

УДК 517.953

О НОВОМ ПОДХОДЕ К ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

© 2020 г. М. А. Давыдова¹, член-корреспондент РАН Н. Ф. Еланский², С. А. Захарова^{1,*}

Поступило 08.10.2019 г.

После доработки 10.10.2019 г.

Принято к публикации 12.10.2019 г.

Изложен новый подход к решению задачи определения вертикального коэффициента турбулентной диффузии и его изменчивости, основанный на использовании современных методов асимптотического анализа в сингулярно возмущенных задачах реакция–диффузия в сочетании с информацией, полученной на одной из станций мониторинга атмосферы. Возможности метода продемонстрированы на примере использования диффузионной модели, описывающей изменение вертикального распределения концентрации антропогенной примеси за счет турбулентной диффузии. С целью контроля адекватности математической модели и эффективности вычислительного алгоритма используются натурные измерения концентрации оксида углерода на различных высотах над г. Москва. На основе аналитических расчетов с учетом начальных и граничных условий, согласованных с натурными наблюдениями, определены вертикальные профили коэффициентов турбулентной диффузии и их сезонные изменения. Оценки достоверности восстановленных значений подтверждают высокую эффективность предложенного метода и возможность его использования для определения эмиссий и в численных моделях атмосферы.

Ключевые слова: задачи типа реакция–диффузия, сингулярные возмущения, асимптотические методы, аналитические методы в задачах атмосферной диффузии, загрязнение атмосферы, коэффициент турбулентной диффузии, эмиссии загрязняющих примесей

DOI: 10.31857/S268673972002005X

ВВЕДЕНИЕ

Обеспокоенность неблагоприятными изменениями состава глобальной атмосферы и качества воздуха в городах способствовала развитию системы мониторинга атмосферы и методов численного моделирования атмосферных процессов. Существующие модели в целом адекватно описывают процессы переноса и химической трансформации газовых и аэрозольных примесей в атмосфере. Однако при рассмотрении многих сценариев отмечаются значительные расхождения между результатами расчетов и данными наблюдений. Выделяются две основные причины таких расхождений – это значительная доля субъективизма в задании эмиссий газовых и аэрозольных примесей антропогенного происхождения [1, 2] и большие неопределенности в описании турбу-

лентной диффузии в атмосферном пограничном слое (АПС) [3, 4].

В работах [2, 5] были предложены методы определения антропогенных эмиссий газов и аэрозолей по данным измерений вертикальной стратификации ветра, температуры и концентрации примесей в АПС над городом. Полученные для Москвы и других крупных городов России значения эмиссий [2, 5] оказались существенно точнее, чем те, которые содержатся в широко используемых глобальных базах данных EDGAR, RETRO, IPCC-AR4 и др. [1, 6], собранных в основном по косвенным сведениям о мощности около 40 видов источников (автотранспорт, химическая промышленность и др.). Это показывают результаты использования новых эмиссий в численных моделях [7] и приближение последних версий инвентаризаций (например, EDGAR v 4.3 (2019)) к значениям эмиссий, полученным в [2, 5].

Наибольшую погрешность вычисления эмиссий по данным прямых измерений дают неопределенности, связанные с отсутствием достоверной информации о вертикальном профиле коэффициента турбулентной диффузии $k(z, t)$ в

¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

² Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской Академии наук, Москва, Россия

*E-mail: sa.zakharova@physics.msu.ru

нейтральном и устойчивом АПС. Существует несколько вариантов определения и параметризации $k(z, t)$. Почти все они основаны на теории подобия Мони́на–Обухова [8]. Но, как показали результаты численного моделирования, эти схемы расчета $k(z, t)$ часто не применимы для устойчивого АПС, характерного для ночного времени и слабых ветров [9, 10]. В настоящее время большое распространение получил метод определения $k(z, t)$ в нейтральном и устойчивом АПС Grisogono [10] и его модификации [4, 11], основанные на вычислении эмпирических коэффициентов по данным о вертикальной стратификации ветра и температуры с высоким (10–20 м) разрешением по высоте (LES-данные). Однако и эти процедуры не всегда адекватно отражают реальные условия, свойственные крупным городам [4]. К тому же столь подробные метеорологические наблюдения проводятся лишь в ходе специально поставленных экспериментов, результаты которых отражают в основном состояние атмосферного пограничного слоя в данном месте в данное время.

