

УДК 51-77+336.051+338.1+330.4

## УТОЧНЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОЙ ИНФЛЯЦИИ И НЕСТАБИЛЬНОГО РАЗВИТИЯ

© 2023 г. Академик РАН В. А. Садовничий<sup>1,\*</sup>, иностранный член РАН А. А. Акаев<sup>2,\*\*</sup>, А. И. Звягинцев<sup>3,\*\*\*</sup>, А. И. Сарыгулов<sup>4,\*\*\*\*</sup>

Поступило 23.01.2023 г.  
После доработки 19.02.2023 г.  
Принято к публикации 20.03.2023 г.

Ранее авторами были предложены две экономико-математические модели, описывающие динамику темпов развития экономики и прогнозные темпы инфляции. События, сложившиеся после февраля 2022 г., внесли элемент существенной турбулентности в процессы макроэкономической динамики России, что потребовало некоторой коррекции предложенных ранее моделей. Это и отражено в данной статье. Смоделированные на основе уточненных моделей процессы показывают, что для восстановления экономического роста и снижения инфляции в среднесрочной перспективе требуются существенное снижение процентной ставки и равномерное увеличение денежной массы. Показано, что в происходящую эпоху геополитических перемен и крушения многих либеральных рыночных догм возрастает роль государства и планирования в управлении экономическими процессами.

**Ключевые слова:** экономическая динамика, инфляция, нестабильное развитие

**DOI:** 10.31857/S2686954323700133, **EDN:** XJABZF

В статьях [1] и [2] разработаны две экономико-математические модели:  
модель динамики темпов экономического роста (спада):

$$q_Y = q_{\bar{Y}} + \rho \left[ \frac{1}{\alpha} \left( \frac{k\mu}{d} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \left( \frac{\dot{\mu}}{\mu} - \frac{\dot{d}}{d} \right) - \dot{r} \right] \quad (1)$$

и модель прогнозных темпов инфляции:

$$\pi = \mu + \frac{\dot{\mu}}{\mu} - \frac{\dot{d}}{d} - q_Y. \quad (2)$$

Здесь  $\alpha, \rho, k$  – постоянные коэффициенты;  
 $\mu = \frac{\dot{M}}{M}$  – темпы роста денежной базы,  $M$  – денежная база;  $q_Y = \frac{\dot{Y}}{Y}$  – темпы роста ВВП,  $q_{\bar{Y}}$  – равновесный потенциальный уровень темпов роста ВВП в среднесрочном периоде,  $Y$  – объем ВВП;  $d$  – дефицит госбюджета (в долях ВВП);  $r$  – реальная процентная ставка;  $\pi$  – инфляция.

**Замечание 1.** В статье [3] рассматривается модифицированная модель динамики темпов экономического роста (спада):

$$q_Y = q_{\bar{Y}} + \rho \left[ \frac{1}{\alpha} \left( \frac{k\mu}{d^\xi} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \left( \frac{\dot{\mu}}{\mu} - \xi \frac{\dot{d}}{d} \right) - \dot{r} - \gamma q_E^e \right]. \quad (*)$$

Здесь  $\xi, \gamma$  – постоянные коэффициенты;  
 $q_E^e = \frac{\dot{E}^e}{E^e}$  – ожидаемые темпы роста валютного курса,  $E^e$  – ожидаемый валютный курс. В случае  $\xi = 1, \gamma = 0$  формула (\*) совпадает с формулой (1).

**Замечание 2.** В работе [3] предполагается, что часть дефицита госбюджета, финансируемая за счет денежной эмиссии, равна  $d^\xi$ , а остальная часть дефицита  $d - d^\xi$  покрывается за счет резервного фонда. Поскольку отсутствуют статистические дан-

<sup>1</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup> Институт математических исследований сложных систем Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>3</sup> Михайловская военная артиллерийская академия, Санкт-Петербург, Россия

<sup>4</sup> Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Санкт-Петербург, Россия

\*E-mail: info@rector.msu.ru

\*\*E-mail: askarakaev@mai.ru

\*\*\*E-mail: azvyagintsev@mail.ru

\*\*\*\*E-mail: dept.cfr@unecon.ru

ные о величине дефицита госбюджета, финансируемого за счет денежной эмиссии, то корректная оценка значения  $\xi$  весьма проблематична. Об этом свидетельствует ошибочный результат, полученный в статье [3], в которой приближенными методами найдено значение  $\xi = 0.02$ . Но поскольку дефицит госбюджета выражается в долях к ВВП, то  $d < 1$  и, следовательно,  $d^{0.98} < 1$ . Тогда получается отрицательный объем дефицита, покрываемый за счет резервного фонда

$$d - d^{0.02} = d^{0.02}(d^{0.98} - 1) < 0,$$

что является ошибкой. Поэтому полагаем  $\xi = 1$ .

