ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. НАУКИ О ЗЕМЛЕ, 2021, том 500, № 1, с. 83–87

ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ

УДК 551.51: 551.524.3: 551.581

ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

© 2021 г. Л. Х. Ингель[1,3], член-корреспондент РАН А. А. Макоско[2,3,*]

Поступило 04.03.2021 г.
После доработки 25.05.2021 г.
Принято к публикации 25.05.2021 г.

Неоднородности поля силы тяжести, деформируя поля давления, плотности и температуры воздуха, влияют на температурный режим пограничного слоя атмосферы, на теплообмен воздуха с подстилающей поверхностью. В работе рассмотрена стационарная аналитическая модель, призванная оценить амплитуды этих эффектов. Получены аналитические выражения для профилей температурных возмущений и амплитуд отклонений вертикальных потоков тепла на поверхности. Последние, помимо амплитуд неоднородностей поля силы тяжести, наиболее сильно зависят от фоновой стратификации среды. В высокоаномальных регионах амплитуды отклонений потоков тепла, согласно полученным оценкам, могут достигать и превышать 1 Вт/м^2, что дает основания к учету неоднородностей поля силы тяжести в климатических расчетах и численных моделях атмосферы.

Ключевые слова: неоднородности поля силы тяжести, пограничный слой атмосферы, турбулентный обмен, линейные возмущения, аналитическая модель, теплообмен, климат

DOI: 10.31857/S2686739721090115

ВВЕДЕНИЕ

В недавних теоретических работах Л.Х. Ингель и А.А. Макоско (см., в частности, [1, 2] и библиографию к этим работам) получены некоторые оценки атмосферных возмущений, связанных с неоднородностями поля силы тяжести (НПСТ). При этом основное внимание уделялось динамическим эффектам – возмущениям поля ветра под влиянием НПСТ. В настоящей работе обращается внимание на то, что в приземном слое атмосферы могут существовать и заметные термические эффекты НПСТ.

Для идеальной жидкой (газообразной) среды доказано, что в статическом состоянии в НПСТ изобары и изопикны (следовательно, и изотермы) совпадают с эквипотенциальными поверхностями [3]. Отклонения этих поверхностей от общего земного эллипсоида (высота геоида), могут, как известно, достигать значений порядка ±100 м. В приземном слое, где вертикальные перепады температуры в нижних 10–20 м могут достигать нескольких градусов, вертикальное смещение изотерм даже на 10 м должно приводить к заметным термическим эффектам. Правда, воздух в приземном слое атмосферы далек от идеальной среды. Поэтому существует содержательная задача – оценка отклонений температуры и потоков тепла в приземном слое, возникающих под влиянием НПСТ.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математическая задача в ряде отношений аналогична известным исследованиям течений, возникающих в стратифицированной среде над неоднородно нагретой горизонтальной поверхностью (см., например, [4] и библиографию в этой работе). Но в последних возмущения в среде связаны с неоднородными краевыми условиями на нижней границе, а в настоящем случае эти условия могут быть однородными, но неоднородна система уравнений гидротермодинамики – в ней присутствуют дополнительные горизонтально-неоднородные силы, связанные с пространственной неоднородностью поля силы тяжести.

Ограничиваемся рассмотрением двумерной стационарной задачи, аналогичной работе [1], в которой, однако, анализируются только динамические возмущения. Для обобщения стандартных уравнений динамики с учетом НПСТ, введем в эти уравнения дополнительные силы (ускорения) $g_x(x, z)$, $g_z(x, z)$ – горизонтальную и вертикальную составляющие НПСТ (помимо обычно рассмат-

[1] *НПО "Тайфун", Обнинск, Россия*
[2] *Российская академия наук, Москва, Россия*
[3] *Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова, Российская академия наук, Москва, Россия*
**E-mail: aamacosco@mail.ru*

риваемой постоянной силы тяжести, обозначаемой через g) [1]. Из свойств гравитационного потенциала следует соотношение $\partial \mathbf{g}_x/\partial z = \partial \mathbf{g}_z/\partial x$. Соответствующая линеаризованная система уравнений гидротермодинамики для двумерной стационарной задачи в приближении Буссинеска имеет вид [1]:

$$0 = -\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p'}{\partial x} + f\mathbf{v} + \nu\Delta_2 u + \mathbf{g}_x, \quad 0 = -fu + \nu\Delta_{2v}, \quad \rho' = -\bar{\rho}\alpha\theta, \tag{1}$$

$$0 = -\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p'}{\partial z} + \nu\Delta_2 w - \mathbf{g}\frac{\rho'}{\bar{\rho}} + \mathbf{g}_z, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \gamma w = \kappa\Delta_2\theta. \tag{2}$$

