

УДК 628.1.032

## ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА КАЧЕСТВА РЕЧНОЙ ВОДЫ

© 2020 г. О. М. Розенталь<sup>1,\*</sup>, Дж. А. Тамбиева<sup>2</sup>

Представлено академиком РАН А.О. Глико 26.11.2019 г.

Поступило 16.01.2020 г.

После доработки 16.01.2020 г.

Принято к публикации 18.01.2020 г.

Обнаружен циклически-волновой характер изменения состава и свойств речных вод, указывающий на наличие эффекта долговременной памяти в соответствующих временных рядах. Эффект заключается в том, что текущие значения контролируемых показателей в большой степени зависят от их прошлых значений. Установлена связь долговременной памяти и персистентности с показателем Хёрста и фракталами исследованных рядов. Продемонстрирована возможность количественной оценки эффекта долговременной памяти для управляемого водопользования.

*Ключевые слова:* состав речных вод, временные ряды, фрактальный анализ, долговременная память, фазовый анализ, циклы, квазициклы

DOI: 10.31857/S2686739720030160

Разброс значений многих показателей состава и свойств речной воды в десятки раз превышает их сезонную изменчивость [1] и часто сопровождается высоким и сверхвысоким загрязнением рек. Непредсказуемость такого разброса создает неприемлемый экономический ущерб предприятиям-водопользователям, вынужденным работать, оставаясь “во власти стихии”. Однако ситуация может быть исправлена, если будет обнаружено, что изменения состава воды, кажущиеся происходящими хаотично, все же включают элементы регулярной структуры, как это свойственно многим природным процессам [2–4]. В связи с этим был выполнен анализ временных рядов (ВР) показателей качества речных вод на наличие элементов упорядоченности.

Предварительное подтверждение перспективности такой работы было получено при рассмотрении информации о качестве воды в р. Исеть (бассейн р. Оби). Таково, например, ВР содержание меди (ВР  $C_{Cu}$ ), которое считается здесь одним из наименее прогнозируемых параметров вследствие его высокого непостоянства из-за геохимической неоднородности подстилающих пород и сбросов медь-содержащих загрязнений предприятиями этого промышленного региона. Вывод о периодичности следует, в частности, из рис. 1а,

где сменяющие друг друга фазы – периоды положительного, либо отрицательного прироста концентрации – содержат элементы “самоподобия”. Из фазового портрета данной динамической системы, приведенного на рис. 1б, видно также, что изменение концентрации  $C_i(C_{i-1})$ , где  $i$  – номер месяца, в тот же период времени напоминает циклически-волновой процесс.

Впрочем, более общая картина, как это следует из приведенной на рис. 2 огибающей линии, циклически не демонстрирует. Поэтому было выполнено исследование с помощью подходов, базирующихся на:

– выявлении циклически-волновой динамики состава и свойств речной воды;

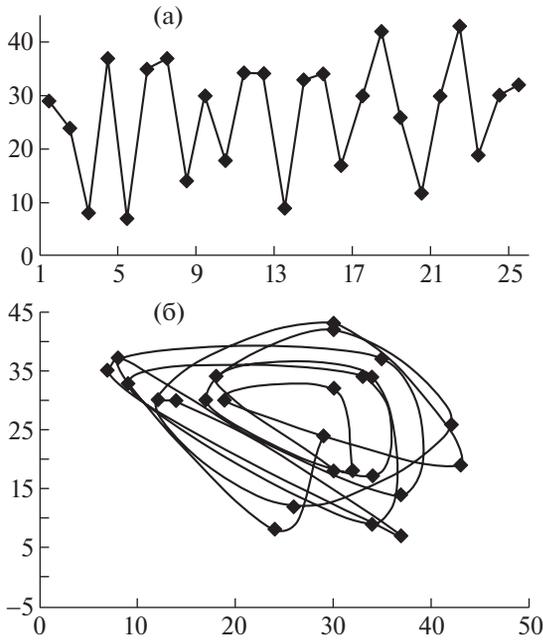
– наблюдении возможных эффектов долговременной памяти соответствующих ВР, рядов, и их персистентности, характеризующей склонность сохранять тенденцию изменения значений контролируемых показателей.

