

УДК 550.311

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В МАНТИИ ЗЕМЛИ

© 2020 г. А. П. Трубицын^{1,*}, член-корреспондент РАН В. П. Трубицын¹

Поступило 06.04.2020 г.

После доработки 14.09.2020 г.

Принято к публикации 16.09.2020 г.

Анализируется влияние сжимаемости вещества и сферичности мантии на распределение температуры в различных моделях мантийной конвекции. Приводится модель, дающая усредненное по латерали распределение температуры по глубине в основной части мантии, согласующееся с данными о термодинамических параметрах вещества мантии и значениями температуры в реперных точках, связанных с фазовыми переходами.

Ключевые слова: температура в мантии, мантийная конвекция

DOI: 10.31857/S2686739720120129

ВВЕДЕНИЕ

В литературе по моделям мантийной конвекции имеются сотни статей, в которых по настоящее время используются различающиеся между собой упрощающие приближения. При этом в большинстве работ рассчитанное в этих моделях распределение температуры не только не обсуждается, но часто даже не приводится и не сравнивается с возможным распределением для реальной мантии. Эти распределения значительно различаются между собой, поскольку используемые приближения сильно влияют на вычисленное распределение температуры с глубиной. В настоящей работе анализируются приближения, связанные с пренебрежением сжимаемостью вещества мантии и вязкой диссипацией, а также с отличиями структуры конвекции в сферической области от прямоугольной модели. Приводится численная модель мантийной конвекции, дающая распределение температуры в основной части мантии Земли по глубине, которое оптимально согласуется с имеющимися данными о термодинамических параметрах вещества мантии и значениями температуры в реперных точках, определяемых при использовании сейсмических данных.

РЕПЕРНЫЕ ТОЧКИ

Для общей оценки температур в мантии можно использовать пять реперных точек. На поверх-

ности Земли температура принимается равной около 0°C или 300 К. На границе с ядром температура составляет около 3800 К с неопределенностью порядка ± 200 К [1].

По сейсмическим данным известны значения глубин фазовых переходов оливин–вадслеит $z_1 = 410$ км, рингвудит–перовскит $z_2 = 660$ км и перовскит–постперовскит (бриджманит) $z_3 \approx 2650$ км. По лабораторным данным о фазовых переходах известны соотношения между температурой и давлением. Используя известную зависимость давления в мантии от глубины, находятся значения температуры в этих трех реперных точках. Для переходов на глубинах 410, 660 и 2650 км эти температуры составляют соответственно 1810, 1940 и 2500 К [2, 3]. При этом для нижнего перехода перовскит–постперовскит пока еще остаются значительная неопределенность по глубине в первые сотни километров и неопределенность в температуре в первые сотни градусов.

УРАВНЕНИЯ КОНВЕКЦИИ

Всю кривую распределения температуры в мантии можно рассчитать по численным моделям конвекции в мантии. В литературе используют как декартову, так и сферическую геометрию, как в простейшем приближении несжимаемого вещества Буссинеска (ВА), так и в расширенном приближении Буссинеска (ЕВА). При этом вязкость и другие параметры берут с разной зависимостью от глубины. Распределения скоростей конвективных течений и температуры находятся путем численного решения уравнений тепловой конвекции. В расширенном приближении Буссинеска (ЕВА), учитывающем эффекты сжимаемо-

¹ Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта
Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: atrub@yandex.ru

сти и вязкой диссипации, зависимость параметров от глубины и фазовые переходы, уравнения конвекции в безразмерных переменных имеют вид [4–6]:

$$\frac{-\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \left(\text{Ra} \alpha T - \sum_{n=1}^3 \text{Rb}_n \Gamma_n \right) \delta_{i3}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{\text{Di}}{\text{Ra}} \tau_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \text{Di} \alpha (T + T_s) v_3 + \quad (2)$$

$$+ \sum_{n=1}^3 \text{Di} \frac{\text{Rb}_n}{\text{Ra}} \left(\frac{\partial \Gamma_n}{\partial t} + v_i \frac{\partial \Gamma_n}{\partial x_i} \right) \gamma_n (T + T_s) + H, \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0, \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (4)$$