Здесь u, v, w — составляющие возмущения поля скорости вдоль горизонтальных осей x, y и вертикальной оси z соответственно; p', ρ' — возмущения давления и плотности соответственно; f — параметр Кориолиса; Δ_2 — символ двумерного лапласиана; θ — возмущение потенциальной температуры; $\gamma > 0$ — фоновый вертикальный градиент потенциальной температуры (предполагается устойчивая фоновая стратификация плотности); α — коэффициент теплового расширения; коэффициенты обмена κ и ν предполагаются постоянными.

На нижней горизонтальной границе (подстилающей поверхности) предполагается выполнение условий непротекания и прилипания, а также фиксированной температуры (отсутствия температурных возмущений):

$$u = v = w, \quad q = 0 \quad \text{при} \quad z = 0. \tag{3}$$

Вдали от поверхности предполагается выход на статический режим, существующий, согласно [3], при отсутствии вертикального теплообмена и без учета влияния подстилающей поверхности (горизонтальный теплообмен в рассматриваемой геометрии задачи незначителен). Последнее означает, что изобары, изопикны и изотермы вдали от нижней границы совпадают с эквипотенциальными поверхностями, а возмущения скорости затухают. Обозначим через Φ и η соответственно отклонения потенциала силы тяжести и вертикальные отклонения эквипотенциальных поверхностей, связанные с неоднородностями поля силы тяжести. По определению, $\eta = -\frac{\Phi}{\mathbf{g}} = \frac{\int \mathbf{g}_x dx}{\mathbf{g}}$, где нижний предел интегрирования — "отсчетная" точка, в которой упомянутые отклонения отсутствуют. Соответственно, верхнее граничное условие для температурного возмущения имеет вид:

$$\theta \to -\gamma\eta = -\frac{\gamma\int \mathbf{g}_x dx}{\mathbf{g}} \quad \text{при} \quad z \to \infty. \tag{4}$$

РЕШЕНИЕ

Исключая из системы уравнений все неизвестные, кроме w, получаем уравнение

$$\Delta_2^3 w + \frac{N^2}{\kappa\nu}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{f}{\nu}\right)^2\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0, \tag{5}$$

где $N = (\alpha\mathbf{g}\gamma)^{\frac{1}{2}}$ — частота плавучести (частота Брента-Вяйсяля).

Удобно анализировать модель с гармонической зависимостью неоднородностей поля силы тяжести от горизонтальной координаты:

$$\mathbf{g}_x = G\exp(-kz)\cos kx, \quad \mathbf{g}_z = -G\exp(-kz)\sin kx, \tag{6}$$

где G — амплитуда, k^{-1} — пространственный масштаб неоднородности соответственно. В этом случае решение также ищем в виде горизонтальной гармоники:

$$u(x,z) = U(z)\cos kx, \quad w(x,z) = W(z)\sin kx, \quad \text{и т.д.} \tag{7}$$

Уравнение (5) принимает вид

$$\left(\frac{d^2}{dZ^2} - 1\right)^3 W = -\mathrm{Ta}\frac{d^2}{dZ^2}W + RW, \quad R = \frac{N^2}{\kappa\nu k^4}, \quad \mathrm{Ta} = \frac{f^2}{\nu^2 k^4}. \tag{8}$$

Здесь введены безразмерная переменная $Z = kz$ и безразмерные параметры R, Ta, являющиеся некоторыми аналогами чисел Рэлея и Тейлора.