Исследование выполняли в фазовом пространстве  $\Phi_\rho$  размерности  $\rho = 2$ , которое может быть представлено в виде:  $\Phi_{\rho=2}(C) = \{w_i\}$ ,  $w_i = (C_i, C_{i+1})$ ,  $i = 1, 2, \dots, n-1$ . Учитывалось, что ряд точек  $(C_i, C_{i+1}, \dots, C_{i+k})$  из общей последовательности  $(C_1, C_2, \dots, C_{n-1})$  в среде  $\Phi_{\rho=2}(C)$  образует цикл (квазицикл из  $k$  узлов), если на интервале  $[C_i, C_{i+k}]$  отрезки  $(C_i, C_{i+1})$  и  $(C_{i+k-1}, C_{i+k})$  пересекаются, образуя первое на этом интервале самопересечение фазовой траектории. Если же фазовая траектория на интервале  $[C_i, C_{i+k}]$ , не достигнув самопересечения, начинает расходиться, то кон-

<sup>1</sup> Институт водных проблем Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>2</sup> Северо-Кавказская государственная академия, Карачаево-Черкесская Республика, Черкесск, Россия

\*E-mail: orosental@rambler.ru



**Рис. 1.** Концентрация меди в р. Исеть, створ на 7 км ниже Екатеринбурга. а – концентрация меди, мкг/дм<sup>3</sup> в зависимости от номера месяца проведения измерений с 10.2004 по 12.2006; б – концентрация  $C_t(C_{t-1})$ .

цом квазицикла считалась точка  $C_{i+k}$ , для которой  $\rho(C_i, C_{i+k}) = \min_j \rho(C_i, C_{i+j}) < \rho(C_i, C_{i+k+1})$ ,  $j = \overline{i+1, i+k}$ , т.е. расстояние между точками  $C_i$  и  $C_{i+k}$  на интервале  $[C_i, C_{i+k}]$ , является наименьшим.

Здесь  $k + 1$  представляет собой длину квазицикла.

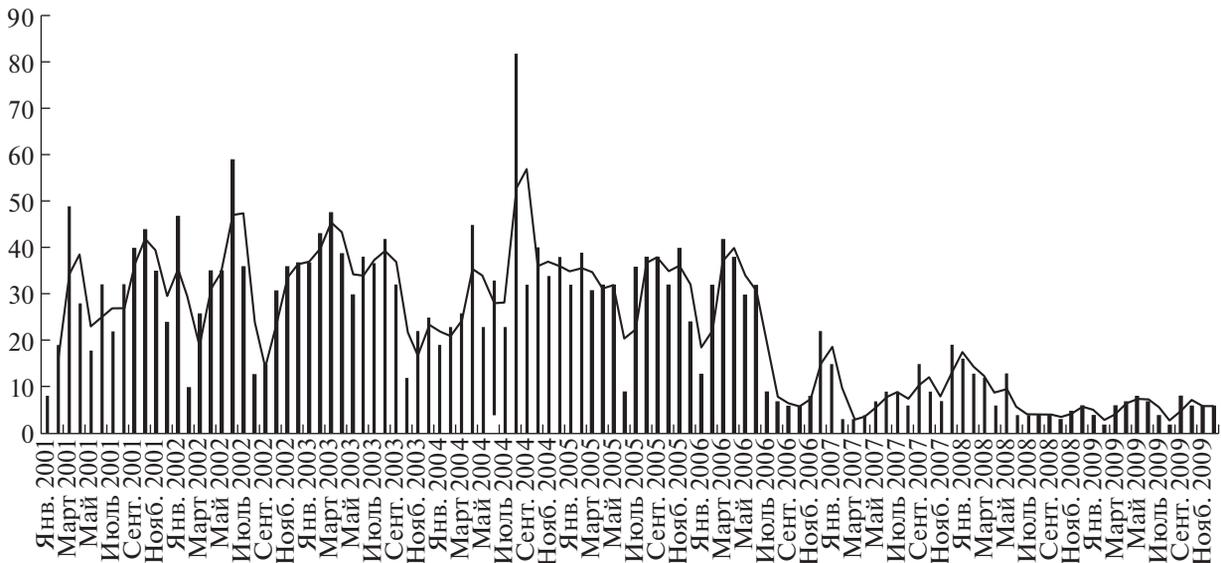
На рис. 3 даны примеры найденных с помощью фазового анализа типичных квазициклов приведенного на рис. 1 ряда наблюдений. В заголовках рисунков указаны точки, вошедшие в эти элементы структуры, а в скобках – их длина.

Общие результаты фазового анализа данного ВР приведены в табл. 1.

Из приведенных в табл. 1 данных следует, что в данном ВР доминируют квазициклы длиной  $d = \{6, \dots, 8\}$  мес. Их общий удельный вклад в циклически-волновую структуру составляет около 70%, что указывает на целесообразность поиска здесь эффекта долговременной памяти и персистентности, тесно связанных с наличием в структуре рядов самоподобия (точнее, самоаффинности), главного характерного признака фрактальности объекта.

