}_z$ для $\mathbf{x}\cdot\nu \le -R$. Отсюда находятся начальные данные для α^0 в виде

$$\alpha^0\big|_{\Sigma(\nu)} = A\mathbf{e}_z. \tag{14}$$

В этом равенстве $\Sigma(\nu)$ – плоскость, касающаяся поверхности шара $B(R)$ в точке $\mathbf{x} = -R\nu$, т.е. $\Sigma(\nu) = \{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^3\,|\,\mathbf{x}\cdot\nu = -R\}$.

Пусть $\mathbf{x}^0$ – произвольная точка плоскости $\Sigma(\nu)$. Рассмотрим луч $L\left(\mathbf{x}^0,\nu\right) = \{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^3\,|\,\mathbf{x} = \mathbf{x}^0 + s\nu,\ s\ge 0\}$. Вдоль этого луча уравнение (13) и начальные данные (14) при $s = 0$ можно представить в виде

$$2\frac{d\alpha^0}{ds} = -c\mu\sigma\left(\alpha^0\cdot\alpha^0\right)\alpha^0,\ \ s>0,\ \ \alpha^0\big|_{s=0} = A\mathbf{e}_z. \tag{15}$$

Решение задачи (15) можно выписать в явном виде. Умножим равенство (15) скалярно на α^0. Тогда для $\left|\alpha^0\right| =: w(\mathbf{x})$ получим задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения вдоль луча $L\left(\mathbf{x}^0,\nu\right)$:

$$2\frac{dw}{ds} = -c\mu\sigma w^3,\quad s>0,\quad w\big|_{s=0} = A.$$

Отсюда

$$w\left(\mathbf{x}^0 + s\nu\right) = A\left(1 + A^2c\mu\int_0^s \sigma(\mathbf{x}^0 + s'\nu)ds'\right)^{-1/2},\quad s\ge 0. \tag{16}$$

Теперь задачу (15) можно переписать в виде

$$\frac{d}{ds}\left[\alpha^0\exp\left(\frac{c\mu}{2}\int_0^s\sigma\left(\mathbf{x}^0 + s'\nu\right)w^2\left(\mathbf{x}^0 + s'\nu\right)ds'\right)\right] = 0,\quad s>0,\quad \alpha^0\big|_{s=0} = A\mathbf{e}_z. \tag{17}$$

Решение задачи (17) определяется формулой

$$\alpha^0\left(\mathbf{x}^0 + s\nu\right) = A\mathbf{e}_z\exp\left(-\frac{c\mu}{2}\int_0^s\sigma\left(\mathbf{x}^0 + s'\nu\right)w^2\left(\mathbf{x}^0 + s'\nu\right)ds'\right),\quad s>0, \tag{18}$$

в которой функция $w\left(\mathbf{x}^0 + s'\nu\right)$ вычисляется по формуле (16).

Чтобы найти w и α^0 как функции $\mathbf{x}$, надо найти s и $\mathbf{x}^0\in\Sigma(\nu)$ из соотношений $\mathbf{x} = \mathbf{x}^0 + s\nu$, $\mathbf{x}^0\cdot\nu = -R$. Это приводит к формулам: $s = R + \mathbf{x}\cdot\nu$, $\mathbf{x}^0 = \mathbf{x} - \nu(R + \mathbf{x}\cdot\nu)$. В результате, с учетом того, что носитель функции $\sigma(\mathbf{x})$ содержится в шаре $B(R)$, получаем равенства

$$\begin{gathered}\left|\alpha^0(\mathbf{x})\right| = w(\mathbf{x}) = \\ = A\left(1 + A^2c\mu\int_0^{R+\mathbf{x}\cdot\nu}\sigma(\mathbf{x} - \nu(R + \mathbf{x}\cdot\nu - s'))ds'\right)^{-1/2} = \\ = A\left(1 + A^2c\mu\int_0^\infty\sigma(\mathbf{x} - s''\nu))ds''\right)^{-1/2}, \\ \mathbf{x}\cdot\nu\ge -R,\end{gathered} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{\alpha}^0(\mathbf{x}) = A\mathbf{e}_z\exp\left(-\frac{c\mu}{2}\int_0^\infty\sigma(\mathbf{x} - s''\nu)w^2(\mathbf{x} - s''\nu)ds''\right),\quad \mathbf{x}\cdot\nu\ge -R. \tag{20}$$