**Замечание 3.** В настоящее время целесообразно считать  $\gamma = 0$ . Это обусловлено рядом объективных факторов.

Во-первых, колебания валютного курса уже учтены и включены в показателе фактической инфляции.

Во-вторых, учитывая происходящие геополитические перемены и ослабление роли глобализма, Центробанк России продолжит контролировать валютный курс и не допустит высокой волатильности национальной валюты.

В-третьих, наблюдается постепенная дедолларизация российской экономики и происходит неуклонный рост импортозамещения.

В-четвертых, высока вероятность того, что через несколько лет доллар США перестанет быть мировой резервной валютой.

В-пятых, в статье [3] указано, что для динамики валютного курса существенно ослабевает зависимость от нефтяного рынка при высоких ценах на нефть. По мнению абсолютного большинства экспертов, высокие цены на энергоресурсы сохранятся в ближайшие годы.

В-шестых, нет сомнений, что в ближайшей перспективе Россия вслед за газом будет продавать за рубли и нефть, тем самым, исключая зависимость национальной валюты от нефтяных цен.

В силу перечисленных замечаний мы будем оперировать формулами (1) и (2). Параметры  $\alpha$ ,  $\rho$ ,  $\kappa$ ,  $q_Y$  вычислим на основе фактических ежеквартальных статистических данных [4, 5] за период с 2015 г. по 1-е полугодие 2022 г.

Для нахождения численных значений  $\rho$  и  $q_Y$  воспользуемся полученным в [1] и [2] уравнением

$$q_Y = q_{\bar{Y}} + \rho \pi^e,$$

где  $\pi^e$  — ожидаемая инфляция.

Поскольку в ретроспективной зоне  $\pi^e = \pi$ , то, используя идею метода наименьших квадратов для реальных статистических данных, получаем экстремальную задачу для нахождения искомых параметров  $\rho$  и  $q_{\bar{Y}}$ :

$$\sum_{i=1}^N [q_{\bar{Y}} + \rho \pi(i) - q_Y(i)]^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

В целях вычисления  $\pi$  сперва на основании поквартальных статистических данных [4] была получена кубическая аппроксимация  $\pi_{\#} = -0.0000125(t - T)^3 + 0.0166(t - T)^2 - 0.4914(t - T) + 4.1805$ , для которой наблюдается высокая корреляционная связь с фактическими значениями инфляции (коэффициент корреляции равен 0,93). Отсюда  $\pi_{\#} \cong \pi$  и  $\dot{\pi} \cong \dot{\pi}_{\#} = -0.0000375(t - T)^2 + 0.0332(t - T) - 0.4914$ , где  $T = 1$  квартал 2015 г.

Так как  $q_Y = \dot{Y}/Y$ , то на основании поквартальных статистических данных по ВВП [4] была найдена аппроксимирующая линия  $Y_{\#} = 0.0279(t - T)^4 - 1.6968(t - T)^3 + 32.961(t - T)^2 - 141.94(t - T) + 21480$ , у которой высокая корреляционная связь с фактическими значениями ВВП (коэффициент корреляции составляет 0.86). Отсюда  $Y_{\#} \cong Y$  и  $\dot{Y} \cong \dot{Y}_{\#} = 0.1116(t - T)^3 - 5.0904(t - T)^2 + 65.922(t - T) - 141.94$ .

Решив экстремальную задачу (3) на основании фактических ежеквартальных статистических данных [4] за период с 2015 г. по 1-е полугодие 2022 г., получили значения

$$\rho = 0.49661; \quad q_{\bar{Y}} = 0.00304.$$

Поскольку равновесный уровень квартальных темпов роста ВВП получился равным 0.3% ( $q_{\bar{Y}} = 0.00304$ ), то годовой равновесный уровень темпов роста ВВП равен 1.2% ( $4 * q_{\bar{Y}}$ ) и является довольно низким (отчасти это обусловлено коронавирусной пандемией), что недостаточно для эффективного развития российской экономики. Из формулы (1) видно, что для роста ВВП следует увеличивать денежную базу, а также снижать процентную ставку и дефицит госбюджета. Эти меры позволят повысить покупательную способность населения, увеличат покупательный спрос, позволят предприятиям активно кредитоваться, будут способствовать притоку внутренних инвестиций в российскую экономику. При этом в силу формулы (2) будет снижаться инфляция.