В настоящей работе обосновывается новый подход к восстановлению вертикального профиля $k(z, t)$ по данным измерений концентрации примесей на 2–4-х высотных уровнях в устойчивом или нейтральном пограничном слое. Такие измерения несложно проводить во всех городах, а также в сельской местности при размещении сенсоров на ретрансляционных вышках. Результаты наблюдений скорости накопления примесей в приземном воздухе и рассчитанные значения $k(z, t)$ являются основой для определения антропогенных и природных эмиссий химически активных веществ и прогнозирования возможных изменений состава атмосферы [2, 5].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Изменение вертикального распределения концентрации антропогенной примеси, обусловленное диффузионным процессом, описывается задачей

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(k(z, t) \frac{\partial c}{\partial z} \right), \quad z_0 < z < H(t), \quad t > 0, \\ c(z, 0) &= c^0(z), \quad z_0 \leq z \leq H(0), \quad c(z_0, t) = c_1(t), \\ \frac{\partial c}{\partial z}(H(t), t) &= 0, \quad t \geq 0, \end{aligned}$$

где $c(z, t)$ – концентрация вещества, $k(z, t) > 0$ – коэффициент турбулентной диффузии, $c^0(z)$ – распределение концентрации в момент времени $t = 0$, $c_1(t)$ – распределение концентрации на высоте $z = z_0$, $H(t)$ – ширина АПС.

Зависимостью коэффициента $k(z, t)$ от времени на интервале T в несколько часов можно пренебречь, а в качестве границы $z = H(t)$ выбрать среднее значение \bar{H} функции $H(t)$ на указанном интервале. С учетом этого в безразмерных переменных имеем сингулярно возмущенную модельную задачу

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \bar{t}} &= \varepsilon^2 \left(A(\bar{z}) \frac{\partial^2 u}{\partial \bar{z}^2} + B(\bar{z}) \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} \right), \\ \bar{z} &\in (Z_0, H_0), \quad \bar{t} \in (0, T_0), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} u(\bar{z}, 0) &= u^0(\bar{z}), \quad \bar{z} \in [Z_0, H_0], \\ u(Z_0, \bar{t}) &= u_1(\bar{t}), \quad \frac{\partial u}{\partial \bar{z}}(H_0, \bar{t}) = 0, \quad \bar{t} \in [0, T_0], \end{aligned} \quad (2)$$

где функция $\varepsilon^2 A(\bar{z}) := k(L\bar{z})(LV_x)^{-1} \sim (\text{Pr}_D \text{Re})^{-1} \ll 1$ для приземного слоя атмосферы, $\varepsilon > 0$ – малый параметр, $B(\bar{z}) := \partial A(\bar{z}) / \partial \bar{z}$, $u^0(\bar{z}) := c^0(L\bar{z})U^{-1}$, $u_1(\bar{t}) := c_1(T_x \bar{t})U^{-1}$, $Z_0 := z_0 L^{-1}$, $T_0 := TT_x^{-1}$, $H_0 := \bar{H}L^{-1}$, V_x – характерная скорость, L и T_x – характерный пространственный и временной масштаб.

Асимптотическое решение задачи (1), (2) получается с использованием алгоритма А.Б. Васильевой [12]:

$$\begin{aligned} u(\bar{z}, \bar{t}) &= \bar{u}_0(\bar{z}, \bar{t}) + \varepsilon \bar{u}_1(\bar{z}, \bar{t}) + \Pi_0 u(\rho, \bar{t}) + \\ &+ \varepsilon \Pi_1 u(\rho, \bar{t}) + R_0 u(\tau, \bar{t}) + \varepsilon R_1 u(\tau, \bar{t}) + \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\bar{u}_0(\bar{z}, \bar{t}) + \varepsilon \bar{u}_1(\bar{z}, \bar{t}) + \dots$ – регулярный ряд, $\Pi_0 u(\rho, \bar{t}) + \varepsilon \Pi_1 u(\rho, \bar{t}) + \dots$ – пограничный ряд, описывающий пограничный слой с локализацией в окрестности точки $\bar{z} = Z_0$; $R_0 u(\tau, \bar{t}) + \varepsilon R_1 u(\tau, \bar{t}) + \dots$ – пограничный ряд, описывающий пограничный слой, локализованный в окрестности точки $\bar{z} = H_0$, $\rho = (\bar{z} - Z_0)\varepsilon^{-1}$, $\tau = (\bar{z} - H_0)\varepsilon^{-1}$.