Как видно из формулы (20), вектор $\alpha^0(\mathbf{x})$ имеет единственную ненулевую проекцию на орт $\mathbf{e}_z = (0,0,1)$. В силу этого факта и положительности постоянной A, упомянутая проекция совпадает с $\left|\alpha^0(\mathbf{x})\right|$. Поэтому формулу для $\alpha^0(\mathbf{x})$ можно представить в более простом виде

$$\alpha^0(\mathbf{x}) = A\mathbf{e}_z\left(1 + A^2c\mu\int_0^\infty\sigma(\mathbf{x} - s''\nu))ds''\right)^{-1/2},\quad \mathbf{x}\cdot\nu\ge -R.$$

Вектор $\beta^0(\mathbf{x})$ вычисляется по второй формуле (6). Он имеет также только одну ненулевую компоненту на орт $\mathbf{e}_\varphi$.

Заметим, что векторы α^1 и β^1 равенствами (7) полностью не определяются, находятся только их проекции на орт $\mathbf{e}_r = \nu$. Их можно найти полностью, введя в разложениях (5) явным образом члены $\alpha^2(\mathbf{x})\theta_2(t - (R + \mathbf{x}\cdot\nu)/c)$, $\beta^2(\mathbf{x})\theta_2(t - (R + \mathbf{x}\cdot\nu)/c)$, и, выписав соответствующие уравнения для $\alpha^2(\mathbf{x})$ и $\beta^2(\mathbf{x})$.

Векторы α^0 и β^0 зависят не только от $\mathbf{x}$, но также и от $\nu = \nu(\varphi)$. Ранее мы эту зависимость их от параметра φ опускали для краткости записи.

В силу формулы (19), информация (4) определяет интегралы

$$\int_0^\infty\sigma(\mathbf{x} - s\nu(\varphi))ds = g(\mathbf{x},\varphi),\quad \varphi\in[0,\pi),\quad \mathbf{x}\in S_+(R,\nu(\varphi)), \tag{21}$$

в которых функция $g(\mathbf{x},\varphi)$ вычисляется по формулам

$$g(\mathbf{x},\varphi)=\frac{1}{A^2c\mu}\left(\frac{A^2}{\left|\alpha^0(\mathbf{x},\nu(\varphi))\right|^2}-1\right),$$

$$\left|\alpha^0(\mathbf{x},\nu(\varphi))\right|=\lim_{t\to(R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c+0}h(\mathbf{x},t,\varphi).$$

Зафиксируем плоскость $P(z_0)=\{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^3\,|\,\mathbf{x}\cdot\mathbf{e}_z = z_0\}$, $z_0\in(-R,R)$, и рассмотрим интегралы (21), отвечающие точкам $\mathbf{x}\in S_+(R,\nu(\varphi))$, лежащим в плоскости $P(z_0)$, и всевозможным $\varphi\in[0,\pi)$. В этом случае, с учетом того, что $\sigma(\mathbf{x})=0$ вне $B(R)$, нам известны интегралы по всем прямым, пересекающих область $B(R)\cap P(z_0)$. В результате задача об определении $\sigma(\mathbf{x})$ по информации (4) сводится к задаче рентгеновской томографии для каждой плоскости $P(z_0)$ (см., например, [13]). Решая ее, находим $\sigma(\mathbf{x})$ для $\mathbf{x}\in P(z_0)$. Так как совокупность сечений $B(R)\cap P(z_0)$, $z_0\in(-R,R)$, образует шар $B(R)$, то тем самым функция $\sigma(\mathbf{x})$ определяется всюду в $B(R)$.