Решение последнего уравнения стандартным образом ищется в виде линейной комбинации экспонент типа $\exp(\sigma kz)$. Характеристическое уравнение имеет вид

$$\left(\sigma^2 - 1\right)^3 + \mathrm{Ta}\,\sigma^2 - R = 0. \tag{9}$$

В общем случае решение весьма громоздко. Но полезно иметь в виду, что значения параметров R, Ta в рассматриваемых условиях обычно весьма велики, так что имеет смысл проанализировать некоторые относительно простые предельные случаи. Например, если $\kappa = \nu = 10$ м^2/с (эффективные коэффициенты турбулентного обмена), $k = 5\times10^{-6}$ м$^{-1}$ (что соответствует длине горизонтальной полуволны около 600 км), $\gamma = 6\times10^{-3}$ К/м, $f = 7\times10^{-5}$ с$^{-1}$, то $N \approx 1.4\times10^{-2}$ с$^{-1}$, $R \approx 3\times10^{15}$, $\mathrm{Ta} \approx 10^{11}$. Корни характеристического уравнения σ_j в таких ситуациях велики по абсолютной величине по сравнению с единицей, и это существенно упрощает расчеты, которые аналогичны [1]. В частности, при выполнении условия

$$1 \ll R^{2/3} \ll \mathrm{Ta} \ll R$$

приближенное решение системы уравнений (1) и (2) имеет вид (в чем можно убедиться и прямой подстановкой в эти уравнения):

$$w \approx \nu k \frac{G}{\mathbf{g}}\left(\frac{N}{f}\right)^2 \left[\exp\left(-\frac{z}{h_B}\right) - \right.$$
$$\left. - 2^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{z}{h_E}\right)\cos\left(\frac{z}{h_E} - \frac{\pi}{4}\right)\right]\sin kx,$$
$$u \approx \nu k \left(\frac{\nu}{\kappa}\right)^{1/2} \frac{G}{\mathbf{g}}\left(\frac{N}{f}\right)^3 \times$$
$$\times\left[-\exp\left(-\frac{z}{h_B}\right) + \left(4\frac{\mathrm{Ta}^3}{R^2}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{z}{h_E}\right)\sin\left(\frac{z}{h_E}\right)\right]\cos kx, \quad (10)$$
$$v \approx \left(\frac{\kappa}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}} v\left[(1-\delta)\exp(-kz) - \exp\left(-\frac{z}{h_B}\right) + \right.$$
$$\left. + \delta\exp\left(-\frac{z}{h_E}\right)\cos\left(\frac{z}{h_E}\right)\right]\cos kx,$$
$$\theta \approx -\frac{\gamma G}{k\mathbf{g}}\left[\exp(-kz) - \exp\left(-\frac{z}{h_B}\right)\right]\sin kx,$$

где фигурируют масштабы длины

$$h_B = \frac{1}{k}\left(\frac{\mathrm{Ta}}{R}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\kappa}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{f}{kN}, \quad h_E = \frac{1}{k}\left(\frac{\mathrm{Ta}}{4}\right)^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{2\nu}{f}\right)^{\frac{1}{2}},$$

а также безразмерный параметр δ и масштаб скорости v:

$$\delta = \frac{(2R)^{\frac{1}{2}}}{\mathrm{Ta}^{\frac{3}{4}}} = \frac{N\nu k}{\left(\kappa f^3/2\right)^{\frac{1}{2}}} \ll 1, \quad v = \frac{N}{k}\frac{G}{\mathbf{g}} \sim N\eta.$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

При рассмотренных выше значениях параметров вторая экспонента в (10) убывает с высотой примерно в 200 раз быстрее, чем первая. При $z \gg h_B$ существенна лишь первая экспонента – температурные возмущения на достаточно высоких уровнях определяются лишь деформациями изотерм, которые следуют поверхностям равного потенциала. Из (4), с учетом (6), следует

$$\theta \to -\gamma\eta = -\gamma\int \mathbf{g}_x dx/\mathbf{g} = -\frac{\gamma G}{kg}\exp(-kz)\sin kx.$$

Выражение (10) отличается от последнего выражения лишь второй экспонентой, которая, как пояснено выше, быстро убывает с высотой. Поэтому, как и предполагалось, на больших высотах эти выражения совпадают.