где координата x_3 совпадает с глубиной z , v_i – скорости течений, η – вязкость, зависящая от температуры и глубины, p – динамическое давление, τ_{ij} – тензор вязких напряжений, T – температура в мантии, T_s – поверхностная температура, D – толщина слоя мантии, $\text{Ra} = \alpha_0 \rho_0 g \Delta T D^3 / (\eta_0 \kappa_0)$ – тепловое число Рэлея, ΔT – перепад температуры от поверхности до нижней границы мантии, g – ускорение силы тяжести, α_0 , ρ_0 , η_0 , κ_0 – соответственно средние значения коэффициента теплового расширения, плотности, вязкости и температуропроводности мантии, $\text{Di} = \alpha_0 g D / c_p$ – диссипативное число, c_p – удельная теплоемкость мантии, H – плотность внутренних тепловых источников, $\text{Rb}_n = \delta \rho_n g D^3 / (\eta_0 \kappa_0)$ – фазовые числа, $\delta \rho_n$ – скачок плотности при n -м фазовом переходе, Γ_n – фазовая функция. Безразмерные переменные и физические параметры мантии задаются стандартным образом [4]. При значениях параметров по [5] получим $\text{Ra} = 2 \times 10^7$, $\text{Di} = 0.65$, $\Delta T = 3500$ К, $H = 8 \times 10^{-12}$ Вткг $^{-1}$, $\eta_0 = 4 \times 10^{21}$ Па с и $\alpha_0 = 2.8 \times 10^{-5}$ К $^{-1}$.

В приближении Буссинеска пренебрегают членами, содержащими множителем безразмерное число Di . Член $\text{Di} \alpha (T + T_s) v_3$ связан с адиабатической сжимаемостью и соответственно нагреванием или охлаждением опускающихся или поднимающихся элементов мантии, в которой происходит конвекция. Член $(\text{Di}/\text{Ra}) \tau_{ij} \partial v_i / \partial x_j$ обусловлен диссипативным разогревом движущейся вязкой среды. Приближение ВА не может корректно воспроизводить глубинный профиль мантийной температуры, а только показывает наличие двух тепловых погранслоев у верхней и нижней границы мантии с быстрым ростом тем-

пературы по глубине и так называемого изотермического ядра конвекции.

ВЛИЯНИЕ СЖИМАЕМОСТИ ВЕЩЕСТВА И СФЕРИЧНОСТИ МАНТИИ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ПРИМЕРЕ ИДЕАЛИЗИРОВАННОЙ МОДЕЛИ С ПОСТОЯННОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

В декартовой геометрии мантию Земли можно моделировать вязкой средой в двухмерной прямоугольной области размером 2900 км по вертикали при соотношении сторон 3:1 с заданными значениями температуры на верхней и нижней границах, которые считаются непроницаемыми при нулевых касательных напряжениях. В сферической геометрии рассчитывается конвекция в трехмерной сферической оболочке. Численное решение уравнений конвекции выполнялось по программе конечных элементов CitcomCU [7, 8].

Как могут различаться между собой рассчитанные разными авторами распределения температуры в мантии, можно проиллюстрировать на простой характерной модели конвекции с постоянной вязкостью при интенсивности, характеризуемой числом Рэлея $\text{Ra} = 10^6$. На рис. 1 приведены распределения температуры по глубине, полученные при различных приближениях: 1 – декартова модель, приближение Буссинеска ВА без внутренних источников тепла, 2 – декартова модель, расширенное приближение ЕВА без внутренних источников тепла, 3 – декартова модель, расширенное приближение ЕВА с учетом внутренних источников тепла $H = 6 \times 10^{-12}$ Вткг $^{-1}$, 4 – сфера, приближение ЕВА без внутренних источников тепла, 5 – сфера, приближение ЕВА с внутренними источниками тепла $H = 6 \times 10^{-12}$ Вткг $^{-1}$.

Как видно на рис. 1, распределения температуры в мантии, вычисляемые в различных приближениях, сильно различаются. В простейшем приближении Буссинеска температура (кривая 1) в основной части мантии оказывается постоянной. В приближении ЕВА (кривая 2) эффекты сжимаемости вызывают нагрев нисходящих потоков и охлаждение восходящих конвективных потоков, причем охлаждение последних превалирует над нагревом в силу того, что соответствующий член уравнений конвекции пропорционален локальной температуре. При учете адиабатической сжимаемости рассчитанная средняя по латерали температура растет с глубиной с адиабатическим градиентом $dT/dz = g\alpha T/c_p$. Дополнительный учет внутренних источников тепла в мантии (кривая 3) смещает кривую температуры вправо, примерно на 300 К.

Учет сферичности мантии также меняет кривую распределения температуры. Распределение температуры, рассчитанное для сферы в прибли-

жении ЕВА без внутренних источников тепла (кривая 4), по сравнению с кривой для декартовой модели в том же приближении, оказывается смещенным влево. Это свидетельствует, что эффект сферичности эквивалентен отрицательным фиктивным внутренним источникам тепла. Данный факт объясняется тем, что плотность теплового потока в сфере при постоянном суммарном потоке тепла благодаря геометрии уменьшается с высотой так же, как при наличии отрицательных внутренних источников тепла.

