

УДК 532.59:534.1

ОСОБЕННОСТИ ФАЗОВЫХ СТРУКТУР ВНУТРЕННИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ОТ ДВИЖУЩИХСЯ ИСТОЧНИКОВ ВОЗМУЩЕНИЙ

© 2021 г. В. В. Булатов^{1,*}, Ю. В. Владимиров¹, И. Ю. Владимиров², Е. Г. Морозов²

Представлено академиком РАН М. В. Флинттом 15.04.2021 г.

Поступило 14.04.2021 г.

После доработки 11.05.2021 г.

Принято к публикации 17.05.2021 г.

Исследуются особенности фазовых структур внутренних гравитационных волн, возбуждаемых движущимся источником возмущений. Численно изучены основные дисперсионные зависимости, определяющие свойства возбуждаемых дальних волновых полей. Приведены результаты расчетов амплитудно-фазовых структур дальних полей внутренних гравитационных волн от движущихся источников возмущений для распределений частоты плавучести, характерных для акватории Северной Атлантики.

Ключевые слова: внутренние гравитационные волны, фазовая структура, частота плавучести, волновая мода

DOI: 10.31857/S268673972109005X

Источниками внутренних гравитационных волн (ВГВ) в океане могут быть любые возмущения стратифицированной среды [13, 15, 16]. Однако наиболее сильные “генераторы” внутренних волн — это прилив и ветер. Приливные течения набегают на подводный склон и генерируют ВГВ приливного периода, которые затем распространяются как свободные волны. Вблизи источника поля ВГВ описываются лучами или множеством мод, при этом высокие моды быстро затухают и далее распространяются волны низших мод [13, 16]. При ветровом воздействии на поверхность океана прямой генерации ВГВ практически не происходит: ветровое воздействие генерирует инерционные колебания, которые, разрушаясь, генерируют волновые пакеты широкого диапазона частот [15, 18]. Генерация ВГВ метеорологическими возмущениями рассматривалась в [9, 10, 18]. Сильнейшим генератором инерционных колебаний являются тайфуны и ураганы: тайфун может перемещаться по поверхности океана со скоростью несколько метров в секунду, что, как правило, больше фазовых скоростей ВГВ в океане [2, 7, 9, 15, 18]. За тайфуном образуется волновой след,

напоминающий конус Маха, в котором возбуждаются сначала инерционные колебания, а потом широкий спектр внутренних волн [9, 10, 18]. Практически в океане такие возбуждаемые волны имеют период порядка одного часа в зависимости от глубины океана [2, 6, 7, 15]. Внутренние волны могут генерироваться также другими сильными возмущениями в океане, например, неустойчивыми струями течений, фронтами, вихрями [2–4, 8, 20]. Возбуждаемые с помощью этого механизма генерации волновые поля могут генерироваться также другими сильными возмущениями, которые играют значительную роль в различных механизмах переноса энергии в толще океана [13, 15, 16]. Распространение диспергирующих ВГВ в океане имеет особенности, связанные с зависимостью скорости распространения от длины волны. Структура волновых картин на больших расстояниях от движущегося источника практически не зависит от его формы и определяется в основном законом дисперсии и скоростью источника. Современные подходы к описанию линейных ВГВ основаны на представлении волновых полей интегралами Фурье, анализе их асимптотик и на построении фазовых структур в рамках кинематической теории диспергирующих волн [3, 7, 11].

В работе рассматриваются особенности фазовой и амплитудной структур дальних полей ВГВ, используя распределения частоты плавучести, характерные для акватории Северной Атлантики [5, 12, 17, 19]. Учет реальной стратификации темпе-

¹ Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук, Москва, Россия

² Институт океанологии им. П. П. Ширинова Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: internalwave@mail.ru

Таблица 1. Частоты Вьяйсяля–Брента на характерных глубинах сезонного термоклина 100 м и главного термоклина 1000 м для рассмотренных районов Северной Атлантики

Глубина, м	Западная тропическая Атлантика 10° с.ш., 43° з.д.	Северо-восточная тропическая Атлантика 20° с.ш., 37° з.д.	Северная Атлантика 60° с.ш., 20° з.д.	Северная Атлантика 74° с.ш., 15° в.д.
100	8	5	2	3
1000	2	1.5	1.5	0.8

Значения частоты плавучести (Вьяйсяля–Брента) в циклах в час для районов Северной Атлантики.