Подставляя ряд (3) в задачу (1)–(2), приходим к последовательности задач для определения коэффициентов разложения (3). В частности, в нулевом приближении имеем: $(\partial \bar{u}_0 / \partial \bar{t}) = 0$. Положим: $\bar{u}_0(\bar{z}, t) = u^0(\bar{z})$. В следующем приближении для коэффициента регулярного ряда получаем уравнение $(\partial \bar{u}_1 / \partial \bar{t}) = 0$ с решением $\bar{u}_1(\bar{z}, \bar{t}) = 0$, которое удовлетворяет условию $\bar{u}_1(\bar{z}, 0) = 0$. Далее, относительно функции $\bar{u}_2(\bar{z}, \bar{t})$ приходим к уравнению

$$\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{t}} = A(\bar{z}) \frac{\partial^2 \bar{u}_0}{\partial \bar{z}^2} + B(\bar{z}) \frac{\partial \bar{u}_0}{\partial \bar{z}}$$

с решением $\bar{u}_2(\bar{z}, \bar{t}) = \left(A(\bar{z}) \frac{\partial^2 u^0}{\partial \bar{z}^2} + B(\bar{z}) \frac{\partial u^0}{\partial \bar{z}} \right) \bar{t}$, удовлетворяющим условию $\bar{u}_2(\bar{z}, 0) = 0$ и возрастающим с ростом \bar{t} , что объясняется упрощенным описанием, не учитывающим наличие стоков вещества.

Относительно функций $\Pi_k u(\rho, \bar{t})$ и $R_k u(\tau, \bar{t})$ получаем, соответственно, начально-краевые задачи Дирихле и Неймана для линейной уравнения теплопроводности на полупрямой с решениями в явном виде. Например, при $k = 0$ или $k = 1$ имеем

$$\Pi_0 u(\rho, \bar{t}) = \frac{\rho}{2\sqrt{\pi A(Z_0)}} \int_0^{\bar{t}} e^{-\frac{\rho^2}{4A(Z_0)(\bar{t}-\lambda)}} \frac{(u_1(\lambda) - u^0(Z_0))}{(\bar{t} - \lambda)^{3/2}} d\lambda,$$

$$R_0 u(\tau, \bar{t}) = 0.$$

$$\Pi_1 u(\rho, \bar{t}) = \int_0^{\bar{t}+\infty} \int_0^{\bar{t}} e^{\frac{(\rho-\xi)^2}{4A(Z_0)(\bar{t}-\lambda)} - \frac{(\rho+\xi)^2}{4A(Z_0)(\bar{t}-\lambda)}} \frac{1}{2\sqrt{\pi A(Z_0)(\bar{t}-\lambda)}} \times$$

$$\times \left(A_z(Z_0) \frac{\partial^2 \Pi_0 u}{\partial \xi^2} + B(Z_0) \frac{\partial \Pi_0 u}{\partial \xi} \right) d\xi d\lambda,$$

$$R_1 u(\tau, \bar{t}) = -\sqrt{\frac{A(H_0)}{\pi}} \frac{\partial u^0(H_0)}{\partial \bar{z}} \int_0^{\bar{t}} e^{-\frac{\tau^2}{4A(H_0)(\bar{t}-\lambda)}} \frac{1}{\sqrt{\bar{t}-\lambda}} d\lambda.$$

Используя явный вид функций $\Pi_k u(\rho, \bar{t})$ и $R_k u(\tau, \bar{t})$, несложно доказать их экспоненциальное убывание с изменением аргументов ρ и τ :

$$|\Pi_k u(\rho, \bar{t})| \leq C_k(\bar{t}) e^{-v_k(\bar{t})\rho}, \quad |R_k u(\tau, \bar{t})| \leq C_k(\bar{t}) e^{-\mu_k(\bar{t})\tau},$$

где $C_k(\bar{t})$, $v_k(\bar{t})$, $\mu_k(\bar{t})$ – некоторые положительные функции, $k \geq 0$.