В отсутствие долговременной памяти ВР описывается моделью случайного блуждания, а при ее наличии – моделями обобщенного броуновского движения. Адекватной характеристикой последних является показатель (экспонента) Хёрста  $H(i)$ , отображающий память ВР как наличие персистентности [4, 5]. Оценка этого показателя осуществляется с помощью оценки нормированного размаха или методом так называемого  $R/S$ -анализа по выборкам из стационарного процесса с долговременной памятью:

$$\frac{R(i)}{S(i)} = A^{H(i)}, \tag{1}$$



**Рис. 2.** Ряд наблюдений содержания меди (ВР  $C_u$ ) в р. Исеть (19.1 км ниже г. Екатеринбурга) с 25 января 2001 г. по 23 декабря 2009 г. с кривой тренда – скользящее среднее – “линейная фильтрация” (2 линейный фильтр – по 2 точкам).

где  $R(i)$  – нормированный размах вариации [4, 6],  $S(i)$  – стандартное отклонение,  $A$  – константа, оцениваемая как свободный член регрессии.

Далее  $R/S$ -анализ рассматривается как критерий верификации ритмических закономерностей и их дифференциации на просто циклические и самоподобные (фрактальные) кластеры.

При  $H > 0.5$  исследуемый ряд характеризуется персистентностью, указывающей на наличие долговременной памяти, и фрактальностью, а при  $H < 0.5$  – антиперсистентностью, означающей, что рост контролируемых показателей в предыдущем периоде, скорее всего, сменится их спадом в следующем периоде, а если шло снижение, то вероятен близкий подъем.

Для количественных оценок фрактальных свойств ряда показателей состава воды оценивали показатель Хёрста при  $A = 0.5$ . Использовали ряды данных для ВР  $Cu$  с 25 января 2001 г. по 23 декабря 2009 г., в течение которого велись ежемесячные наблюдения.

Реализация подхода осуществлялась путем вычислений показателя Хёрста и визуализации  $H$ - и  $R/S$ -траекторий постепенно сокращаемых ВР, начиная от его начальных значений с целью поиска наиболее крупных квазициклов. Процесс повторялся до тех пор, пока количество оставшихся значений ВР не оказывалось приблизительно равным длине предполагаемой “глубины памяти” (если таковая имеется). Построенный массив рядов (распределенных лагов), включающий исходный ВР  $Cu$  и “обрезанные” ряды, составил для ВР  $Cu$ :  $|\Omega| = 90$ . Эта работа позволила оценить вклад в ВР стохастической составляющей, а также систематических составляющих – циклических компонентов и тренда, визуализированных в форме  $R/S$ - и  $H$ -траекторий. Один из типичных рядов приведен на рис. 4. Здесь первые характе-

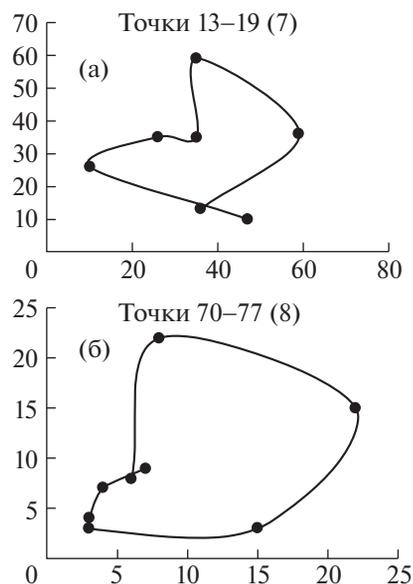


Рис. 3. Визуальное представление фазовых траекторий ВР  $Cu$ : а – 01.2002–07.2002; б – 10.2006–05.2007.

ризвали динамику нормированного размаха, а вторые – “шумовой” показатель.

Из рисунка видно, что  $R/S$ -траектория ВР поднимается в 3-й точке, а начиная с 6-й демонстрирует резкий “срыв”. Отсюда следует, что глубина “памяти” для данного “обрезанного” ряда равна 6. Большая часть рассмотренных  $R/S$ - и  $H$ -траекторий ВР-семейства  $\Omega$  демонстрирует наличие подобных свойств. В целом обнаружено, что более, чем для 80% “обрезанных” ВР этого семейства показатель Хёрста достигает значений [0.7–0.9], что свидетельствует о персистентности ряда, его склонности следовать трендам, характеризующимся долговременными корреляциями между

Таблица 1. Нечеткое множество длины квазициклов, выделенных с помощью фазового анализа ВР  $Cu$  в период с января 2001 г. по декабрь 2009 г.

