ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА, ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ, 2023, том 514, с. 34–38

МАТЕМАТИКА

УДК 517.968

ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ В ЗАДАЧЕ ОБ ИСТОЧНИКЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ

© 2023 г. Академик РАН В. Г. Романов[1,*]

Поступило 10.05.2023 г.
После доработки 15.09.2023 г.
Принято к публикации 18.10.2023 г.

В работе дается оценка устойчивости решения задачи об определении распределенного изотропного источника для стационарного уравнения переноса излучения. Ранее оценки устойчивости для этой задачи были найдены в частном случае задачи эмиссионной томографии, когда оператор рассеяния отсутствует, а также в более общем случае при дополнительных, и трудных для проверки, условиях на коэффициент абсорбции и ядро оператора рассеяния. В настоящей работе предлагается новый и достаточно простой способ получения оценки устойчивости рассматриваемой задачи. Уравнение переноса рассматривается внутри круга в двумерном пространстве. В прямой задаче принимается, что входящее излучение отсутствует. В обратной задаче для определения источника на части границы рассматриваемой области задаются данные о решении прямой задачи, отвечающие выходящему излучению. Полученный в работе результат можно использовать для оценки суммарной плотности распределенных источников радиации.

Ключевые слова: уравнение переноса излучения, задача об источнике, оценка устойчивости

DOI: 10.31857/S2686954323600271, **EDN:** CQRKFI

1. ВВЕДЕНИЕ

Пусть $u=u(x,\theta)$, $x=(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2$, $\nu(\theta) = (\cos\theta,\sin\theta)$, $D\subset\mathbb{R}^2$ – открытый круг радиуса R с центром в начале координат, с границей $S = \{x\in\mathbb{R}^2\,|\,|x| = R\}$. Обозначим

$$\Omega = D\times[0,2\pi],\quad Q = [0,2\pi]\times[0,2\pi],$$

$$S_+(\theta) = \{x\in S\,|\,x\cdot\nu(\theta) > 0,$$
$$S_-(\theta) = \{x\in S\,|\,x\cdot\nu(\theta)\le 0\}.$$

Рассмотрим уравнение переноса

$$Lu \equiv \nabla u\cdot\nu(\theta) + \sigma(x)u - \mathbf{K}u = f(x),\quad (x,\theta)\in\Omega, \quad (1)$$

в котором $\mathbf{K}$ – оператор рассеяния,

$$\mathbf{K}u = \int_0^{2\pi} K(x,\theta,\theta')u(x,\theta')d\theta'.$$

Уравнение (1) описывает процесс переноса излучения в тонкой пластине. Будем полагать, что $\sigma(x)$, $f(x)$, $K(x,\theta,\theta')$, $K_\theta(x,\theta,\theta')$ – гладкие функции $x\in\overline{D}$, $\overline{D} = D\cup S$ и $\theta\in[0,2\pi]$, 2π-периодические по переменным θ, θ' и, кроме того, $K(x,\theta,\theta')$, $K_\theta(x,\theta,\theta')$ суммируемы с квадратом по переменной $\theta'\in[0,2\pi]$. При заданных $\sigma(x)$, $f(x)$ и $K(x,\theta,\theta')$ поставим для уравнения (1) краевую задачу с нулевыми данными на $S_-(\theta)$:

$$u|_{S_-(\theta)} = 0,\quad \theta\in[0,2\pi]. \quad (2)$$

Физически это условие означает отсутствие входящего в область D излучения. Задача (1), (2) является корректной задачей теории рассеяния. Обращение дифференциальной части оператора L, с учетом данных (2), сводит ее к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода относительно функции $u(x,\theta)$. Отсюда, в частности, следует, что прямая задача имеет единственное, 2π-периодическое по переменной θ, обобщенное решение класса $C(\overline{\Omega})$, $\overline{\Omega} = \overline{D}\times[0,2\pi]$, при условии, что $\sigma, f\in C(\overline{D})$, $K\in C(\overline{\Omega})\times L^2(0,2\pi)$, и норма оператора $\mathbf{K}$ достаточно мала. Это решение устойчиво относительно вариаций нормы $f(x)$, гладкость его повышается при повышении гладкости коэффициентов $\sigma(x)$, $f(x)$ и ядра $K(x,\theta,\theta')$.

