

УДК 519.63

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН В БЕРЕГОВОЙ ЗОНЕ

© 2021 г. Член-корреспондент РАН И. Б. Петров^{1,*}, А. В. Фаворская¹

Поступило 09.09.2020 г.

После доработки 30.09.2020 г.

Принято к публикации 22.10.2020 г.

Работа посвящена решению задачи предупреждения о цунами с помощью сеточно-характеристического метода, разработанного для исследования волновых процессов в гетерогенных средах. Рассматривалась многослойная геологическая модель с криволинейными границами и контрастными упругими параметрами. Для исследования варьировались методы сейсмической съемки, геометрия границ, плотности рассматриваемых пород и скорости продольных и поперечных волн. Выполнено численное решение совместной краевой задачи упругого (в геологических породах) и акустического (в водном слое) волновых уравнений. Применялся численный сеточно-характеристический метод на комбинированных структурированных криволинейных и регулярной расчетных сетках. Рассчитаны и проанализированы волновые поля скорости (производной смещения) и напряжений. Построены синтетические сейсмограммы в береговой зоне. Выявлены особенности сейсмограмм и типы волн, которые могут быть использованы для предупреждения о цунами. Определены оптимальные параметры сейсмической съемки. Для определения типов волн применялся метод исследования волновых явлений с помощью вычислительных экспериментов. Примененный в работе численный сеточно-характеристический метод может в дальнейшем использоваться для решения обратных задач по обработке сейсмограмм береговой зоны в качестве метода решения прямой задачи.

Ключевые слова: математическое моделирование, сеточно-характеристический метод, цунами, береговая зона, сейсмические волны, совместная краевая задача упругого и акустического волновых уравнений, комбинированные расчетные сетки

DOI: 10.31857/S2686739721010163

ВВЕДЕНИЕ

Предупреждение о цунами — это важнейшая задача в приморских районах многих стран мира, омываемых морями и океанами. Свойство сейсмических волн обгонять порождаемые ими колебания водного слоя широко используется в системах раннего предупреждения о цунами, как у нас в стране, так и за рубежом. Новизна работы заключается в том, что задача решается численно и современным сеточно-характеристическим методом, специально разработанным для решения задач геофизики, который позволяет с высокой точностью моделировать и в дальнейшем анализировать волновые явления в прибрежных зонах, подверженных воздействию цунами.

Для решения задач о распространении сейсмических волн от очагов землетрясений до земной поверхности [1, 2] используют конечно-разностные методы [3–5], разрывный метод Галер-

кина [5, 6], метод спектральных элементов [7–9]. В данной работе для расчета использовался сеточно-характеристический метод [10–12] на структурированных комбинированных криволинейных и регулярной расчетных сетках [12]. Сеточно-характеристический метод также успешно применялся для совместного решения упругого и акустического волновых уравнений [12–14] и расчета сейсмостойкости сооружений [15].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Пример геологической модели, рассмотренный в статье, приведен на рис. 1.

Решалась совместная задача упругого:

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}, t))^T, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}, t) = (\rho c_p^2 - 2\rho c_s^2)(\nabla \cdot \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)) \mathbf{I} + \rho c_s^2 (\nabla \otimes \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) + (\nabla \otimes \mathbf{v}(\mathbf{r}, t))^T), \quad (2)$$

и акустического волновых уравнений:

¹ Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: petrov@mipt.ru

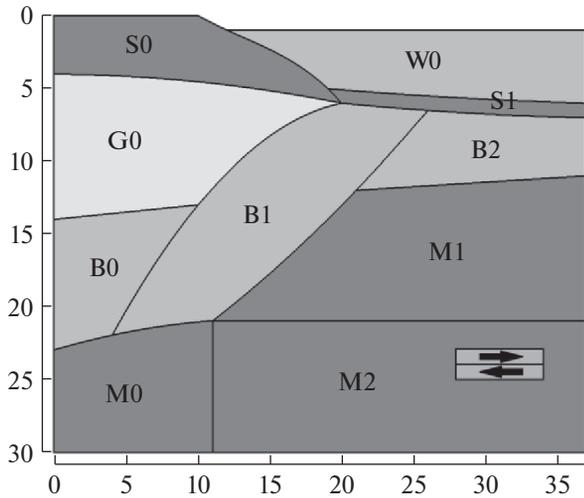


Рис. 1. Геологическая модель и отдельные расчетные сетки. Расстояния указаны в км.