Длина квазицикла $d$	Количество квазициклов $m(d)$	Функция принадлежности $\mu(d)$	Удельный вклад квазициклов $\vartheta(d)$
1		0	0
2		0	0
3	1	0.225	0.0625
4	0	0	0
5	2	0.45	0.125
6	3	0.675	0.1875
7	4	0.9	0.25
8	4	0.9	0.25
9	2	0.45	0.125

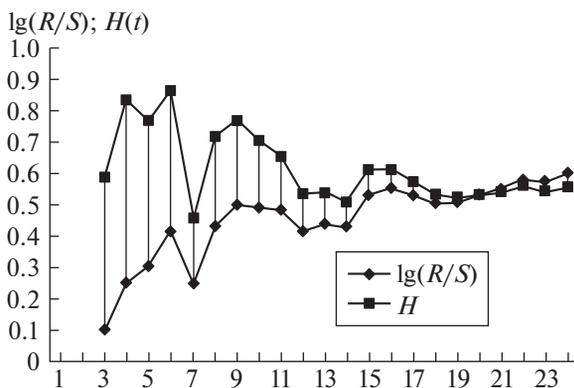


Рис. 4. Визуальное представление  $R/S$  – траекторий для ВР семейства  $\Omega$  под номером 7 с “четко” выраженным квазициклом длины 6.

значениями текущими и будущими. Таковы признаки наличия в ВР  $S_i$  долговременной памяти.

Дальнейшие исследования показали, что для почти третьей части ВР величина такой памяти определяется особенно явно, четко демонстрируя границу перехода от регулярного к стохастическому состоянию системы. В частности, для ВР  $S_i$  таковы “квазициклы” семейства  $\Omega$  под номерами 7–10, 13, 16, 18, 22, 25, 26, 30–32, 36, 37, 57, 58, 60, 61, 62, 64–65, 79, 83, 85.

Таким образом, самоподобны не все квазициклы; на рис. 1 приведен лишь пример хорошо выраженного самоподобия.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Обнаружен эффект долговременной памяти характеристик состава речной воды при кажущейся статистической нестабильности соответствующих рядов данных. Это означает, что существует зависимость между изменениями состава воды, далеко отстоящими друг от друга во времени. Эффект наблюдается, даже если размах превышает среднее значение контролируемого показателя.

2. Фазовые портреты указывают на формирование циклов (квазициклов) ВР и существование волновой динамики показателей качества воды.

3. Эффект памяти, наблюдаемый в исследованных ВР, представляется как следствие их упорядоченной регулярности, которая частично проявляется в форме самоподобия квазициклов, т.е. в наличии водно-экологической фрактальности.

4. Учет длины обнаруженных квазициклов позволяет с известной долей вероятности прогнозировать состав воды, а с учетом водно-экологических фракталов – также формировать программы автоматической настройки систем водопотребления и водоочистки.

5. Для показателей качества воды р. Исеть на территории Свердловской области длина квазициклов почти в 70% случаев составляет 6–8 мес. Данный вывод, сделанный своевременно, позволяет гидрологам устанавливать происхождение, природное или промышленное, “всплесков” концентрации меди в реке и прогнозировать эти события для выработки механизмов устойчивости водопользования.

Выполненная работа свидетельствует о волновом характере формирования качества речной воды. Тем самым установлено, что элементы ритмичности свойственны не только водным потокам, но также и их составу. Этот вывод согласуется с представлением о взаимообусловленности гидродинамического и гидрохимического волнообразования в речном потоке [1].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чашечкин Ю.Д., Розенталь О.М. Физическая природа неоднородности состава речных вод // ДАН. 2019. Т. 484. № 5. С. 83–86.
2. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. W.H. Freeman. San-Francisco. 1982.
3. Федотов Г.Н., Третьяков Ю.Д., Путляев В.И. и др. Механизм возникновения фрактальной организации у почвенных коллоидов // ДАН. 2007. Т. 412. № 6. С. 772–775.
4. Geweke J., Porter-Hudak S. The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models // J. Time Series Analysis. 1983. V. 4. P. 221–238.
5. Palma W. Long-Memory Time Series. Theory and Methods. Wiley. 2007.
6. Masaya Yamaguchi, Mayayoshi Hata, Jun Kigami. Mathematics of Fractals // Amer. Math. Soc. 1997. 78 p.

**WAVE DYNAMICS OF RIVER WATER QUALITY****O. M. Rozental<sup>a,#</sup> and D. A. Tambieva<sup>b</sup>**<sup>a</sup> *Institute of water problems of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*<sup>b</sup> *North Caucasus state Academy, KCR, Cherkessk, Russian Federation*<sup>#</sup> *E-mail: orozental@rambler.ru*

Presented by Academician of the RAS A.O. Gliko November 26, 2019

Cyclic wave character of composition change and river water properties indicating the availability of the effect of long-term memory in the corresponding time series has been discovered. The effect lies in the fact that current meanings of indices under the control to a greater extent depend on their former meanings. The connection of long-term memory and persistence with Herst's index and fractals of investigated series has been set. There has been demonstrated the possibility of amount estimation of long-term memory effect for controllability of water using.

*Keywords:* river water composition, time series, fractal analysis, long-term memory, phase analysis, cycles, quasi-cycles