Редукция обратной задачи к проблеме томографии открывает путь к ее эффективному решению. К настоящему времени разработаны и успешно работают многочисленные алгоритмы решения задачи компьютерной томографии.

Известно, что решение задачи томографии единственно. Поэтому верна следующая теорема единственности.

Теорема. *Решение обратной задачи единственно.*

Замечание 1. Как видно из анализа решения задачи (1), (2), имеет место равенство $|\alpha^0|=|\beta^0|$. Поэтому в обратной задаче в информации (4) вместо $|\mathbf{E}|$ можно задавать $|\mathbf{H}|$.

Замечание 2. В уравнениях (1) можно рассматривать более общий случай нелинейности, а именно, заменить в первом уравнении $|\mathbf{E}|^2$ на $f(|\mathbf{E}|^2)$, полагая, что функция $f(z)$ является гладкой и $f(z)>0$ для $z>0$. В этом случае анализ прямой задачи (1), (2) может быть выполнен по той же самой схеме и вычислены конечные скачки функций $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ на фронте $t=(R+\mathbf{x}\cdot\nu)/c$ бегущей волны. В связи с этим сформулированная выше постановка обратной задачи с данными (4) также приводит к задаче рентгеновской томографии.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект FWNF-2022-0009).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kurylev Y., Lassas M., Uhlmann G.* Invent. Math. 2018. V. 212. P. 781–857.
2. *Lassas M., Uhlmann G., Wang Y.* Comm. Math. Phys. 2018. V. 360. P. 555–609.
3. *Barreto A.S.* Inverse Probl. Imaging. 2020. V. 14. № 6. P. 1057–1105.
4. *Lassas M.* Proc. Int. Congress of Math. ICM 2018, Rio de Janeiro, Brazil. 2018. V. III. P. 3739–3760.
5. *Stefanov P., Barreto A.S.* arXiv:2102.06323. 2021.
6. *de Hoop M., Uhlmann G., Wang Y.* Mathematische Annalen. 2020. V. 376. № 1–2. P. 765–795.
7. *Wang Y., Zhou T.* Comm. PDE. 2019. V. 44. № 11. P. 1140–1158.
8. *Uhlmann G., Zhai J.* Discrete Continuous Dynamical Systems - A. 2021. V. 41. № 1. P. 455–469.
9. *Barreto A.S., Stefanov P.* arXiv: 2107.08513v1. [math. AP] 18 Jul 2021.
10. *Романов В.Г.* Доклады АН. 2022. Т. 504. № 1. С. 36–41.
11. *Романов В.Г., Бугуева Т.В.* Сиб. журн. индустр. матем. 2022. Т. 25. № 2. С. 83–100.
12. *Романов В.Г., Бугуева Т.В.* Сиб. журн. индустр. матем. 2022. Т. 25. № 3. С. 154–169.
13. *Наттерер Ф.* Математические аспекты компьютерной томографии. М.: Мир, 1990, 279 с.

AN INVERSE PROBLEM FOR ELECTRODYNAMIC EQUATIONS WITH A NONLINEAR CONDUCTIVITY

Academician of the RAS V. G. Romanov[a]

[a] *Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk 630090, Russian Federation*

An inverse problem of determination of a variable coefficient in electrodynamic equations with a nonlinear conductivity is considered. It is supposed that the unknown coefficient is a smooth function of space variables and finite in $\mathbb{R}^3$. From a homogeneous space a plane wave going in a direction fall down on a heterogeneousness. The direction is a parameter of the problem. The module of the electrical strength vector for some diapason of directions and for moments of the time close to arriving the wave at points of a surface of a ball, inside of which the heterogeneousness is contained, is given as the information for solution of the inverse problem. It is shown that this information reduces the inverse problem to the well known X-ray tomography. Algorithms of the numerical solution of the later problem is well developed.

Keywords: nonlinear electrodynamics equations, plane waves, X-ray tomography, uniqueness