Кривая температуры для сферы с реальными внутренними источниками тепла $H = 6 \times 10^{-12} \text{ Вткг}^{-1}$ (кривая 5) оказывается очень близкой к кривой для декартовой модели, но без таких источников. Для тепловой конвекции с параметрами, близкими к современной Земле, случайным образом оказалось, что величина фиктивных отрицательных источников, обусловленных сферической геометрией, по модулю приблизительно равна величине реальных положительных внутренних источников тепла мантии, обусловленным радиоактивным распадом и вековым остыванием мантии.

Отметим, что эффекты сжимаемости и сферичности существенно влияют на распределение температуры только для моделей конвекции во всей мантии. Иногда для упрощения расчетов рассматривают конвективные модели, рассматривающие отдельно верхнюю мантию. В этом случае эффектами сферичности и сжимаемости можно пренебречь. Но поскольку в реальной Земле конвекция охватывает всю мантию, то для моделей верхнемантийной конвекции граничные условия на нижней границе необходимо брать из моделей всей мантии.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ОСНОВНОЙ ОБЛАСТИ МАНТИИ ЗЕМЛИ С УЧЕТОМ СЖИМАЕМОСТИ, ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ И СФЕРИЧНОСТИ

Для расчета распределения температуры в реальной мантии Земли была взята декартова модель с переменными параметрами, соответствующими геофизическим данным, но без внутренних тепловых источников. В частности, была использована зависимость вязкости мантии от температуры и давления с разными параметрами для верхней и нижней мантии, учитывающая уменьшение объема активации при фазовом переходе на глубине 670 км [9, 10], при которой вычисленное распределение вязкости по глубине согласуется с данными последледниковых поднятий. Отметим, что в формулу для вязкости мантии, зависящей от энергии активации, по физическому смыслу всегда должна входить полная абсолютная температура, а не наадиабатическая темпе-

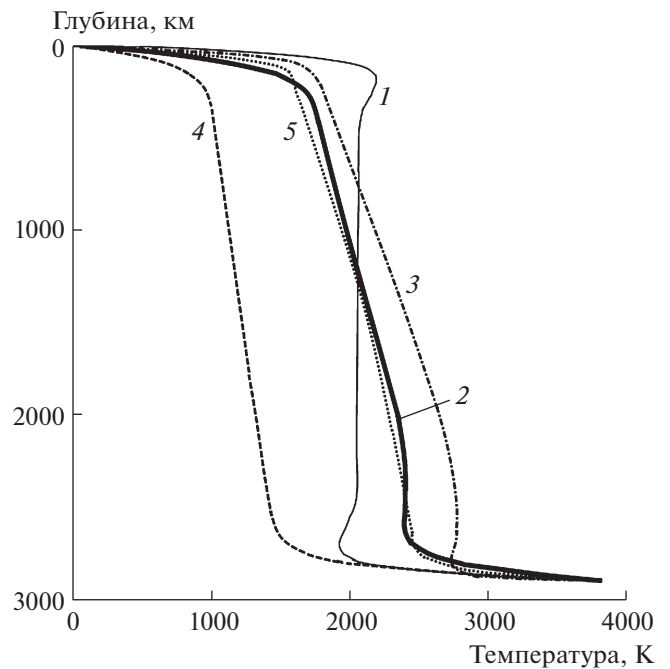


Рис. 1. Распределения температуры по глубине, рассчитываемые в моделях конвекции с постоянной вязкостью при $Ra = 10^6$ в различных приближениях.

ратура (которую нередко используют при расчетах в приближении несжимаемой мантии Буссинеска).

Вычисления осуществлялись в приближении ЕВА при $Ra = 2 \times 10^7$ и $Di = 0.65$ с коэффициентом теплового расширения, меняющимся с глубиной согласно рис. 2 (слева) и аппроксимирующим термодинамические данные [2]. Рассчитанный глубинный профиль логарифма средней вязкости для установившегося режима конвекции показан на рис. 2 справа.

Кривая 1 на рис. 3 показывает усредненное по латерали распределение температуры по глубине в мантии Земли, рассчитанное в рассматриваемой модели по уравнениям конвекции (1–4) для сжимаемого вещества. Квадратными маркерами отмечены взятые из литературы значения температур в реперных точках на границах фазовых переходов 410 и 660 км, соответственно 1810 и 1940 К. Наклонным прямоугольником показана с учетом неопределенности температура в реперной точке фазового перехода в постперовскит на глубине около 2650 км при температуре около 2500 К [3, 11].

