ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. НАУКИ О ЗЕМЛЕ, 2021, том 496, № 2, с. 176–180

ГЕОФИЗИКА

УДК 550.383

ВЛИЯНИЕ РОСТА ТВЕРДОГО ЯДРА ЗЕМЛИ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГЕОДИНАМО

© 2021 г. М. Ю. Решетняк[1,2,*]

Представил академик РАН А.О. Глико 16.11.2020 г.
Поступило 16.11.2020 г.
После доработки 17.11.2020 г.
Принято к публикации 20.11.2020 г.

Рассмотрена модель охлаждения ядра Земли, описывающая появление твердого ядра. Возникновение твердого ядра приводит к усилению конвекции за счет появления дополнительных источников энергии, связанных с кристаллизацией ядра. В то же время наблюдения геомагнитного поля не регистрируют значительных изменений напряженности поля в прошлом. В работе решена обратная задача по нахождению параметров модели эволюции ядра, основанной на балансе энергии и энтропии в ядре, при которых появление твердого ядра не оказывает существенного влияния на количество энергии, доступной для генерации магнитного поля.

Ключевые слова: эволюция Земли, жидкое ядро, энергобюджет, энтропия, геодинамо

DOI: 10.31857/S2686739721020146

Остывание жидкого проводящего ядра Земли приводит к появлению конвекции и генерации переменного во времени магнитного поля, наблюдаемого на поверхности планеты [1]. Согласно сейсмическим наблюдениям, достоверно известно, что внутри жидкого ядра существует твердое ядро [2]. Далее, по степени надежности, следует информация о свойствах вещества в жидком ядре [3, 4], величине теплового потока на границе ядро–мантия и состоянии ядра после завершения процесса аккреции [5, 6]. На основе этих данных удается построить модель остывания ядра, позволяющую наблюдать зарождение твердого ядра и областей устойчивой стратификации. Появление твердого ядра приводит к переходу от режима чистой тепловой конвекции к режиму тепловой и композиционной конвекции [7], и может сопровождаться значительным резким увеличением энергии, доступной для генерации магнитного поля [8]. Более того, возможны сценарии эволюции, когда до появления твердого ядра тепловой энергии недостаточно для генерации магнитного поля. В то же время палеомагнитологи не только наблюдают древнее магнитное поле в те времена, когда твердого ядра, вероятно, еще не было [9], но и не видят значительных изменений в его напряженности на протяжении большей части эволюции нашей планеты.

Ниже мы рассмотрим модель остывания ядра Земли [8, 10] и решим обратную задачу, выяснив, при каких значениях параметров появление твердого ядра не будет приводить к существенным изменениям напряженности поля.

В модели предполагается существование трех областей в ядре [6, 10, 11]: твердого ядра $0 \le r \le c$ (I), области, где существует развитая конвекция, приводящая к появлению адиабатического состояния $c \le r \le r_1$ (II), и области субадиабатического градиента температуры $r_1 \le r \le r_b$ (III), где r – сферический радиус, r_b – радиус жидкого ядра, не зависящий от времени. В начальный момент времени после формирования жидкого ядра, $t = 0$, существовала только адиабатическая область (II), $c = 0$, $r_1 = r_b$, с температурой в центре T_0. На границе r_b задается тепловой поток с плотностью $q_b(t)$. Задача состоит в том, чтобы описать остывание ядра Земли, в процессе которого может появиться как твердое ядро (область I), так и область субадиабатического градиента III.

Распределения плотности $\rho(r)$, давления $P(r)$ и гравитационного ускорения $g(r)$ удовлетворяют гидростатическому балансу, задаваемому соотношениями:

$$\nabla P = -\rho g, \tag{1}$$

[1] *Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук, Москва, Россия*
[2] *Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова Российской академии наук, Москва, Россия*
**E-mail: m.reshetnyak@gmail.com*

$$g(r) = \frac{4\pi G}{r^2}\int_0^r \rho(u)u^2du, \qquad (2)$$

где G – гравитационная постоянная.

Замыкает систему уравнений для трех переменных (P, ρ, g) логарифмическое уравнение состояния [12]:

$$P = K_0\frac{\rho}{\rho_0}\ln\frac{\rho}{\rho_0}, \qquad (3)$$

где K_0 – модуль объемной упругости, ρ_0 – плотность при нулевом давлении.