Ниже мы будем рассматривать *обратную задачу* о восстановлении функции $f(x)$ при заданных функциях $\sigma(x)$ и $K(x,\theta,\theta')$, предполагая, что на

[1]*Институт математики им С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск, Россия*

**E-mail: romanov@math.nsc.ru*

$S_+(\theta)$ задано выходящее излучение для всех $\theta \in [0, 2\pi]$. Другими словами, считается заданной функция

$$h(\varphi, \theta) = u|_{x=R\nu(\varphi)}, \quad R\nu(\varphi) \in S_+(\theta), \quad (\varphi, \theta) \in Q, \quad (3)$$

требуется по ней найти $f(x)$.

Определение. Решением обратной задачи назовем функцию $f \in C(\overline{D})$, такую, что решение прямой задачи (1), (2) удовлетворяет условию (3).

Заметим, что существование следа решения задачи (1), (2) на множестве $S_+(\theta)$, а значит и функции $h(\varphi, \theta)$ для $\nu(\varphi) \cdot \nu(\theta) > 0$, следует из сказанного выше о принадлежности функции $u(x, \theta)$ классу $C(\overline{\Omega})$.

При $K(x, \theta, \theta') \equiv 0$ эта задача носит название задачи *эмиссионной томографии* (см. [1]) и имеет практические приложения в медицине. Вопросы единственности и устойчивости ее решения изучались в работах [2—4]. В статьях [5—7] получены формулы обращения. Задача эмиссионной томографии является частным случаем задачи интегральной геометрии на семействе прямых линий. При этом интегралы от функции $f(x)$ задаются с экспоненциальным весом. Для стационарного и нестационарного уравнений переноса излучения выполнены исследования различных обратных задач, связанных с определением функции $\sigma(x)$ и ядра оператора $\mathbf{K}$. Задача об источнике для полного уравнения переноса изучалась в работах [8—12]. В частности, в работах [11, 12] исследованы вопросы разрешимости прямой и обратной задач и получены оценки устойчивости в обратной задаче. Однако при этом на коэффициент поглощения и ядро рассеяния наложены довольно сложные для проверки условия, типа их принадлежности некоторому плотному множеству, для которого прямая задача однозначно разрешима. Остался открытым и вопрос о том, каким образом постоянная в оценке устойчивости зависит от коэффициентов уравнения.

В настоящей работе построена оценка устойчивости решения обратной задачи (1)— [3] в предположении, что решение обратной задачи существует. Эта оценка получена при определенных ограничениях на коэффициент поглощения $\sigma(x)$, ядро рассеяния $K(x, \theta, \theta')$ и функцию $f(x)$, более жестких, чем те, которые были указаны ранее (см. теорему 1). При этих условиях найдено явное значение постоянной в оценке устойчивости.

2. ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ

Учитывая условие (2), определим функцию $\hat{h}(\varphi, \theta)$ формулой

$$\hat{h}(\varphi, \theta) = \begin{cases} h(\varphi, \theta), & \nu(\varphi) \cdot \nu(\theta) > 0, \\ 0, & \nu(\varphi) \cdot \nu(\theta) \le 0. \end{cases} \quad (4)$$

Эта формула задает функцию $\hat{h}(\varphi, \theta)$ на всем множестве $Q = [0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$. В дальнейшем принимается, что $K(x, \theta, \theta')$ и $K_\theta(x, \theta, \theta')$ являются гладкими функциями переменных x и θ, 2π-периодическими по переменной θ и квадратично суммируемыми по θ'. Обозначим

$$K_0^2 = \max_{x \in D} \int_Q K^2(x, \theta, \theta') d\theta d\theta',$$

$$K_1^2 = \max_{x \in D} \int_Q K_\theta^2(x, \theta, \theta' \varphi) d\theta d\theta',$$

$$\lambda_0 = \frac{4\sigma_0^2}{1 - 4R^2\sigma_0^2 + \sqrt{(1 - 4R^2\sigma_0^2)^2 - 8R^2\sigma_0^2}}.$$

Ниже дается основной результат.