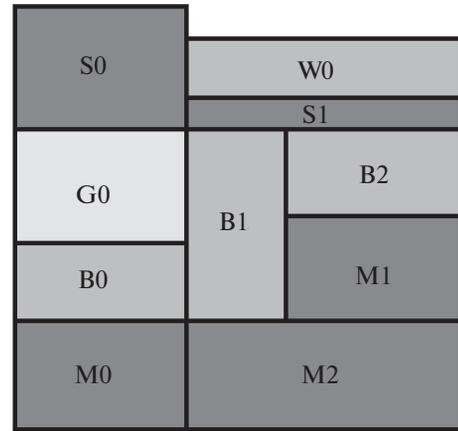


Рис. 2. Отдельные расчетные сетки после преобразования координат (схема).

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = -\nabla p(\mathbf{r}, t), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p(\mathbf{r}, t) = -\rho c_p^2 (\nabla \cdot \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)). \quad (4)$$

Между упругой и акустической средой использовалось следующее контактное условие:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{m} + p \mathbf{m} = 0, \quad (5)$$

$$\mathbf{v}^A \cdot \mathbf{m} = \mathbf{v}^E \cdot \mathbf{m}. \quad (6)$$

На границе геологической породы с воздухом применялось условие свободной границы:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{m} = 0, \quad (7)$$

также как и на границе водного слоя с воздухом:

$$p = 0. \quad (8)$$

Между слоями с различными упругими параметрами ставилось контактное условие полного сцепления.

$$\mathbf{v}^L = \mathbf{v}^R, \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^L \cdot \mathbf{m} = \boldsymbol{\sigma}^R \cdot \mathbf{m}. \quad (10)$$

В выражениях (1)–(10) $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ – скорость (производная смещения), $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}, t)$ – симметричный тензор напряжений Коши, $p(\mathbf{r}, t)$ – давление, \mathbf{r} – радиус-вектор, t – время, ∇ – вектор-градиент, ρ – плотность, c_p , c_s – скорости продольных и поперечных волн соответственно, \mathbf{I} – единичный

Таблица 1. Отдельные расчетные сетки, типы рассматриваемых сред, упругие параметры каждой расчетной сетки

Расчетная сетка	Слой	Скорость продольных волн, м/с	Скорость поперечных волн, м/с	Плотность, кг/м ³
W0	Вода	1500	–	1000
S0	Осадочные породы	2250	1000	2000
S1	Осадочные породы	2250	1000	2000
G0	Гранит	5700	2500	2600
B0	Базальт	6800	3000	3000
B1	Базальт	6800	3000	3000
B2	Базальт	6800	3000	3000
M0	Мантия	8000	3500	3300
M1	Мантия	8000	3500	3300
M2	Мантия	8000	3500	3300

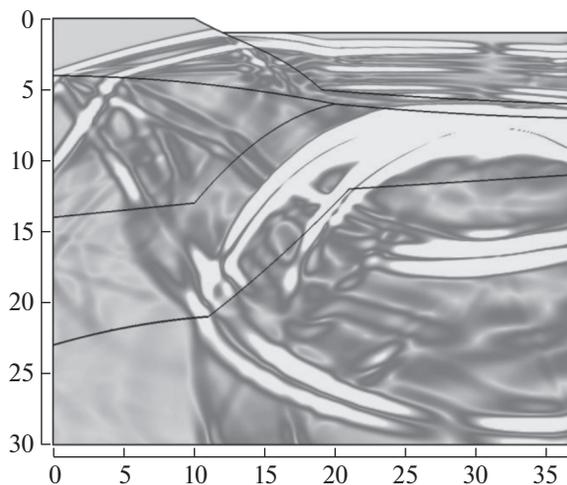


Рис. 3. Волновая картина в момент времени 5.115 с. Расстояния указаны в км.