Для учета скачка на границе ядро–мантия вводится поправка:

$$\rho(r) = \begin{cases}\rho + \delta\rho, & \text{если} \quad r \le c\\ \rho, & \text{если} \quad r > c.\end{cases} \qquad (4)$$

Зная распределения (P, ρ, g), найдем адиабатическое распределение температуры:

$$T_{\text{ad}}(r) = T_{\text{c}}(c)\, e^{-\int_c^r \frac{\alpha g}{C_{\text{p}}}du}, \qquad (5)$$

где $T_{\text{c}}(c)$ – температура на границе $r = c$. Коэффициент объемного расширения α задан соотношением:

$$\alpha(r) = \frac{\gamma C_{\text{p}}\rho_0}{K_0\left(1 + \ln\frac{\rho}{\rho_0}\right)}, \qquad (6)$$

где C_{p} – удельная теплоемкость при постоянном давлении, γ – параметр Грюнайзена.

До появления твердого ядра, $c = 0$, $T_{\text{c}}(\text{c}) = T_{\text{c}}(0) = T_0$, где T_0 – температура в центре Земли. Значение T_0 находится из уравнения теплового баланса:

$$4\pi r_1^2 q_1 = -4\pi\int_0^{r_1} C_{\text{p}}\rho\frac{\partial T_{\text{ad}}}{\partial t}r^2dr = -\frac{\partial T_0 S}{\partial t}, \qquad (7)$$

где q_1 – плотность теплового потока на r_1 и

$$S(r_1) = \frac{4\pi}{C_{\text{p}}}\int_0^{r_1} e^{-\frac{1}{C_{\text{p}}}\int_0^r \alpha(a)g(a)da}\rho r^2dr. \qquad (8)$$

Рост твердого ядра начинается, когда температура станет меньше температуры кристаллизации:

$$T_{\text{s}}(r) = T_{\text{s}}^0\left(\frac{\rho(r)}{\rho(c)}\right)^{2\left(\gamma-\frac{1}{3}\right)}, \qquad (9)$$

где T_{s}^0 – температура кристаллизации в центре ядра Земли. Кристаллизация начинается в центре ядра. Появление твердого ядра сводится к выполнению условия $T_{\text{c}} = T_0 = T_{\text{s}}(r)$ в центре $r = c = 0$. Далее, при росте твердого ядра, $c > 0$, температура кристаллизации дает значение для адиабаты на границе твердого ядра: $T_{\text{ad}}(c) = T_{\text{c}}(c) = T_{\text{s}}(c)$.

Положение границы твердого ядра c может быть найдено из баланса энергии:

$$Q_{\text{CMB}} - Q_{\text{ICB}} = Q_{\text{L}} + Q_{\text{G}} + Q_{\text{C}}, \qquad (10)$$

где Q_{L}, Q_{G}, Q_{C} – латентная теплота, изменение энергии, связанное с дифференциацией вещества и адиабатическое охлаждение соответственно. С левой стороны в (10) стоит разность тепловых потоков $Q_{\text{CMB}} = 4\pi r_1^2 q_{\text{b}}$, $Q_{\text{ICB}} = 4\pi c^2 q_c$ за единицу времени, входящих в адиабатическую область II, справа – скорость изменения энергий и теплот. Далее мы полагаем, что $Q_{\text{CMB}} = Q_{\text{CMB}}^0 - \lambda t$. Коэффициент λ выбран так, чтобы обеспечить уменьшение потока на 20% за 4.5 млрд лет. Для дальнейшего изложения удобно ввести переменные P_{i}:

$$Q_{\text{L}} = \dot{c}P_{\text{L}}, \quad Q_{\text{G}} = \dot{c}P_{\text{G}}, \quad Q_{\text{C}} = \dot{c}P_{\text{C}}. \qquad (11)$$

Источник, связанный с латентной теплотой, равен

$$P_{\text{L}}(c) = 4\pi\rho(c)c^2\delta S T_s(c), \qquad (12)$$

где δS – удельная энтропия кристаллизации.