Как видно на рис. 3, рассчитанный температурный профиль мантии очень хорошо согласуется с реперными точками, полученными из экспериментальных данных. Рассчитанная кривая 1 усреднена не только по латерали, но и по времени. Амплитуда колебаний средних значений тем-

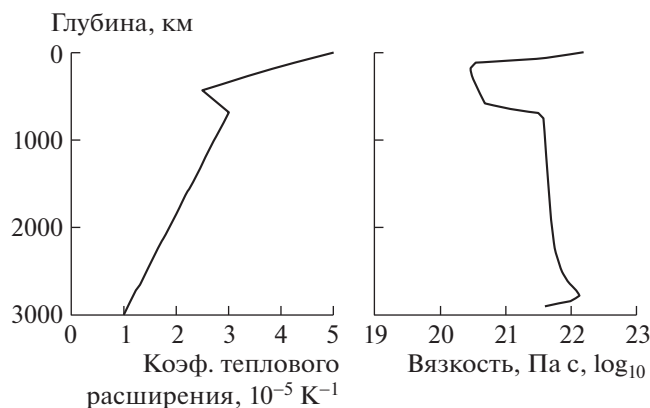


Рис. 2. Зависимость от глубины коэффициента теплового расширения и вязкости мантии.

пературы во времени из-за нестационарности конвекции при числе Рэлея $Ra = 2 \times 10^7$ составляет от 50 К в верхней мантии до 100 К вблизи нижнего погранслоя. Кривые 2 и 3 рис. 3 показывают рассчитанные зависимости температуры от глубины вдоль осевых линий нисходящих и восходящих конвективных потоков. Конвекция в мантии нестационарна, и конвективные потоки имеют разную интенсивность. Кривые 2 и 3 были рассчитаны для наиболее интенсивных (протяженных вдоль всей мантии) потоков.

Выше на рис. 1 было показано, что для идеализированной модели с $Ra = 10^6$ рассчитываемое в декартовой геометрии без источников распределение температуры практически совпадает с распределением в сферической геометрии с внутренними источниками тепла при $H = 6 \times 10^{-12}$ Вт кг⁻¹ (что несколько меньше принимаемых для мантии Земли). Рассчитанное без источников распределение температуры для декартовой модели с параметрами современной Земли (кривая 1 рис. 3) также практически совпадает с распределением в сферической модели с внутренними источниками тепла, однако при $H = 8 \times 10^{-12}$ Вт кг⁻¹, что соответствует реальной мантии. Подробнее см. [12].

Вычисляемый градиент мантийной температуры на глубинах от 300 до 2000 км составляет от 0.28 до 0.30 К/км. Ниже он уменьшается и при 2500 км равен 0.14 К/км, что обусловлено уменьшением коэффициента теплового расширения с глубиной. Наружный тепловой поток, определенный по наклону верхней части кривой 1, составляет 90 мВт К⁻¹ м⁻², что согласуется с данными измерений [13].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несмотря на важность знания распределения температуры в мантии Земли, оно все еще известно со значительной неопределенностью [14]. В

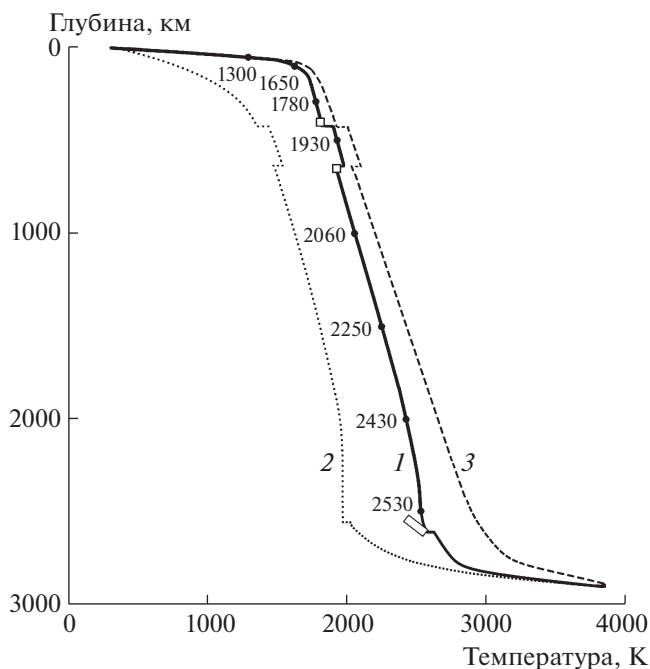


Рис. 3. Рассчитанные профили температуры в декартовой модели конвекции. Кривая 1 (толстая линия) — температура, усредненная по латерали по всей области, со значениями на глубинах 50, 100, 300, 500, 1000, 1500, 2000 и 2500 км, кривая 2 — температура вдоль интенсивного нисходящего мантийного потока, кривая 3 — вдоль восходящего потока.