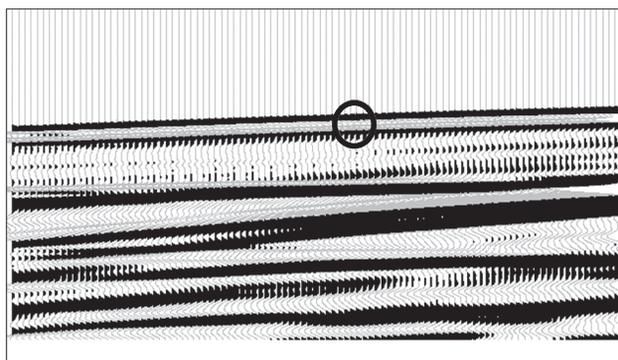


Рис. 4. Сейсмограмма вертикальной компоненты скорости.

тензор второго ранга, \otimes – тензорное произведение векторов, $(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})_{ij} = a_i b_j$. В выражениях (5), (6), (10) \mathbf{m} – единичная нормаль к контактной границе, в выражении (7) \mathbf{m} – внешняя единичная нормаль к границе. В выражении (6) индексы A, E соответствуют упругой и акустической средам соответственно, а в выражениях (9), (10) индексы L и R соответствуют левой и правой относительно границы расчетным сеткам.

Очаг землетрясения задавался в качестве начального условия заданных скоростей в соответствии с рис. 1. По краям области интегрирования в качестве неотражающих граничных условий рассматривались дополнительные расчетные сетки с растущим в геометрической прогрессии шагом по координате и диссипативной расчетной схемой.

Отдельные расчетные сетки (криволинейные и регулярная, “M2”) также представлены на рис. 1. Путем преобразования координат задача сводит-

ся к структурированным регулярным сеткам в соответствии с рис. 2. Используемые на рис. 1, 2 изображения расчетных сеток расшифрованы в табл. 1.

Для решения использовался сеточно-характеристический метод, описание которого можно найти в работах [11, 12]. В качестве неотражающих условий все расчетные сетки по краям и внизу области интегрирования были окружены дополнительными расчетными сетками с растущим в геометрической прогрессии шагом по координате, в которых использовалась диссипативная расчетная схема.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В ходе проведения численных экспериментов варьировались упругие свойства и геометрия рассматриваемых слоев, а также положение сейсми-

ческих датчиков в береговой зоне. Рассмотрим подробнее результаты одного из расчетов. На рис. 3 представлена волновая картина (специальным образом визуализированное поле модуля скорости) в момент времени 5.115 с. Можно видеть типы волн, которые опережают колебания водного слоя. Эти же типы волн (продольные волны, прошедшие через слои мантии, базальтового слоя и слоя осадочных пород) можно видеть первыми на сейсмограммах (рис. 4, отмечены кругом). Численное моделирование позволяет определить наклон этих волн на сейсмограммах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты моделирования показали, что сеточно-характеристический метод на комбинированных структурированных криволинейных и регулярных расчетных сетках может быть применен для решения прямых задач предупреждения о цунами, а также для детального анализа волновых явлений, происходящих при землетрясениях в подводной области. Оптимальным способом сейсмической съемки являются регистрация и анализ горизонтальной (в направлении от гипоцентра землетрясения) и вертикальной компонент скорости (производная смещения), зарегистрированных на сейсмических датчиках, расположенных на расстоянии 50 м друг от друга.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН “Проведение фундаментальных научных исследований (47 ГП)” по теме № 0065-2019-0005 “Математическое моделирование динамических процессов в деформируемых и реагирующих средах с использованием многопроцессорных вычислительных систем” (рег. № АААА-А19-119011590092-6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павленко О.В. Механизмы генерации аномально высоких ускорений > 1g на мягких грунтах при землетрясениях // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле. 2020. Т. 491. № 2. С. 96–102.
2. Собисевич А.Л., Преснов Д.А. О решении прямой задачи для определения параметров волн Рэлеевского типа в слоистой геофизической среде // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле. 2020. Т. 492. № 2. С. 72–76.
3. Konuk T., Shragge J. Modeling Full-wavefield Time-varying Sea–Surface Effects on Seismic Data: A Mimetic Finite-difference Approach // Geophysics. 2020. V. 85. № 2. P. T45–T55.
4. Moczó P., Kristek J., Vávryšuk V., Archuleta R.J., Halada L. 3D Heterogeneous Staggered-grid Finite-difference Modeling of Seismic Motion with Volume Harmonic and Arithmetic Averaging of Elastic Moduli and Den-