Оценка изменения гравитационной энергии при росте твердого ядра [13] имеет вид:

$$Q_{\text{G}}(c) = \frac{2\pi}{5}GM_0\delta\rho\frac{c^3}{r_{\text{b}}}\left(1 - \left(\frac{c}{r_{\text{b}}}\right)^2\right), \qquad (13)$$

где $M_0 = \frac{4}{3}\pi\int_0^{r_{\text{b}}}\rho r^2dr$ – масса ядра, величина постоянная в модели. Дифференцируя (13) по времени, получаем

$$P_{\text{G}}(c) = \frac{2\pi}{5}GM_0\delta\rho\frac{c^2}{r_{\text{b}}}\left(3 - 5\left(\frac{c}{r_{\text{b}}}\right)^2\right). \qquad (14)$$

Изменение теплоты, связанное с адиабатическим охлаждением, дает следующий вклад в (10):

$$P_{\text{C}} = -C_{\text{P}}\pi\int_c^{r_1}\rho\frac{\partial T_{\text{ad}}}{\partial t}r^2dr. \qquad (15)$$

Уравнения (10)–(15) могут быть разрешены относительно производной по времени $\dot{c}$ и проинтегрированы по времени[1].

Считая температуру непрерывной на границе c, получаем, что значение температуры $T_{\text{s}}(c)$ является граничным условием на границе c для задачи теплопроводности внутри твердого ядра $0 < r < c$ (I) с движущейся границей $c(t)$:

[1] Для вычислений удобно ввести переменную $f = c^3/3$, тогда $\dot{f} = c^2\dot{c}$.

Таблица 1. Параметры модели

Название	Обозначение	Значение
гравитационная постоянная	G	6.6873×10^{-11} м^3/(кг с^2)
коэффициент температуропроводности	k	7×10^{-6} м^2/с
параметр Грюнайзена	γ	1,5
радиус жидкого ядра	r_b	3480 км
удельная энтропия кристаллизации	δS	118 Дж/(кг К)
удельная теплоемкость	C_P	860 Дж/(кг К)
плотность при нулевом давлении	ρ_0	7500 кг/м^3
скачок плотности на границе твердого ядра	$\delta\rho$	500 кг/м^3
температура кристаллизации в центре	T_s^0	5270 К
начальная температура в центре	T_0	6000 К
модуль объемной упругости	K_0	4.76×10^{11} Па

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k\Delta T, \tag{16}$$

где k – коэффициент температуропроводности. В центре $r = 0$ имеем второе граничное условие $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$. Совместное решение уравнений (1)–(16) дает распределение физических полей в областях I, II[2], см. значения параметров в табл. 1 и в работах [9, 10].

Течения жидкости в области II могут генерировать магнитное поле. На больших временах примем, что вся энергия магнитного поля превратится в тепло Q_J,составив некоторую долю от полного потока Q_{CMB}. Оценить Q_J из баланса энергий (10) нельзя, поскольку это уравнение не включает промежуточные формы энергии: т.е. не описывает появление конвекции в явном виде, возникновение магнитного поля с последующим превращением его в тепло. Для того, чтобы оценить Q_J, кроме уравнения баланса энергии (10) используется дополнительное уравнение для энтропии [7, 8, 14], в которое Q_J входит в явном виде:

$$\frac{Q_{CMB}}{T_{CMB}} = \frac{Q_C}{\bar{T}} + \Sigma + \frac{Q_J}{T_D} + \frac{1}{T_{ICB}}(Q_L + Q_{ICB}), \tag{17}$$

где до появления твердого ядра $Q_L = Q_G = Q_{ICB} = 0$. Вклад генерации энтропии адиабатой равен $\Sigma = \int \kappa\left(\frac{\alpha g}{C_P}\right)^2 dV_{II}$, κ – коэффициент теплопроводности, V_{II} – объем области II. $\bar{T} = V_{II}^{-1}\int T_{ad} dV_{II}$ – средняя по объему температура. Обратим внимание, что Q_G, напрямую не связанный с энтропией, не входит в (17). Величина температуры области диссипации магнитного поля T_D: $T_{ICB} < T_D < T_{CMB}$, выбрана по порядку величины, равной $\bar{T}$, до появления ядра и $\frac{\bar{T} + T_{ICB}}{2}$ – после его появления. Последнее отражает тот факт, что магнитное поле сконцентрировано вблизи твердого ядра. Все величины в (10), (17), кроме Q_J, известны после решения (1)–(16).