Доказательство существования классического решения задачи (1), (2) с асимптотикой (3) и оценка остаточного члена основаны на использовании принципа сравнения [13].

Функции $\alpha^{(\pm)}(\bar{z}, \bar{t}, \varepsilon) \in C^2(Z_0, H_0) \times C^1(0, T_0] \cap C^1[Z_0, H_0] \times C[0, T_0]$ называются, соответственно, верхним и нижним решениями задачи (1), (2), если:

$$L_\varepsilon \alpha^{(+)} := -\frac{\partial \alpha^{(+)}}{\partial \bar{t}} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(A(\bar{z}) \frac{\partial \alpha^{(+)}}{\partial \bar{z}} \right) \leq 0 \leq L_\varepsilon \alpha^{(-)},$$

$$\bar{z} \in (Z_0, H_0), \quad \bar{t} \in (0, T_0],$$

$$\alpha^{(-)}(\bar{z}, 0, \varepsilon) \leq u^0(\bar{z}) \leq \alpha^{(+)}(\bar{z}, 0, \varepsilon),$$

$$\alpha^{(-)}(\bar{z}, \bar{t}, \varepsilon) \leq \alpha^{(+)}(\bar{z}, \bar{t}, \varepsilon), \quad (4)$$

$$\bar{z} \in [Z_0, H_0], \quad \bar{t} \in [0, T_0],$$

$$\alpha^{(-)}(Z_0, \bar{t}, \varepsilon) \leq u_1(\bar{t}) \leq \alpha^{(+)}(Z_0, \bar{t}, \varepsilon),$$

$$\alpha_z^{(-)}(H_0, \bar{t}, \varepsilon) \leq 0 \leq \alpha_z^{(+)}(H_0, \bar{t}, \varepsilon), \quad \bar{t} \in [0, T_0].$$

В соответствии с асимптотическим методом дифференциальных неравенств [12]:

$$\alpha^{(\pm)}(\bar{z}, \bar{t}, \varepsilon) = u^0(\bar{z}) \pm \varepsilon \gamma + \Pi_0 u(\rho, \bar{t}) + \varepsilon \Pi_1 u(\rho, \bar{t}) + \varepsilon \Pi_\alpha^{(\pm)} u(\rho, \bar{t}) + \varepsilon R_1 u(\tau, \bar{t}) + \varepsilon^2 R_2 u(\tau, \bar{t}), \quad (5)$$

где

$$\gamma > 0, \quad \Pi_\alpha^{(\pm)} u(\rho, \bar{t}) =$$

$$= \pm \int_0^{\bar{t}+\infty} \int_0^{\bar{t}} e^{\frac{(\rho-\xi)^2}{4A(Z_0)(\bar{t}-\lambda)} - \frac{(\rho+\xi)^2}{4A(Z_0)(\bar{t}-\lambda)}} \frac{1}{2\sqrt{\pi A(Z_0)(\bar{t}-\lambda)}} \Psi(\xi, \lambda) d\xi d\lambda \pm$$

$$\pm \frac{\rho}{2\sqrt{\pi A(Z_0)}} \int_0^{\bar{t}} e^{-\frac{\rho^2}{4A(Z_0)(\bar{t}-\lambda)}} \frac{(\Delta(\lambda) - \gamma)}{(\bar{t} - \lambda)^{3/2}} d\lambda,$$

причем $0 < \Psi(\rho, \bar{t}) < C(\bar{t}) e^{-\kappa(\bar{t})\rho}$, $C(\bar{t}) > 0$, $\kappa(\bar{t}) > 0$, $\bar{t} \in [0, T_0]$. Функция $\Delta(\bar{t})$ удовлетворяет условиям: $\Delta(\bar{t}) - \gamma > 0$, $\bar{t} \in (0, T_0]$, $\Delta(0) - \gamma = 0$. Соответствующий выбор параметров $C(\bar{t})$, $\kappa(\bar{t})$, γ и $\Delta(\bar{t})$ обеспечивает выполнение неравенств (4), в чем легко убедиться, подставив функции (5) в неравенства (4).