ратуры и солёности позволяет учитывать особенности волновой динамики с учетом изменчивости плотности морской среды, наблюдаемой при натурных измерениях ВГВ в Мировом океане. Район Северной Атлантики был выбран, поскольку в этой части океана часто наблюдаются достаточно сильные ветры. Также был рассмотрен район западной тропической Атлантики, где в осенний сезон проходят траектории ураганов. Аналогичная ситуация наблюдается в северной части Тихого океана и в других районах океана с сильными ветрами, поэтому принципиального различия в физических особенностях волновых процессов нет, однако возможны определенные отличия в численных значениях решений.

Ниже приводится табл. 1 частоты Вьяйсяля–Брента на характерных глубинах сезонного термоклина 100 м и главного термоклина 1000 м для рассмотренных районов Северной Атлантики, где проводились отечественные измерения [5, 6, 12, 17, 18].

В движущейся вместе с источником системе координат установившееся поле возвышения $\eta(\xi, y, z, z_0)$ линейных ВГВ, возбуждаемых в невязкой, несжимаемой, стратифицированной по вертикали среде конечной глубины H при $t \rightarrow \infty$ определяется из задачи [3, 11]

$$V^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \eta + N^2(z) \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \eta = Q(\xi, y, z, z_0), \quad (1)$$

где V – скорость движения источника, $\xi = x + Vt$, z_0 – глубина погружения источника, $\eta = 0$, $z = 0$,

$-H$, $N^2(z) = -\frac{g}{\rho_0(z)} \frac{d\rho_0(z)}{dz}$ – частота Вьяйсяля–

Брента, $\rho_0(z)$ – невозмущенная плотность среды, функция $Q(\xi, y, z, z_0)$ описывает плотность распределения источников в движущейся системе координат. На больших расстояниях реальные источники возмущений ВГВ допускают физически обоснованную аппроксимацию некоторой системой точечных локализованных источников, взятых с определенными весами [3, 4, 7, 20]. Ре-

шение задачи (1) описывает установившийся волновой режим в движущейся со скоростью V вместе с источником возмущений системе координат, и имеет вид суммы волновых мод [3, 11]

$$\eta(\xi, y, z, z_0) = \sum_n \eta_n(\xi, y, z, z_0), \quad (2)$$

$$\eta_n = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} D_n(z, z_0, \nu) \exp(i(\mu_n(\nu)\xi - \nu y)) d\nu,$$

где подынтегральная функция $D_n(z, z_0, \nu)$ зависит от собственных функций и собственных значений $\mu_n(\nu)$, являющихся решением уравнения: $\omega_n^2(k) = V^2 \mu_n^2(\nu)$, $k^2 = \mu_n^2(\nu) + \nu^2$, $\omega_n(k)$ – собственное число основной вертикальной спектральной задачи ВГВ [3, 15]. В [3] показано, что при $t \rightarrow \infty$ и фиксированных значениях $\xi = x + Vt$ вклад слагаемых, описывающих переходной режим и явно зависящих от времени, экспоненциально мал.

Асимптотики интегралов (2), описывающие поле отдельной моды ВГВ вдали от источников возмущений, можно вычислить методом стационарной фазы, стационарные точки фазовой функции определяются из решения уравнения: $\mu'(\nu) = y/\xi$. Асимптотики стационарной фазы перестают работать в окрестности волновых фронтов, т.е. в случае, когда стационарные точки стремятся друг к другу и $\mu''(\nu) \rightarrow 0$. Волновые фронты определяются такими значениями ν^* , при которых $\mu''(\nu^*) = 0$, асимптотики волнового поля вблизи каждого из волновых фронтов могут выражаться через функции Эйри и ее производные [3, 11]. Вблизи волновых фронтов стационарные точки стремятся к нулю, т.е. к краю области интегрирования и одновременно к особенностям подынтегрального выражения $D_n(z, z_0, \nu)$. В этом случае метод стационарной фазы неприменим, и для построения локальных асимптотик с помощью подходящей замены следует свести исходный интеграл к более сложному эталонному интегралу. Выбор эталонного интеграла определяется распределением стационарных точек фазовой функции и особыми точками подынтегральной функции $D_n(z, z_0, \nu)$ [14].