Выражение для Q_J, с учетом (10), (17), удобно записать в следующем виде:

$$Q_J = T_D\left[Q_{CMB}\left(\frac{1}{T_{CMB}} - \frac{1}{\bar{T}}\right) - \Sigma + (Q_L + Q_{ICB})\left(\frac{1}{\bar{T}} - \frac{1}{T_{ICB}}\right) + \frac{Q_G}{\bar{T}}\right]. \tag{18}$$

Как и прежде, второй член, содержащий Q_L и Q_{ICB}, равен нулю при $c = 0$. За меру эффективности динамо-механизма примем отношение $\eta = Q_J/Q_{CMB}$. Обсуждение сходства и различия (18) с аналогичным выражением для цикла Карно можно найти в [7].

Решим обратную задачу для модели (1)–(18) методом Монте-Карло [9] на интервале времени 6 млрд лет и найдем такие Q_{CMB}^0, T_0 и T_s^0, лежащие в допустимых интервалах 7.6–30 ТВт, 5800–7000 К, 5100–5700 К соответственно, чтобы: 1) радиус твердого ядра при $t = 4.6$ млрд лет был максималь-

[2] В ходе эволюции возможно появление режимов, когда адиабатический тепловой поток вблизи мантии станет больше теплового потока на границе ядро–мантия. В этом случае конвекция прекратится. Подробнее с расчетами таких режимов можно ознакомиться в [9, 10]. Поскольку далее мы рассмотрим режим остывания без появления области III, мы не будем останавливаться на реализации этой возможности подробно.

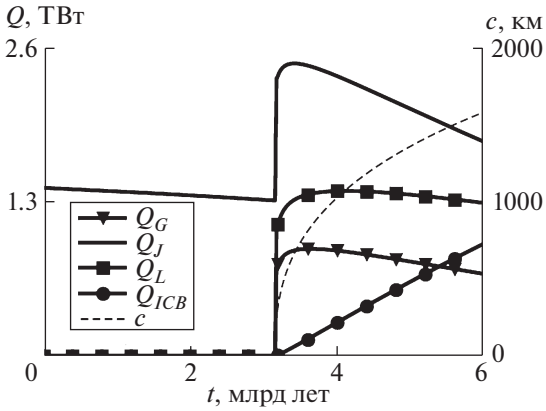

Рис. 1. Поведение во времени теплот Q_G, Q_J, Q_L, потока Q_{ICB} и радиуса твердого ядра c.

но близок к современному значению $c_m = 1220$ км; 2) средняя по времени омическая диссипация до и после появления твердого ядра Q_J^a, Q_J^b, соответственно, была больше некоторого заданного значения Q_J^0; 3) отношение минимального значения диссипации Q_J^a, Q_J^b к максимальному было в интервале (R_{min}–1). Для этого введем штрафную функцию $\Psi = 1 - e^{\frac{1}{3}(R_1+R_2+R_3)}$, где R_i определены следующим образом: $R_1 = \frac{|c - c_m|}{c_m}$. $R_2 = 1$, если $Q_J^a < Q_J^0$, или $Q_J^b < Q_J^0$, в противном случае – $R_2 = 0$. $R_3 = 1$, если $\min(Q_J^a, Q_J^b)/\max(Q_J^a, Q_J^b) < R_{min}$, в противном случае – $R_3 = 0$. Минимум функции Ψ будет соответствовать искомому решению.