Теорема 1. *Пусть* $\sigma, f \in C^2(\overline{D})$, $\operatorname{supp} f(x) \subset D$, $K \in C^2(\overline{\Omega}) \times L^2(0, 2\pi)$, $K_\theta \in C^1(\overline{\Omega}) \times L^2(0, 2\pi)$, *и выполнены условия*

$$0 \le \sigma(x) \le \sigma_0, \in \overline{D}; \quad R\sigma_0 \le \frac{1}{2(2 + \sqrt{2})},$$
$$2RK_1 < 1, \quad 2RK_0 < 1. \quad (5)$$

Тогда для функции $f(x)$ *имеет место оценка*

$$\int_D f^2(x) dx \le$$
$$\le \frac{3(\lambda_0 R^2 + \sqrt{\lambda_0^2 R^4 + 1})(1 + 2R^2(\sigma_0^2 + K_0^2))}{4\pi(1 - 4R^2 K_1^2)} \times \quad (6)$$
$$\times \int_Q [\hat{h}_\varphi^2(\varphi, \theta) + \hat{h}_\theta^2(\varphi, \theta)] d\varphi d\theta,$$

в которой функция $\hat{h}(\varphi, \theta)$ *определена формулой* (4).

Приведем схему *доказательства*. Из предположений теоремы о гладкости функций $\sigma(x)$, $f(x)$ и $K(x, \theta, \theta')$ следует, что $u \in C^2(\overline{\Omega})$, $\hat{h} \in C^2(Q)$, если $2RK_0 < 1$.

Непосредственные вычисления приводят к тождеству

$$0 = 2(\nabla u(x, \theta) \cdot \nu_\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} Lu \equiv$$
$$\equiv \frac{\partial}{\partial \theta} [(\nabla u(x, \theta) \cdot \nu)(\nabla u(x, \theta) \cdot \nu_\theta)] +$$
$$+ (u_\theta u_{x_2})_{x_1} - (u_\theta u_{x_1})_{x_2} + |\nabla u(x, \theta)|^2 +$$
$$+ 2(\nabla u(x, \theta) \cdot \nu_\theta)[\sigma(x) u_\theta(x, \theta) - \mathbf{K}_\theta u].$$

В случае, когда $\sigma(x) = 0$ и $K(x, \theta, \theta') = 0$, это тождество получено в работе [13]. Легко проверяется еще одно тождество

$$0 = -2(x\cdot\nu(\theta))u_\theta\frac{\partial}{\partial\theta}Lu \equiv -\mathrm{div}[(x\cdot\nu(\theta))u_\theta^2\nu(\theta)] -$$
$$-2(x\cdot\nu(\theta))u_\theta(\nabla u\cdot\nu_\theta) + [1-2\sigma(x)(x\cdot\nu(\theta))]u_\theta^2 +$$
$$+2(x\cdot\nu(\theta))u_\theta\mathbf{K}_\theta u.$$

Умножая его на $\lambda > 0$ и складывая с предыдущим, находим, что

$$\begin{gathered}0 = 2[(\nabla u\cdot\nu_\theta) - \lambda(x\cdot\nu(\theta))u_\theta]\frac{\partial}{\partial\theta}Lu \equiv \\ \equiv \frac{\partial}{\partial\theta}[(\nabla u(x,\theta)\cdot\nu)(\nabla u(x,\theta)\cdot\nu_\theta)] + (u_\theta u_{x_2})_{x_1} \\ -(u_\theta u_{x_1})_{x_2} - \mathrm{div}[\lambda(x\cdot\nu(\theta))u_\theta^2\nu(\theta)] + (\nabla u\cdot\nu)^2 + \\ +\{\nabla u\cdot\nu_\theta + [\sigma(x) - \lambda(x\cdot\nu(\theta))]u_\theta - K_\theta u\}^2 + \\ +\{\lambda[1-2\sigma(x)(x\cdot\nu(\theta))] - \\ -[\sigma(x)-\lambda(x\cdot\nu(\theta))]^2\}u_\theta^2 + 2\sigma(x)u_\theta(\mathbf{K}_\theta u) - (\mathbf{K}_\theta u)^2.\end{gathered} \tag{7}$$