Теорема. Пусть функции $A(\bar{z})$, $B(\bar{z})$, $u^0(\bar{z})$ дважды непрерывно дифференцируемы при $\bar{z} \in [Z_0, H_0]$, функция $u_1(\bar{t})$ непрерывна при $\bar{t} \in [0, T_0]$, причем условия (2) согласованы. Тогда существует единственное классическое решение $u(\bar{z}, \bar{t})$ задачи (1), (2) такое, что

$$|u(\bar{z}, \bar{t}) - U_0(\bar{z}, \bar{t})| \leq C\varepsilon, \quad \bar{z} \in [Z_0, H_0], \quad \bar{t} \in [0, T_0],$$

где $C > 0$ не зависит от ε ,

$$U_0(\bar{z}, \bar{t}) := u^0(\bar{z}) +$$

$$+ \frac{\bar{z} - Z_0}{2\varepsilon\sqrt{\pi A(Z_0)}} \int_0^{\bar{t}} e^{-\frac{(\bar{z}-Z_0)^2}{4\varepsilon^2 A(Z_0)(\bar{t}-\lambda)}} \frac{u_1(\lambda) - u^0(Z_0)}{(\bar{t} - \lambda)^{3/2}} d\lambda. \quad (6)$$

При переходе к размерным переменным в формуле (6) приходим к распределению концентрации:

$$c(z, t) = c^0(z) +$$

$$+ \frac{z - z_0}{2\sqrt{\pi k(z_0)}} \int_0^t e^{-\frac{(z-z_0)^2}{4k(z_0)(t-\lambda)}} \frac{c_1(\lambda) - c^0(z_0)}{(t - \lambda)^{3/2}} d\lambda. \quad (7)$$

Решение $u(\bar{z}, \bar{t})$ задачи (1), (2) с асимптотикой (3) устойчиво по отношению к малым возмущениям начального распределения $u^0(\bar{z})$ в равномерной норме. Это свойство $u(\bar{z}, \bar{t})$ следует из способа доказательства теоремы и существенно, поскольку распределение $u^0(\bar{z})$ дается с определенной погрешностью.

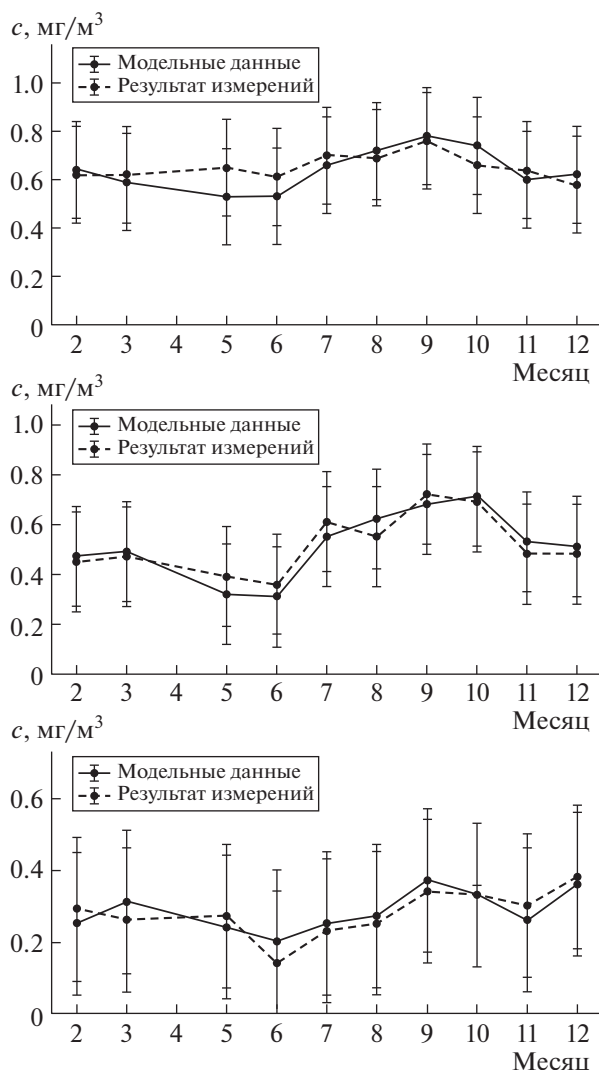


Рис. 1. Изменение среднемесячной концентрации CO с февраля по декабрь 2009 г. на высоте 130 м (а), 248 м (б) и 348 м (в). Пунктирная линия соответствует результатам измерений, сплошная – модельным расчетам. Вертикальные линии показывают 95% интервал значимости.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ

Для восстановления коэффициента турбулентной диффузии $k(z, t)$ в устойчивом и нейтральном пограничном слое атмосферы использовались данные измерений концентрации оксида углерода CO с 1 февраля по 31 декабря 2009 г. в утренние часы (с 7 : 00 до 10 : 00 местного времени) на высотных уровнях 10, 130, 248 и 348 м на телевизионной башне в Останкино. В это время суток происходит постепенный подъем и накопление CO в приземном воздухе по мере роста интенсивности дорожного движения и начала работы промышленных предприятий. Действую-

щие на башне измерительные приборы, средства калибровки и методики измерений соответствовали требованиям Глобальной системы мониторинга Всемирной метеорологической организации (GAO WMO). Их подробное описание приведено в [5]. Для оценки качества данных применялись рекомендованные GAW WMO процедуры. На каждом высотном уровне по данным измерений рассчитывались среднемесячные значения концентрации CO. Эпизодические выбросы значений концентраций, связанные со скачками напряжения в электросети и выходящие за пределы $\pm 3\sigma^2$, исключались. Общее количество данных, по которым рассчитывались среднемесячные значения, менялось от 30 в июне до 102 в марте. В апреле из-за сильных ветров и большого числа облачных дней устойчивая стратификация наблюдалась редко, и результаты расчетов получились незначимыми. Далее, по формуле (7) вычислялось вертикальное распределение концентрации CO для каждого дня, при этом координата z изменялась от 10 м до 348 м, а время t – от 7 : 00 до 10 : 00. С целью получения начального распределения $c^0(z)$ использовались данные измерений на 4 высотах в 7 : 00, а в целях получения граничного условия $c_1(t)$ – данные измерений на высоте 10 м. Для того, чтобы обеспечить необходимую гладкость распределений $c^0(z)$ и $c_1(t)$, натурные измерения аппроксимировались базисными сплайнами [14] с учетом условия согласования начального и граничных условий задачи. Затем с использованием диффузионной модели вычислялись среднемесячные модельные значения концентрации CO на каждом уровне. Коэффициенты турбулентной диффузии рассчитывались с использованием линейно-экспоненциальной параметризации его вертикального профиля [10, 11]:

$$k(z) = (k_{\max} e^{1/2/z_{\max}}) z \exp[-0.5(z/z_{\max})^2],$$

где k_{\max} – максимальное значение коэффициента турбулентной диффузии, z_{\max} – высота, которой он соответствует. Такая параметризация предполагает выполнение условия достижения максимального значения $k(z)$ на 1/3 высоты атмосферного пограничного слоя \bar{H} над городом при устойчивой и нейтральной стратификации. Это условие выполняется и для других параметризаций, в частности параметризации О'Брайена [15]. С целью согласования модельных и натуральных данных (в среднеквадратичном смысле) для каждого месяца численно подбирались параметры k_{\max} и z_{\max} , присутствующие в формуле для расчета $k(z)$ [15].

Среднемесячные значения концентрации CO представлены на рис. 1, где пунктирная линия со-

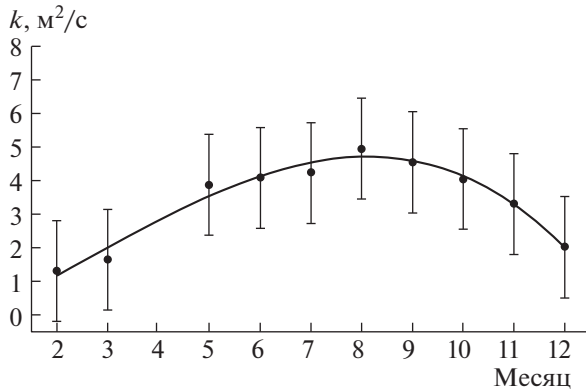


Рис. 2. Изменение среднемесячных значений коэффициента турбулентной диффузии $k(z)$ на высоте 130 м в течение 2009 г.