Решение обратной задачи для $Q_J^0 = 0.5$ ТВт, $R_{min} = 0.6$ методом Монте-Карло [9] дает $\Psi = 1.6 \times 10^{-4}$, $Q_{CMB}^0 = 18.9$ ТВт, $T_0 = 6681$ K, $T_s^0 = 5396$ K, и современный радиус ядра $c = 1223$ км. Выбор Q_J^0 основан на современных оценках энергии, требующейся для генерации магнитного поля [8]. Эволюция радиуса твердого ядра c и Q_i на интервале времени от появления жидкого ядра, $t = 0$, и до 6 млрд лет представлена на рис. 1. Настоящий момент времени соответствует $t = 4.6$ млрд лет. Модель позволяет сделать экстраполяцию на 1.4 млрд лет в будущее. Данный сценарий соответствует достаточно молодому твердому ядру, начавшемуся образовываться 1.4 млрд лет назад. В момент появления твердого ядра ($t = 3.17$ млрд лет) эффективность динамо η возрастает от 0.078 до 0.135, что связано с увеличением Q_J. Увеличение энергии Q_J, доступной для генерации магнитного поля, происходит всего в 1.7 раза, что соответствует увеличению напряженности поля на 30%. Такое увеличение, если и является значимым с точки зрения палеомагнитных методов, то все же не является катастрофичным. Следует также отметить, что появление источников энергии вблизи границы твердого ядра Q_L, Q_G приводит к изменению генерации магнитного поля, и требует решения уравнений динамо для более точной оценки напряженности магнитного поля на поверхности Земли. Выше мы лишь показали, что появление твердого ядра не обязательно приводит к существенному изменению напряженности магнитного поля. При имеющейся точности входных данных модели такой сценарий эволюции ядра вполне вероятен.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 19-47-04110.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Roberts P.H., King E.M.* On the Genesis of the Earth's Magnetism // Rep. Prog. Phys. 2013. V. 76. P. 096801. https://doi.org/10.1088/0034-4885/76/9/096801
2. *Dziewonski A.M., Anderson D.L.* Preliminary Reference Earth Model // Phys. Earth Planet. Inter. 1981. V. 25. P. 297–356.
3. *Alfè D., Gillan M.J., Price G.D.* Composition and Temperature of the Earth's Core Constrained by Combining ab initio Calculations and Seismic Data // Earth Planet. Sci. Lett. 2002. V. 195. P. 91–98.
4. *Alfè D., Gillan M.J., Price G.D.* Iron Under Earth's Core Conditions: Liquid-state Thermodynamics and High-pressure Melting Curve from ab initio Calculations // Phys. Rev. B. 2002.V. 65. P. 165118. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.65.165118
5. *Gubbins D., Masters T.G., Jacobs J.A.* Thermal Evolution of the Earth's Core // Geophys. J. R. Astr. Soc. 1979. V. 59. P. 57–99.
6. *Labrosse S., Poirier J.P., Le Mouel J.-L.* On Cooling of the Earth's Core // Phys. Earth Planet. Int. 1997. V. 99. P. 1–17.
7. *Braginsky S.I., Roberts P.H.* Equations Governing Convection in Earth's Core and the Geodynamo // Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. 1995. V. 79. P. 1–97. https://doi.org/10.1080/03091929508228992
8. *Labrosse S.* Thermal and Magnetic Evolution of the Earth's Core // Phys. Earth Planet. Int. 2003. V. 140. P. 127–143. https://doi.org/10.1016/j.pepi.2003.07.006
9. *Reshetnyak M.Yu.* Inverse Problem for the Earth's Core Evolution Model // Russ. J. Earth Sci. 2020. V. 20. P. ES5007. https://doi.org/10.2205/2020ES000740

10. *Reshetnyak M.* Evolution of the Inner Core of the Earth: Consequences for Geodynamo // Magnetohydrodynamics. 2019. V. 55. № 1–2. P. 175–183. https://doi.org/10.22364/mhd.55.1-2.21
11. *Gubbins D., Thomson C.J., Whaler K.A.* Stable Regions in the Earth's Liquid Core // Geophys. J. Int. 1982. V. 68. P. 241–251.
12. *Poirier J.-P., Tarantola A.A.* Logarithmic Equation of State // Phys. Earth Planet. Inter. 1998. V. 109. P. 1–8.
13. *Loper D.E.* Structure of the Core and Lower Mantle // Adv. Geophys. 1984. V. 26. P. 1–34.
14. *Braginsky S.I.* Magnetohydrodynamics of the Earth's Core // Geomagn. Aeron. 1964. V. 4. P. 898–916.

INFLUENCE OF THE GROWTH OF THE EARTH' SOLID CORE ON THE EFFICIENCY OF GEODYNAMO

M. Yu. Reshetnyak[a,b,#]

[a] *Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

[b] *Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

[#]*E-mail: m.reshetnyak@gmail.com*

Presented by Academician of the RAS O.A. Gliko November 16, 2020

The model of the Earth's core cooling, which describes the appearance of a solid core, is considered. The emergence of a solid core leads to increased convection due to the appearance of additional energy sources associated with crystallization of the core. At the same time, observations of the geomagnetic field do not register significant changes in the field strength in the past. In this work we solve the inverse problem for the core evolution model, based on the balance of energy and entropy, and find parameters at which the appearance of the solid core does not affect the amount of energy available for generating a magnetic field significantly.

Keywords: evolution of the Earth, liquid core, energy budget, entropy, geodynamo