Для нахождения численных значений  $\alpha$  и  $\kappa$  воспользуемся полученным в [1] и [2] уравнением

$$\kappa \mu (r + \pi^e)^{-\alpha} = d. \quad (4)$$

Прологарифмировав это уравнение, получаем

$$\ln \kappa + \ln \mu - \alpha \ln (r + \pi^e) = \ln d.$$

Отсюда в результате дифференцирования имеем

$$\frac{\dot{\mu}}{\mu} - \frac{\dot{d}}{d} = \alpha \frac{\dot{r} + \dot{\pi}^e}{r + \pi^e}.$$

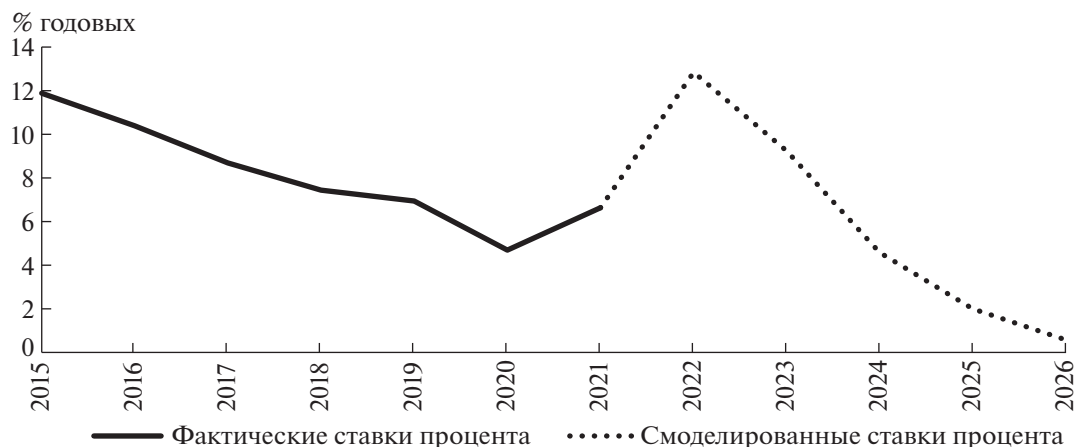


Рис. 1. Фактические и смоделированные ставки процента.

Поскольку в ретроспективной зоне  $\pi^e = \pi$  и  $\dot{\pi}^e = \dot{\pi}$ , то, используя идею метода наименьших квадратов для реальных статистических данных, получаем экстремальную задачу для нахождения искомого параметра  $\alpha$ :

$$\sum_{i=1}^N \left[ \frac{\dot{\mu}(i)}{\mu(i)} - \frac{\dot{d}(i)}{d(i)} - \alpha \frac{\dot{r}(i) + \dot{\pi}(i)}{r(i) + \pi(i)} \right]^2 \rightarrow \min. \quad (5)$$

В целях описания динамики денежной массы мы на основании поквартальных статистических данных [5] использовали квадратичную аппроксимацию  $M = 5.7125(t - T)^2 + 86.626(t - T) + 7877.5$ , для которой коэффициент корреляции с фактическими значениями денежной массы составил 0.98. Отсюда  $\dot{M} = 11.425(t - T) + 86.626$  и  $\ddot{M} = 11.425$ . Тогда для моделирования динамики денежной базы имеем  $\mu = \dot{M}/M$  и  $\dot{\mu} = \ddot{M}/M - \mu^2$ .

Для процентной ставки на основании поквартальных статистических данных [5] была найдена кубическая аппроксимация  $r = 0.00475(t - T)^3 - 0.0144(t - T)^2 + 0.0157(t - T) + 2.9715$ , для которой коэффициент корреляции с фактическими значениями ключевой ставки ЦБ составил 0.73. Отсюда  $\dot{r} = 0.001425(t - T)^2 - 0.0288(t - T) + 0.0157$ .

Для дефицита госбюджета на основании поквартальных статистических данных [5] была получена аппроксимирующая линия  $d = -0.00016(t - T)^4 + 0.0112(t - T)^3 - 0.2408(t - T)^2 + 1.457(t - T) + 1.6591$ , для которой коэффициент корреляции с фактическими значениями дефицита госбюджета составил 0.93. Отсюда  $\dot{d} = -0.00064(t - T)^3 + 0.0336(t - T)^2 - 0.4816(t - T) + 1.457$ .