Но ниже имеется относительно тонкий переходный слой, где сказывается температурное влияние подстилающей поверхности. Амплитуда обусловленного НПСТ возмущения потока тепла у этой поверхности:

$$\left| c_p\bar{\rho}\kappa\frac{d\theta}{dz}\right|_{z=0} \approx c_p\bar{\rho}\kappa\gamma\frac{G}{\mathbf{g}}\left(\frac{R}{\mathrm{Ta}}\right)^{\frac{1}{2}} = c_p\bar{\rho}\,(\nu\kappa)^{\frac{1}{2}}\gamma\frac{GN}{\mathbf{g}f},$$

где c_p – теплоемкость воздуха. Помимо амплитуды неоднородности поля силы тяжести, последнее выражение особенно сильно зависит от фоновой температурной стратификации (от γ зависит и N). Это и понятно, поскольку связанное с НПСТ вертикальное смещение изотерм особенно сильно сказывается при интенсивной стратификации. При $\frac{G}{\mathbf{g}} = 10^{-4}$ для приведенных выше значений остальных параметров выражение (18) превышает 1 Вт/м^2. Это значение может быть еще больше с учетом того, что в приземном и пограничном слоях фоновый градиент температуры γ может быть значительно больше, чем в приведенной выше оценке.

ОСОБЫЙ СЛУЧАЙ НИЗКИХ ШИРОТ

Низким широтам отвечают относительно малые значения параметра Кориолиса и числа Тэйлора. Поэтому представляет интерес аналогичная задача без учета кориолисовых сил. Можно показать, что в этом случае приближенное решение для температурного возмущения имеет вид

$$\theta(x,z) \approx \frac{\gamma G}{k\mathbf{g}}\left\{-\exp(-kz) + \frac{1}{2}\left[\exp\left(-R^{\frac{1}{6}}kz\right) + \right.\right.$$
$$+\left(\cos\left(\frac{3^{1/2}}{2}R^{1/6}kz\right) + \frac{1}{3^{1/2}}\sin\left(\frac{3^{1/2}}{2}R^{1/6}kz\right)\right)\cdot$$
$$\left.\left.\cdot\exp\left(-\frac{1}{2}R^{1/6}kz\right)\right]\right\}\sin kx.$$

Если в предыдущем решении толщина возникающего у поверхности пограничного слоя была порядка $\mathbf{h}_B$, то в данном случае она порядка $R^{-\frac{1}{6}}k^{-1}$. Это означает существование у поверхности дополнительных потоков тепла амплитудой порядка

$$\left|c_p\bar{\rho}\kappa\frac{d\theta}{dz}\right|_{z=0} \sim c_p\bar{\rho}\kappa k R^{\frac{1}{6}}\theta \sim c_p\bar{\rho}\kappa\frac{\gamma G}{\mathbf{g}}R^{\frac{1}{6}} = $$
$$= c_p\bar{\rho}\frac{G}{\mathbf{g}}\left(\frac{\alpha\mathbf{g}\kappa^5\gamma^7}{\nu k^4}\right)^{\frac{1}{6}}.$$

Если $N = 10^{-2}$ с$^{-1}$, $\kappa = \nu = 3$ м^2/с, $k = 2\times10^{-5}$ м$^{-1}$ (что соответствует длине горизонтальной полуволны около 150 км), то $R^{\frac{1}{6}} \approx 200$. Толщина возникающего пограничного слоя $R^{-\frac{1}{6}}k^{-1}$ порядка первых сотен метров.

При $\frac{G}{\mathbf{g}} = 10^{-4}$ амплитуда дополнительных потоков тепла может достигать и превышать 1 Вт/м^2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренная модель прозрачно демонстрирует, что неоднородности поля силы тяжести, деформируя поля давления, плотности и температуры воздуха, влияют на температурный режим пограничного слоя атмосферы, на теплообмен с подстилающей поверхностью. Полученные значения амплитуд возмущений потоков тепла, видимо, могут быть заметно больше, поскольку они сильно зависят от фоновой стратификации, а последняя в приземном и пограничном слоях бывает весьма значительной.

Полученный результат представляется достаточно значимым.

В формировании различных типов климата Земли существенная роль принадлежит круговоротам тепла и влаги, включая поток явного тепла, величина которого у Земли составляет до 20–30 Вт/м^2 (см., напр., [5, 6]), но при этом испытывает значительные вариации, в том числе суточные со сменой знака [7]. В таких случаях в высоко аномальных регионах, площадь которых составляет до нескольких млн кв. км (см. рис. 1.2–1.4 в [8]), роль НПСТ может быть очень заметна.

Отмеченные обстоятельства указывают на повод для оценки систематических погрешностей вследствие неучета НПСТ в процедурах определения потоков тепла и для возможного уточнения краевых условий в численных моделях атмосферы.