Имеют место следующие неравенства

$$\lambda[1-2\sigma(x)(x\cdot\nu(\theta))] - [\sigma(x)-\lambda(x\cdot\nu(\theta))]^2 \geq$$
$$\geq \lambda(1-2R\sigma_0) - (\sigma_0+\lambda R)^2,$$
$$2\sigma(x)u_\theta(\mathbf{K}_\theta u) - (\mathbf{K}_\theta u)^2 \geq -[\sigma_0^2u_\theta^2 + 2(\mathbf{K}_\theta u)^2] \geq$$
$$\geq -\left[\sigma_0 u_\theta^2 + 2K_2^2(x,\theta)\int_0^{2\pi}u^2(x,\theta)d\theta\right],$$

в которых

$$K_2^2(x,\theta) = \int_0^{2\pi}K_\theta^2(x,\theta,\theta')d\theta'.$$

Используя эти неравенства и убирая из (7) неотрицательный член, содержащий $\nabla u\cdot\nu_\theta$, заменим (7) неравенством

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial\theta}[(\nabla u(x,\theta)\cdot\nu)(\nabla u(x,\theta)\cdot\nu_\theta)] + \\ +(u_\theta u_{x_2})_{x_1} - (u_\theta u_{x_1})_{x_2} - \mathrm{div}[\lambda(x\cdot\nu(\theta))u_\theta^2\nu(\theta)] + \\ +(\nabla u\cdot\nu)^2 + \{\lambda(1-2R\sigma_0) - \\ -(\sigma_0+\lambda R)^2 - \sigma_0^2\}u_\theta^2 - 2K_2^2(x,\theta)\int_0^{2\pi}u^2(x,\theta)d\theta \leq 0.\end{gathered} \tag{8}$$

Выберем в качестве λ наименьший положительный корень уравнения

$$\lambda(1-2R\sigma_0) - (\sigma_0+\lambda R)^2 - \sigma_0^2 = 0.$$

Это можно сделать при выполнении условия (5), что $R\sigma_0 \leq \dfrac{1}{2(2+\sqrt{2})}$. Тогда в качестве λ можно взять

$$\lambda = \lambda_0 = \frac{1}{2R^2}(1 - 4R\sigma_0 - \sqrt{(1-4R\sigma_0)^2 - 8R^2\sigma_0^2}).$$

При этом неравенство (8) принимает вид

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial\theta}[(\nabla u(x,\theta)\cdot\nu)(\nabla u(x,\theta)\cdot\nu_\theta)] + (u_\theta u_{x_2})_{x_1} - \\ -(u_\theta u_{x_1})_{x_2} - \mathrm{div}[\lambda_0(x\cdot\nu(\theta))u_\theta^2\nu(\theta)] - \\ -2K_2^2(x,\theta)\int_0^{2\pi}u^2(x,\theta)d\theta \leq 0.\end{gathered} \tag{9}$$

Проинтегрируем неравенство (9) по всем $\theta\in[0,2\pi]$ и по $x\in D$. Тогда первое слагаемое обратится в нуль в силу 2π-периодичности функций, стоящих под знаком производной по θ. Применяя к дивергентной части формулу Грина, приходим к неравенству

$$\begin{gathered}\int_Q[\hat{h}_\varphi(\varphi,\theta)\hat{h}_\theta(\varphi,\theta) - \lambda_0R^2\hat{h}_\theta^2(\varphi,\theta)(\nu\cdot n(\varphi))]d\varphi d\theta + \\ +\int_\Omega[(\nabla u\cdot\nu)^2 - 2K_1^2u^2(x,\theta)]dxd\theta \leq 0,\end{gathered} \tag{10}$$

в котором $n(\varphi)$ – внешняя нормаль к S в точке $x = R\nu(\varphi)$, функция $\hat{h}(\varphi,\theta)$ определена формулой (4), постоянная K_1^2 вычисляется по формуле

$$K_1^2 = \sup_{x\in \underline{D}}\int_0^{2\pi}K_2^2(x,\theta)d\theta = \sup_{x\in \underline{D}}\int_Q K_\theta^2(x,\theta,\theta')d\theta d\theta'.$$