настоящей работе показано, что для вычисления удовлетворительного распределения температуры в мантии наряду с полной сферической моделью в приближении ЕВА можно использовать и более простую декартову модель с поправкой на сферичность в виде дополнительных фиктивных отрицательных источников тепла. При этом для параметров современной Земли, благодаря удивительному случайному совпадению, величина этих фиктивных источников тепла по модулю с хорошей точностью компенсирует реальные источники тепла. В результате модель сферы с реальными внутренними источниками тепла и более простая декартова модель с пренебрежением реальными источниками тепла дают почти одинаковые распределения мантийной температуры.

Показано, что для декартовой модели мантии, с использованными в работе параметрами, численное решение уравнений тепловой конвекции дает распределение температуры по глубине, которое в основной области мантии оптимально согласуется со значениями температуры в реперных точках по данным о фазовых переходах, с измененным тепловым потоком Земли, а также с адiabатическим градиентом, определенным по лабораторным данным о термодинамических параметрах вещества мантии.

В настоящее время остается значительная неопределенность значений температуры вблизи дна мантии на глубинах 2700–2850 км, где находятся два гигантских скопления горячего эклогита и соответственно имеются большие латеральные вариации температуры. Также рассчитанное усредненное распределение температуры является неточным в верхней части верхней мантии, поскольку модель не учитывает континенты и приближенно соответствует океанической мантии. Последнему вопросу посвящено много других специальных публикаций (например, [15]).

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность анонимному рецензенту за замечания, позволившие более четко представить результаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Li Y., Deschamps F., Tackley P.J.* // Earth Planet. Sci. Letters. 2015. V. 432. P. 1–12.
2. *Katsura T., Yoneda A., Yamazaki D., Yoshino T., Ito E.* // Phys. Earth Planet. Inter. 2010. V. 183. P. 212–218.
3. *Faccenda M., Dal Zilio L.* // Lithos. 2017. V. 268–271. P. 198–224.
4. *Schubert G., Turcotte D.L., Olson P.* Mantle Convection in the Earth and Planets. Cambridge: University Press, 2004. 940 p.
5. *Tosi N., Yuen D.* // Earth Planet. Sci. Letters. 2011. V. 312. P. 348–359.
6. *Yoshida M.* // Phys. Earth Planet. Inter. 2017. V. 268. P. 11–17.
7. *Moresi L.N., Gurnis M.* // Earth Planet. Sci. Lett. 1996. V. 138. P. 15–28.
8. *Zhong S.* // Geophys. Res. 2006. V. 1. B04409. <https://doi.org/10.1029/2005JB003972>
9. *Трубицын В.П., Трубицын А.П.* // Физика Земли. 2015. № 6. С. 3–15.
10. *Трубицын В.П., Трубицын А.П.* // Физика Земли. 2014. № 6. С. 138–147.
11. *Nakagawa T., Tackley P.* // Geophys. Res. Lett. 2011. V. 38. L04309. <https://doi.org/10.1029/2010GL046494>
12. *Трубицын А.П., Трубицын В.П.* // Геофизические процессы и биосфера. 2020. Т. 19. № 2. С. 83–91. <https://doi.org/10.21455/gpb2020.2-6>
13. *Jaupart C., Labrosse S., Lucazeau F., Mareschal J.-C.* // In: Treatise on Geophysics, 2nd edition. Amsterdam: Elsevier B.V., 2015. V. 7. P. 223–270.
14. *Deschamps F., Trampert J.* // Earth and Planet. Sci. Lett. // 2004. V. 222. P. 161–175.
15. *Трубицын А.П.* // Геофизические процессы и биосфера. 2019. Т. 18. № 1. С. 5–12. <https://doi.org/10.21455/GPB2019.1-1>

THE TEMPERATURE DISTRIBUTION IN THE EARTH'S MANTLE

A. P. Trubitsyn^{a, #} and Corresponding Member of the RAS V. P. Trubitsyn^a

^a *Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

[#] *E-mail: atrub@yandex.ru*

The influence of the compressibility and sphericity of the mantle on the temperature distribution in various models of mantle convection is analyzed. A model is presented that gives a laterally averaged depth distribution of the temperature in the main part of the mantle, which is consistent with data on the thermodynamic parameters of the mantle material and temperature values at the reference points determined using seismic data.

Keywords: mantle temperature, mantle convection