Если принять во внимание, что в используемых IPCC (Межправительственная группа экспертов по изменению климата) базовых климатических сценариях RCP величины дополнительного потока тепла (радиационного форсинга) составляют от 2.6 до 8.5 Вт/м^2 [9], возникает дополнительное основание к учету неоднородностей поля силы тяжести в климатических расчетах.

Рассмотренная выше теоретическая схема содержит ряд допущений, которые могут ограничивать пределы применимости результатов. В частности, предполагались постоянные значения коэффициентов турбулентного обмена. Отказ от приближения Буссинеска, скорее всего, не изменит порядков амплитуд, как и рассмотрение трехмерных возмущений. Температура поверхности предполагалась фиксированной. Не представляет принципиальной трудности обобщение задачи на случай более общих краевых условий города.

Представляется важным, что в любом случае рассмотренная аналитическая модель является необходимым шагом для понимания механизмов влияния неоднородностей силы тяжести на гидротермодинамику атмосферы и оценки амплитуд соответствующих эффектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ингель Л.Х., Макоско А.А.* // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2018. Т. 54. № 6. С. 635–640. https://doi.org/10.1134/S0002351518060081

2. *Ingel L.Kh., Makosko A.A.* // Geophys. and Astrophys. Fluid Dyn. 2021. V. 115. N 1. P. 35–43. https://doi.org/10.1080/03091929.2020.1762080

3. *Кочин Н.Е.* Изменение температуры и давления с высотой в свободной атмосфере. Собр. соч. Т. 1. М.-Л.: Изд. АН СССР, 1949. С. 530–591.

4. *Ингель Л.Х., Макоско А.А.* // Вычислительная механика сплошных сред. 2020. Т. 13. № 3. С. 288–297. https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.3.23

5. *Лаппо С.С., Гулев С.К., Рождественский А.Е.* Крупномасштабное тепловое взаимодействие в системе океан-атмосфера и энергоактивные области Мирового океана. Л.: Гидрометеоиздат. 1990. 339 с.

6. *Ипполитов И.И., Кабанов М.В., Логинов С.В. и др.*// Оптика атмосферы и океана. 2011. Т. 24. № 1. С. 22–29.

7. *Дубравин В.Ф., Капустина М.В., Стонт Ж.И.* // Изв. РГО. 2019. Т. 151. Вып. 4. С. 15–26. https://doi.org/10.31857/S0869-6071151415-26

8. *Макоско А.А., Панин Б.Д.* Динамика атмосферы в неоднородном поле силы тяжести. СПб.: РГГМУ, 2002. 244 с.

9. О новых сценариях анализа выбросов, изменения климата, воздействий и стратегий реагирования. Техническое резюме. Доклад совещания экспертов МГЭИК 19–21 сентября 2007 года. Нордвейкерхаут, Нидерланды. https://archive.ipcc.ch/pdf/supporting-material/expert-meeting-ts-scenarios-ru.pdf.

ESTIMATES OF THE INFLUENCE OF GRAVITY INHOMOGENEITIES ON THE THERMAL REGIME OF THE ATMOSPHERIC BOUNDARY LAYER

L. Kh. Ingel[a,c] **and Corresponding Member of the RAS A. A. Makosko**[b,c,#]

[a] *Research and Production Association "Typhoon", Obninsk, Russian Federation*

[b] *Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

[c] *Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

[#] *E-mail: aamacosco@mail.ru*

The inhomogeneities of the gravity field, deforming the fields of pressure, density and air temperature, affect the temperature regime of the boundary layer of the atmosphere, on the heat exchange of air with the underlying surface. The paper considers a stationary analytical model designed to estimate the amplitudes of these effects. Analytical expressions for the profiles of temperature perturbations and amplitudes of deviations of vertical heat fluxes on the surface are obtained. The latter, in addition to the amplitudes of the inhomogeneities of the gravity field, most strongly depend on the background stratification of the medium. In highly anomalous regions, the amplitudes of deviations of heat fluxes, according to the estimates obtained, can reach and exceed 1 W/m^2, which gives grounds for taking into account the inhomogeneities of the gravity field in climatic calculations and numerical models of the atmosphere.

Keywords: gravity field inhomogeneity, atmospheric boundary layer, turbulent exchange, linear disturbances, analytical model, heat transfer, climate