ответствует результатам измерений, а сплошная — модельным данным. Повышенные концентрации на всех уровнях отмечаются в июле—октябре. Максимальная в этот период активность автотранспорта и наиболее высокое положение верхней границы АПС (260–350 м) способствуют хорошему перемешиванию [5]. Дополнительный вклад в увеличение CO на высоте 248 м вносят выбросы из высоких труб 22 крупных московских ТЭЦ. На уровне 348 м влияние вертикального перемешивания ослабевает, но повышается роль адвективного переноса от удаленных источников, расположенных за пределами мегаполиса. Влияние дальнего переноса сглаживает сезонные вариации CO .

Сезонный ход $k(z)$ (пример приведен на рис. 2) в среднем повторяет сезонные вариации концентрации, что говорит о тесной связи между этими величинами. Повышенная интенсивность вертикального перемешивания в АПС над городом в июле—октябре вызвана прогревом земной поверхности и приземного воздуха, а также значительными антропогенными потоками тепла, в том числе связанных с началом отопительного периода в октябре. Пример восстановленного вертикального профиля $k(z)$ в августе 2009 г. представлен на рис. 3. Выделенный сплошной линией участок профиля показывает изменение коэффициента на высотах от 130 м до 350 м. В этом месяце турбулентное перемешивание является наиболее активным. Значение k_{\max} , равное $5.4 \text{ м}^2/\text{с}$, отмечается на высоте 180 м, что подразумевает положение верхней границы АПС на высоте около 500 м. Наиболее слабое перемешивание — в феврале: $k_{\max} = 2.4 \text{ м}^2/\text{с}$, а соответствующая ему высота $z_{\max} = 70 \text{ м}$.