Оценим $\|u\|_{L^2(\Omega)}$ через аналогичную норму функции $\nabla u\cdot\nu(\theta)$. Пусть $\xi_1(x,\theta)$ and $\xi_2(x,\theta)$ точки пересечения прямой $\xi = x + s\nu(\theta)$ с окружностью S, $\xi_1(x,\theta) = x + s_1(x,\theta)\nu(\theta)$, $\xi_2(x,\theta) = x + s_2(x,\theta)\nu(\theta)$. Здесь

$$s_1(x,\theta) = -(x\cdot\nu(\theta)) - \sqrt{(x\cdot\nu(\theta))^2 - |x|^2 + R^2} < 0,$$
$$s_2(x,\theta) = -(x\cdot\nu(\theta)) + \sqrt{(x\cdot\nu(\theta))^2 - |x|^2 + R^2} > 0.$$

Тогда

$$u(x,\theta) = \int_{s_1(x,\theta)}^0(\nabla_x u(x+s\nu(\theta),\theta)\cdot\nu(\theta))ds, \quad (x,\theta)\in\Omega,$$

$$u^2(x,\theta) = \left(\int_{s_1(x,\theta)}^0(\nabla_x u(x+s\nu,\theta)\cdot\nu(\theta))ds\right)^2 \leq$$
$$\leq -s_1(x,\theta)\int_{s_1(x,\theta)}^{s_2(x,\theta)}|\nabla_x u(x+s\nu(\theta),\theta)\cdot\nu(\theta)|^2ds.$$

Из последнего неравенства вытекает оценка

$$\int_\Omega u^2(x,\theta)dxd\theta \leq 2R^2\int_\Omega|\nabla u(x,\theta)\cdot\nu(\theta)|^2dxd\theta. \tag{11}$$

Из неравенств (10) и (11) находим, что

$$\int_Q [\hat{h}_\varphi(\varphi,\theta)\hat{h}_\theta(\varphi,\theta) - \lambda_0 R^2 \hat{h}_\theta^2(\varphi,\theta)(\nu\cdot n(\varphi))]d\varphi d\theta + \\ + (1-4R^2K_1^2)\int_\Omega (\nabla u(x,\theta)\cdot\nu(\theta))^2 dxd\theta \le 0. \tag{12}$$

Воспользуемся алгебраическими соотношениями

$$\lambda_0 R^2 b^2 - ab \le \frac{1}{2}[\varepsilon a^2 + (2\lambda_0 R^2 + \varepsilon^{-1})b^2] = \frac{\varepsilon}{2}(a^2+b^2)$$

справедливыми при $\varepsilon = \lambda_0 R^2 + \sqrt{\lambda_0^2 R^4 + 1}$. Тогда, при условии, что выполнено неравенство $4R^2K_1^2 < 1$, из (12) следует оценка

$$\int_\Omega (\nabla u(x,\theta)\cdot\nu(\theta))^2 dxd\theta \le \\ \le \frac{\varepsilon}{2(1-4R^2K_1^2)}\int_Q [\hat{h}_\varphi^2(\varphi,\theta) + \hat{h}_\theta^2(\varphi,\theta)]d\varphi d\theta. \tag{13}$$

Кроме того, из оценок (13) и (11) следует неравенство

$$\int_\Omega (\mathbf{K}u)^2 dxd\theta \le 2R^2K_0^2\int_\Omega |\nabla u(x,\theta)\cdot\nu(\theta)|^2 dxd\theta \le \\ \le \frac{R^2K_0^2\varepsilon}{1-4R^2K_1^2}\int_Q [\hat{h}_\varphi^2(\varphi,\theta) + \hat{h}_\theta^2(\varphi,\theta)]d\varphi d\theta, \tag{14}$$

в котором

$$K_0^2 = \sup_{x\in D}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} K^2(x,\theta,\theta')d\theta d\theta'.$$

Используя неравенства (13), (14) и уравнение (1), находим, что

$$\int_D f^2(x)dx \le \frac{3}{2\pi}\int_\Omega (|\nabla u(x,\theta)\cdot\nu(\theta)|^2 + \sigma_0^2 u^2(x,\theta) + \\ + (\mathbf{K}u)^2)dxd\theta \le \frac{3\varepsilon(1+2R^2(\sigma_0^2+K_0^2))}{4\pi(1-4R^2K_1^2)}\times \\ \times\int_Q [\hat{h}_\varphi^2(\varphi,\theta) + \hat{h}_\theta^2(\varphi,\theta)]d\varphi d\theta. \tag{15}$$

Заметим, что

$$\lambda_0 = \frac{4\sigma_0^2}{1-4R^2\sigma_0^2 + \sqrt{(1-4R^2\sigma_0^2)^2 - 8R^2\sigma_0^2}}.$$

Полученное выше неравенство (15) приводит к оценке (6).