Решив экстремальную задачу (5) на основании фактических статистических данных [4] и [5] за период с 2015 г. по 1-е полугодие 2022 г., получили значение:

$$\alpha = 0.1465.$$

В силу формулы (4), используя идею метода наименьших квадратов для реальных статистических данных, получаем экстремальную задачу для нахождения искомого параметра  $k$ :

$$\sum_{i=1}^N [k\mu(i)(r(i) + \pi(i))^{-0.1465} - d(i)]^2 \rightarrow \min.$$

Решив эту экстремальную задачу на основании фактических статистических данных [4] и [5] за период с 2015 г. по 1-е полугодие 2022 г., получили значение:

$$k = 0.1181.$$

Таблица 1

Показатели, %	2022	2023	2024
Среднегодовая инфляция	13.8–14.7	4.3–7.5	4.1–4.9
Ключевая ставка	10.5–10.8	6.5–6.8	6.0–7.0
Динамика ВВП	–6.0–4.0	–4.0–1.0	1.5–2.5
Динамика денежной массы	12–17	11–16	8–13

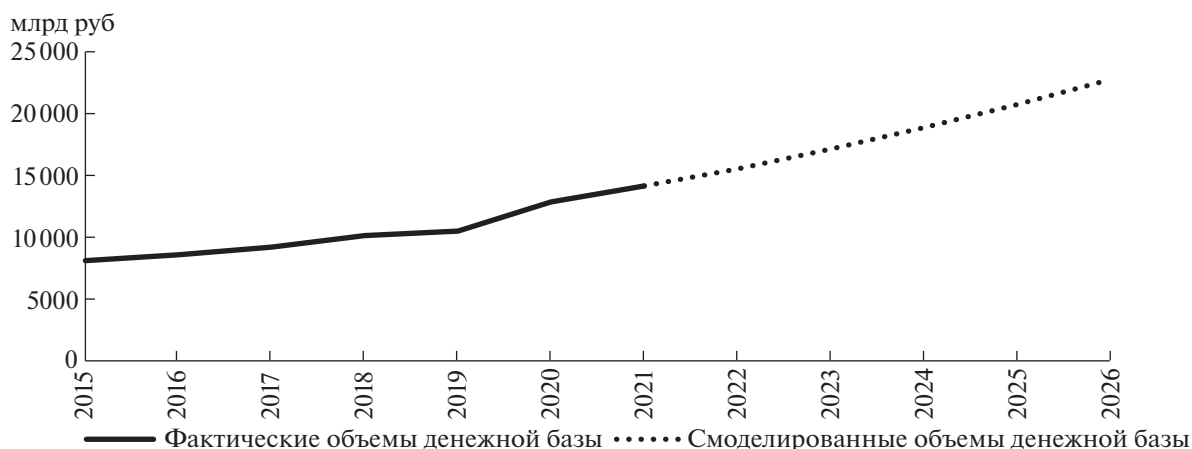


Рис. 2. Фактические и смоделированные объемы денежной базы.

Согласно прогнозу Центробанка РФ [6] на 2022–2024 гг. ожидаются следующие макроэкономические показатели:

Прогнозы Центрального банка РФ довольно пессимистичные. Очевидно, что такое развитие российской экономики является малопривлекательным.

С помощью моделей (1) и (2) построим среднесрочный сценарий снижения инфляции и восстановления экономического роста. Как видно из формул (1) и (2), этого можно добиться за счет увеличения денежной базы, а также снижения процентной ставки и дефицита госбюджета.

Сценарий снижения процентной ставки с учетом резкого ее повышения Центробанком до 20% годовых в первом полугодии 2022 г. (что было обусловлено антироссийскими санкциями западных стран) мы описали следующей функцией

$$r(t) = \begin{cases} c_1 + a_1 e^{b_1(t-t_0)}; & t_0 \leq t \leq t_1 \\ c_2 + a_2 e^{-b_2(t-t_0)}; & t > t_1 \end{cases}$$

Здесь  $a_1 = 0.01$ ,  $b_1 = 1.6094$ ,  $c_1 = -0.003$ ,  $a_2 = 0.0579$ ,  $b_2 = 0.1477$ ,  $c_2 = -0.003$ ,  $t_0$  – 1 квартал 2022 г.,  $t_1$  – 2 квартал 2022 г. Для среднегодовой ставки процента фактические и сценарные значения представлены на рис. 1.