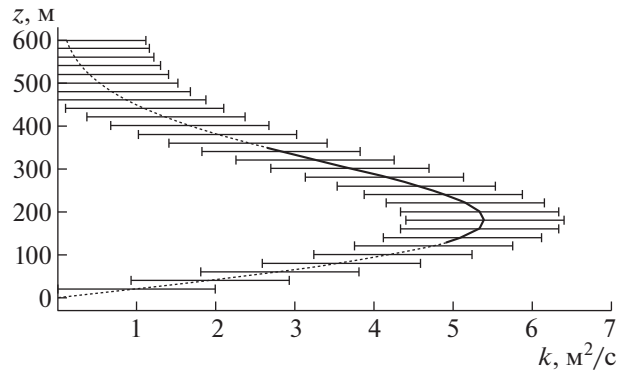


Рис. 3. Средний за август 2009 г. вертикальный профиль коэффициента турбулентной диффузии $k(z)$. Сплошной линией отмечен участок, на котором проводились измерения. Горизонтальные линии показывают 95% интервал значимости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Расчитанные для Москвы профили $k(z, t)$ и их сезонная изменчивость примерно повторяют характерные особенности турбулентной диффузии, полученные в результате исследований тонкой структуры вертикальной стратификации АПС над городами с похожей инфраструктурой и близкими климатическими условиями [4, 11], т.е. предложенный метод определения $k(z, t)$, основанный на использовании аналитического решения модельной задачи в сочетании с данными измерений, может широко применяться на сети станций мониторинга атмосферы, которые, как правило, не обеспечены средствами наблюдения вертикальной стратификации АПС с высоким разрешением. При этом есть возможность повысить надежность метода, если использовать данные измерений короткоживущих примесей, для которых дальний перенос не будет играть заметной роли. Таким образом, предложенный метод расчета $k(z, t)$ открывает большие перспективы перед определением эмиссий парниковых газов и химически активных соединений, необходимых для оценки и прогнозирования качества воздуха и состояния климатической системы.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках проектов 17–29–05102 и 18–29–10080. Данные наблюдений взяты из базы данных, созданной при поддержке проекта РНФ 16–17–10275. Наблюдения вертикальной стратификации атмосферного пограничного слоя выполнены на станции ИФА РАН при поддержке РФФИ (проект 19–05–00352).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kuenen J.J.P., Visschedijk A.J.H., Jozwicka M., et al. H.A.C. TNOMACC_II Emission Inventory; a Multi-year (2003–2009) Consistent High-resolution European Emission Inventory for Air Quality Modeling // Atmos. Chem. Phys. 2014. V. 14. P. 10 963–10 976.*
2. *Elansky N.F. Air quality and CO emissions in the Moscow megacity // Urban Clim. 2014. V. 8. P. 42–56.*
3. *Алоян А.Е. Моделирование динамики и кинетики газовых примесей и аэрозолей в атмосфере. М.: Наука. 2014. 415 с.*
4. *Jeričević A., Kraljević L., Grisogono B., et al. Parameterization of Vertical Diffusion and the Atmospheric Boundary Layer Height Determination in the EMEP Model // Atmos. Chem. Phys. 2010. V. 10. P. 341–364.*
5. *Elansky N.F., Ponomarev N.A., Verevkin Y.M. Air Quality and Pollutant Emissions in the Moscow Megacity in 2005–2014 // Atmos. Environ. 2018. V. 175. № 2. P. 54–64.*
6. *Butler T.M., Lawrence M.G., Gurjar B.R. et al. The Representation of Emission from Megacities in Global Emissions Inventories // Atmos. Environ. 2008. V. 42. № 4. P. 703–719.*
7. *Еланский Н.Ф., Курсанов А.А., Пономарёв Н.А. и др. Применение химико-транспортных моделей атмосферы для валидации эмиссий загрязняющих примесей в Москве // Оптика атмосферы и океана. 2019. (в печати).*
8. *Монин А.С., Обухов А.М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы // Труды Геофиз. Ин-та АН СССР. 1954. Т. 151. С. 163–187.*
9. *Mauritsen T., Svensson G., Zilitinkevich S., et al. A Total Turbulent Energy Closure Model for Neutrally and Stably Stratified Atmospheric Boundary Layers // J. Atmos. Sci. 2007. V. 64. P. 4113–4126.*
10. *Grisogono B., Oerlemans J. Justifying the WKB Approximation in Pure Katabatic Flows // Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography. 2002. V. 54. P. 453–462.*
11. *Grisogono B., Kraljević L., Jeričević A. The Low-level Katabatic Jet Height Versus Monin-Obukhov Height Q. J. Roy // Meteorol. Soc. 2007. V. 133. P. 2133–2136.*
12. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф., Нефедов Н.Н. Сингулярно возмущенные задачи с пограничными и внутренними слоями // Труды Мат. Ин-та им. В.А. Стеклова. 2010. Т. 268. С. 268–283.*
13. *Pao C.V. Nonlinear Parabolic and Elliptic Equations. N.Y.: Plenum, 1992.*
14. *Калиткин Н.Н., Альшина Е.А. Численные методы: в 2 кн. Кн 1. Численный анализ. М.: Издательский центр “Академия”, 2013.*
15. *O’Brien J. J. A Note on the Vertical Structure of the Eddy Exchange Coefficient in the Planetary Boundary Layer // J. Atmos. Sci. 1970. V. 27. P. 1213–1215.*

ON A NEW APPROACH TO THE PROBLEM OF RECONSTRUCTING THE VERTICAL TURBULENT DIFFUSION COEFFICIENT IN THE ATMOSPHERIC BOUNDARY LAYER

M. A. Davydova^a, Corresponding Member of the RAS N. F. Elansky^b, and S. A. Zakharova^{a,#}

^a *Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation*

^b *A.M. Obukhov Institute of the Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

[#] *E-mail: sa.zakharova@physics.msu.ru*

In the present paper, a new approach to the solving of the problem of determining the vertical coefficient of turbulent diffusion and its variability, based on the use of the modern methods of asymptotic analysis in the singularly perturbed reaction-diffusion problems in the combination with the information obtained at one of the atmospheric monitoring stations, is presented. The capabilities of the method are demonstrated by using the simplest diffusion model that describes the change in the vertical distribution of the concentration of anthropogenic impurities due to the turbulent diffusion. In order to control the adequacy of the mathematical model and the efficiency of the computational algorithm, the field measurements of the carbon monoxide concentration at the various heights above the Moscow are used. Based on the analytical calculations, taking into account the initial and boundary conditions, consistent with the field observations, the vertical profiles of the turbulent diffusion coefficients and their seasonal changes are determined. The estimates of the reliability of recovered values confirm the high efficiency of the proposed method and the possibility of its use for the determining emissions and in the numerical models of the atmosphere.

Keywords: reaction-diffusion problems, singular perturbations, asymptotic methods, analytical methods in the atmospheric diffusion problems, atmospheric pollution, turbulent diffusion coefficient, emission of the pollutants