- sities // Bull. Seism. Soc. Am. 2002. V. 92. P. 3042–3066.
5. Lisitsa V., Tcheverda V., Botter C. Combination of the Discontinuous Galerkin Method with Finite Differences for Simulation of Seismic Wave Propagation // Journal of Computational Physics. 2016. V. 311. P. 142–157.
6. Wilcox L.C., Stadler G., Burstedde C., Ghattas O. A High-order Discontinuous Galerkin Method for Wave Propagation through Coupled Elastic–acoustic Media // Journal of Computational Physics. 2010. V. 229. № 24. P. 9373–9396.
7. Komatitsch D., Tromp J. Introduction to the Spectral Element Method for Three-dimensional Seismic Wave Propagation // Geophysical Journal International. 1999. V. 139. № 3. P. 806–822.
8. Долгих Г.И., Shengchun Piao, Будрин С.С., Yang Song, Долгих С.Г., Овчаренко В.В., Чупин В.А., Яковенко С.В., Yang Dong, Xiaohan Wang, Швеиц В.А. Особенности распространения и трансформации низкочастотных гидроакустических сигналов на шельфе убывающей глубины // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле. 2020. Т. 491. № 2. С. 112–116.
9. Краснощеков Д.Н., Овчинников В.М., Усольцева О.А. О скорости поперечных волн в верхней части внутреннего ядра Земли // ДАН. 2019. Т. 488. № 4. С. 434–438.
10. Магомедов К.М., Холодов А.С. О построении разностных схем для уравнений гиперболического типа на основе характеристических соотношений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1969. Т. 9. № 2. С. 373–386.
11. Favorskaya A.V., Zhdanov M.S., Khokhlov N.I., Petrov I.B. Modelling the Wave Phenomena in Acoustic and Elastic Media with Sharp Variations of Physical Properties Using the Grid-characteristic Method // Geophysical Prospecting. 2018. V. 66. № 8. P. 1485–1502.
12. Favorskaya A.V., Khokhlov N.I., Petrov I.B. Grid-characteristic Method on Joint Structured Regular and Curved Grids for Modeling Coupled Elastic and Acoustic Wave Phenomena in Objects of Complex Shape // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. V. 41. № 4. P. 512–525.
13. Фаворская А.В., Петров И.Б. О волновых откликах от нефтесодержащих резервуаров в шельфовой зоне Арктики // ДАН. 2016. Т. 466. № 6. С. 722.
14. Фаворская А.В., Петров И.Б. О численном моделировании пространственных динамических волновых эффектов в скальных массивах // ДАН. 2017. Т. 474. № 4. С. 418–422.
15. Фаворская А.В., Петров И.Б. Изучение сейсмической изоляции путем полноволнового численного моделирования // ДАН. 2018. Т. 481. № 5. С. 557–559.

NUMERICAL MODELING OF SEISMIC WAVE PROPAGATION IN THE COASTAL ZONE

Corresponding Member of the RAS **I. B. Petrov^{a,#}** and **A. V. Favorskaya^a**

^a *Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

[#] *E-mail: petrov@mipt.ru*

The work is devoted to solving the problem of tsunami warning using the grid-characteristic method developed for studying wave processes in heterogeneous media. A multilayer geological model with curved boundaries and contrasting elastic parameters was considered. For the study, we varied the seismic survey methods, the geometry of boundaries, the density of the rocks under consideration and the velocities of P- (pressure) and S- (shear) waves. The numerical solution of the joint boundary-value problem of elastic (in the geological rocks) and acoustic (in the water layer) wave equations is carried out. We apply the numerical grid-characteristic method on combined structured curvilinear and regular computational grids. The wave fields of velocity (derivative of displacement) and stresses have been calculated and analyzed. Synthetic seismograms in the coastal zone have been constructed. We have revealed the features of seismograms and types of waves that can be used for tsunami warning. The optimal parameters of seismic survey have been determined. The method of studying wave phenomena using computational experiments was used to find the types of seismic and acoustic waves. The numerical grid-characteristic method applied in this work can be further used to solve inverse problems of processing seismograms of the coastal zone as a method for solving the direct problem.

Keywords: mathematical modeling, grid-characteristic method, seismic survey, tsunami, shore zone, seismic waves, coupled acoustic and elastic boundary-value problem, combined computational grids