Предполагая экспоненциальный закон для темпа роста денежной массы  $\mu = ae^{bt}$ , в силу фор-

мулы  $\mu = \frac{\dot{M}}{M}$  получаем сценарий роста денежной базы

$$M = M_0 e^{\int_{t_0}^t ae^{bt} dt} = M_0 e^{\frac{a}{b}(e^{bt} - e^{bt_0})}$$

Здесь  $a = 0.025$ ,  $b = -0.0048$ ,  $M_0 = 14947$  – денежная база 1 квартала 2022 г.,  $t_0$  – 1 квартал 2022 г. Для среднегодовой денежной базы фактические и сценарные значения представлены на рис. 2.

По оценке министра финансов А. Силуанова [7], в 2022 г. дефицит госбюджета РФ составит 2% ВВП. Федеральный бюджет на 2023 г. сверстан с дефицитом 2% ВВП [8]. Такой уровень дефицита является вполне приемлемым для развития экономики. В ближайшие годы вряд ли дефицит госбюджета будет снижаться, поскольку сложная международная обстановка потребует увеличения военных расходов. В этой связи выбор сценария постоянного дефицита  $d = 0.02$  является вполне целесообразным.

Для выбранного сценария полученные по формулам (1) и (2) результаты прогнозных расчетов динамики темпов инфляции и экономического роста (спада) показаны на рис. 3 и 4.

В табл. 2 приведены результаты сценарного моделирования.

Согласно официальным статистическим данным [4, 5], за период 2015–2021 гг. в России средне-

Таблица 2

Показатели	2022	2023	2024	2025	2026
Денежная масса (темпы роста)	10.03%	10.33%	10.13%	9.92%	9.73%
Процентная ставка	12.8%	9.2%	4.6%	2.0%	0.6%
Дефицит госбюджета (% ВВП)	2.00%	2.00%	2.00%	2.00%	2.00%
Инфляция	11.00%	5.84%	5.99%	6.00%	5.93%
ВВП (темпы роста)	-2.99%	1.98%	1.64%	1.45%	1.35%

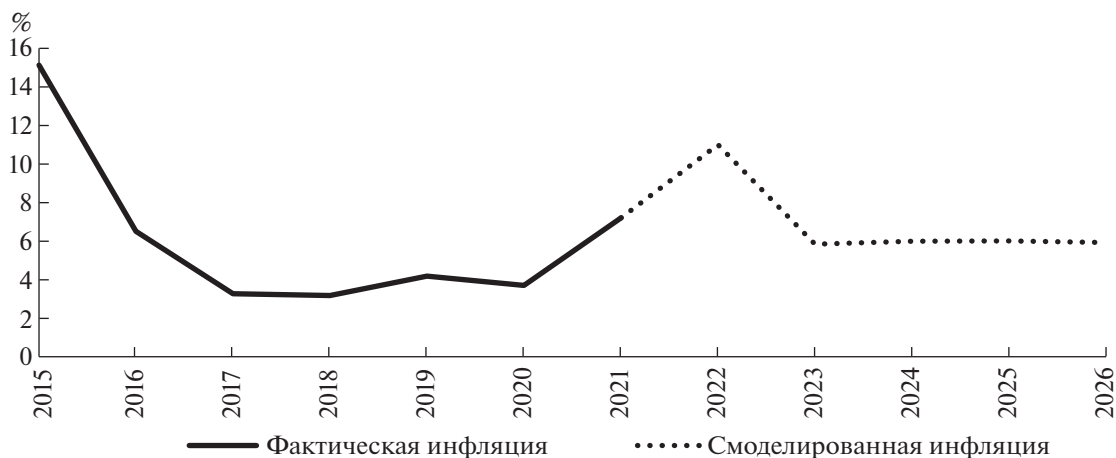


Рис. 3. Смоделированные темпы роста инфляции.