Простым следствием теоремы 1 является теорема единственности решения рассматриваемой обратной задачи об определении источника. В силу линейности этой задачи, теорема единственности может быть сформулирована в следующем виде.

Теорема 2. *При выполнении условий теоремы* 1, *если* $h(\varphi,\theta)\equiv 0$, *то* $f(x) = 0$ *для всех* $x\in D$.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при поддержке Математического Центра в Академгородке, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2022-281.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Наттерер Ф.* Математические аспекты компьютерной томографии. М.: Мир. 1990. 279 с.
2. *Finch D.V.* Uniqueness for attenuated X-ray transformin the physical range // Inverse Problems. 1986. V. 2. P. 197–203.
3. *Мухометов Р.Г.* Оценка устойчивости решения одной задачи компьютерной томографии // Вопросы корректности задач анализа. Новосибирск. Изд-во: Институт математики СО АН СССР. 1989. С. 122–124.
4. *Шарафутдинов В.А.* О задаче эмиссионной томографии для неоднородных сред // Доклады РАН. 1992. Т. 326. № 2. С. 446–448.
5. *Арбузов Е.М., Бухгейм А.Л., Казанцев С.Г.* Двумерная проблема томографии и теория А-аналитических функций // Алгебра, геометрия, анализ и математическая физика (ред: Решетняк Ю.Г., Бокуть Л.А., Водопьянов С.К., Тайманов И.А.). Новосибирск. Изд-во: Институт математики СО РАН. 1997. С. 6–20.
6. *Novikov R.G.* An inversion formula for attenuated X-ray transformation // Ark. Mat. 2002. V. 40. P. 145–167.
7. *Natterer F.* Inversion of the attenuated Radon transform // Inverse Problems. 2001. V. 17. P. 113–119.
8. *Larsen E.W.* The inverse source problem in radiative transfer // J. Quant. Spect. Radiat. Transfer. 1975. V. 15. P. 1–5.
9. *Siewert C.E.* An inverse source problem in radiative transfer // J. Quant. Spect. Radiat. Transfer. 1993. V. 50. P. 603–609.
10. *Шарафутдинов В.А.* Обратная задача об определении источника в стационарном уравнении переноса на римановом многообразии // Зап. научн. сем. ПОМИ. 1997. Т. 239. С. 236–242.
11. *Bal G., Tamasan A.* Inverse source problem in transport equations. Siam J. Math. Anal. 2007. V. 39. № 1. P. 57–76.
12. *Stefanov P., Uhlmann G.* An inverse source problem in optical molecular imagin // Analysis and PDE. 2008. V. 1. № 1. P. 115–126.
13. *Мухометов Р.Г.* Задача восстановления двумерной римановой метрики и интегральная геометрия // Доклады АН СССР. 1977. Т. 232. № 1. С. 32–35.

A STABILITY ESTIMATE IN THE SOURCE PROBLEM FOR THE RADIATIVE TRANSFER EQUATION

Academician of the RAS V. G. Romanov[a]

[a] *Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk, Russian Federation*

It is given a stability estimate of a solution of a source problem for the stationary radiative transfer equation. It is suppose that the source is an isotropic distribution. Earlier stability estimates for this problem were known in a partial case of the emission tomography problem only, when the scattering operator vanishes, and for the complete transfer equation under additional and difficult in checking conditions for the absorption coefficient and the scattering kernel. In the present work, we suggest a new and enough simple approach for obtaining a stability estimate for the problem under the consideration. The transfer equation is considered in a circle of the two-dimension space. In the forward problem, it is assumed that incoming radiation is absent. In the inverse problem for recovering the unknown source some data for solutions of the forward problem related to outgoing radiation are given. The obtained result can be used for an estimation of the summary density of distributed sources of the radiation.

Keywords: radiative transfer equation, source problem, stability estimate