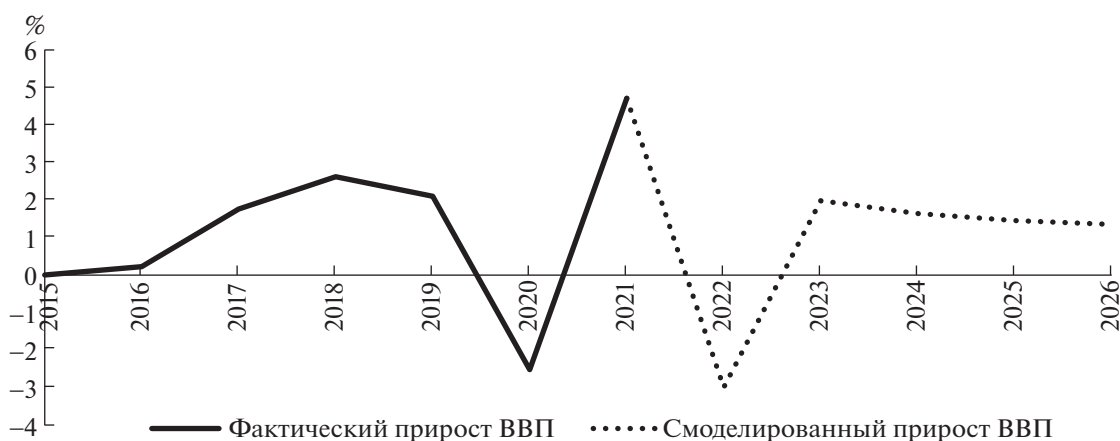


Рис. 4. Смоделированные темпы роста (спада) ВВП.

годовая инфляция составила 6.16%, а среднегодовой рост ВВП составил 1.48%. Смоделированные процессы показывают, что для восстановления экономического роста и снижения инфляции в среднесрочной перспективе требуются существенное снижение процентной ставки и равномерное увеличение денежной массы.

Модели (1) и (2) требуют тонкой настройки путем тщательного подбора параметров на основе фактических статистических данных.

В происходящую эпоху геополитических перемен и крушения многих либеральных рыночных догм возрастает роль государства и планирования в управлении экономическими процессами.

Модели (1) и (2) позволяют прогнозировать и анализировать экономические последствия различных сценариев в кредитно-денежной и бюджетной политике монетарных властей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акаев А.А., Сарыгулов А.И., Соколов В.Н. // ДАН. 2015. Т. 465. № 6. С. 643–646.
2. Акаев А.А., Зиядуллаев Н.С., Сарыгулов А.И., Соколов В.Н. Среднесрочный прогноз динамики развития экономики России // Проблемы прогнозирования. 2016. № 5. С. 37–46.
3. Акаев А.А., Зиядуллаев Н.С., Сарыгулов А.И., Соколов В.Н. // Проблемы прогнозирования. 2017. № 3. С. 34–42.
4. Росстат: <https://rosstat.gov.ru/>
5. Центральный Банк России: <https://www.cbr.ru/>
6. Банк России: [http://www.cbr.ru/Collection/Collection/File/42214/2022\\_03\\_ddcp.pdf](http://www.cbr.ru/Collection/Collection/File/42214/2022_03_ddcp.pdf)
7. ТАСС: <https://tass.ru/ekonomika/14931285>
8. ТАСС: <https://tass.ru/ekonomika/16160715>

## REFINED MATHEMATICAL MODEL OF ECONOMIC DYNAMICS UNDER HIGH INFLATION AND UNSTABLE DEVELOPMENT

Academician of the RAS **V. A. Sadovnichiy**<sup>a</sup>, Foreign member of the RAS **A. A. Akaev**<sup>b</sup>,  
**A. I. Zvyagintsev**<sup>c</sup>, and **A. I. Sarygulov**<sup>d</sup>

<sup>a</sup> *Moscow State University, Moscow, Russian Federation*

<sup>b</sup> *Moscow State University Institute of Complex Systems Mathematical Research, Moscow, Russian Federation*

<sup>c</sup> *Mikhailovskaya Military Artillery Academy, St. Petersburg, Russian Federation*

<sup>d</sup> *St. Petersburg State University of Economics, St. Petersburg, Russian Federation*

Previously, the authors proposed two mathematical models that describe the dynamics of economic development rates and forecasting inflation rates. The events that took place after February 2022 introduced an element of significant turbulence into the processes of macroeconomic dynamics in Russia, which required some correction of the previous models. This is reflected in this article. The processes simulated on the basis of new models show that in order to restore economic growth and reduce inflation in the medium term, a significant reduction in the interest rate and a steady increase in the money supply are required. It is shown that in the current era of geopolitical changes and the collapse of many liberal market dogmas, the role of the state and planning in managing economic processes is increasing.

*Keywords:* economic dynamics, inflation, unstable development