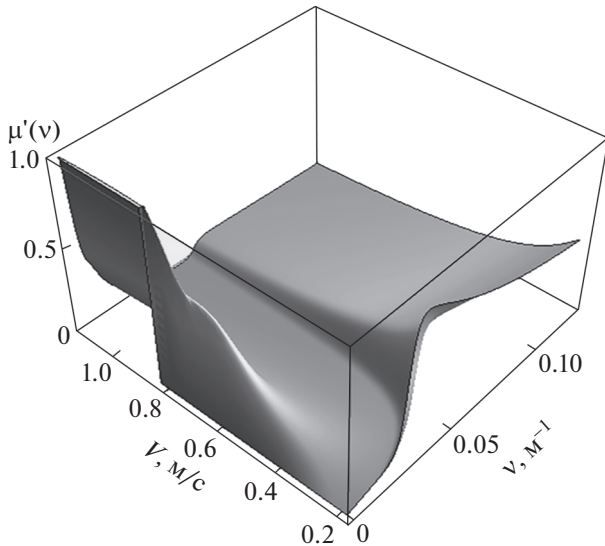


Рис. 1. Дисперсионные поверхности $\mu'(v, V)$ внутренних волн.

Вдали от источников возмущений качественное поведение волнового поля определяется наличием или отсутствием на интервалах интегрирования в (2) экстремумов функции $\mu'(v)$, отвечающих соответствующим стационарным точкам фазовых функций в (2) [3, 11]. Особенности распределения частоты плавучести в различных акваториях Мирового океана приводят к тому, что дисперсионные зависимости и соответствующие им фазовые функции могут иметь несколько стационарных точек. Далее, без ограничения общности, все численные результаты приведены для второй волновой моды. На рис. 1 представлены результаты расчетов дисперсионных поверхностей $\mu'(v, V)$. На рис. 2 представлены результаты расчетов линий равной фазы (сплошные линии), штриховые линии – соответствующие волновые фронты. На рис. 3 представлены результаты расчетов возвышения. Численные расчеты для различных волновых мод показывают, что для различных распределений частоты плавучести может наблюдаться (в зависимости от скорости движения источника возмущений) дисперсионная картина, при которой имеются от одного до нескольких экстремумов функции $\mu'(v)$. С увеличением номера волновой моды число экстремумов $\mu'(v)$ функции, как правило, возрастает, это означает, что вклад в дальнее поле ВГВ вносят несколько волновых цугов.

Результаты численных расчетов показывают, что топология дисперсионных поверхностей $\mu'(v, V)$ может иметь достаточно сложную структуру, зависящую как от стратификации среды, так и от параметров волновой генерации. Кроме того, численные расчеты показывают, что при из-

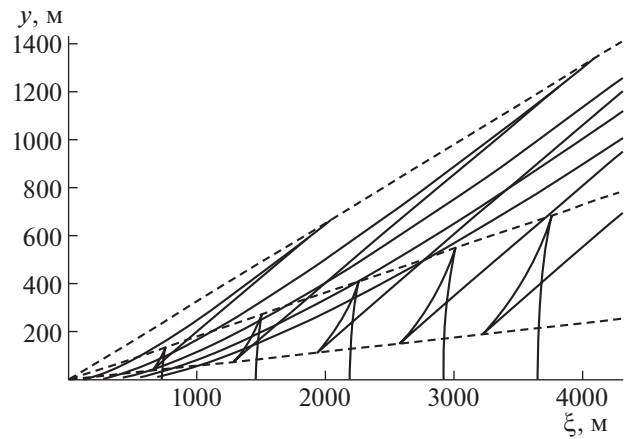


Рис. 2. Линии равной фазы при распространении внутренних волн при $V = 0.23$ м/с.

менении параметров волновой генерации (увеличение скорости движения источника возмущений) происходит заметная перестройка фазовых картин возбуждаемых волновых полей. В частности, может наблюдаться характерная фазовая картина типа “ласточкин хвост” (рис. 2) [1]. В этом случае в фиксированной точке наблюдения происходит качественная перестройка одновременно приходящих волновых фронтов. Тогда полное поле ВГВ представляет собой сложную картину волновых биений, когда в фиксированную точку пространства одновременно приходит несколько волновых цугов с различными амплитудами и фазами.

Сложность топологии рассчитанных дисперсионных зависимостей требует для корректного асимптотического исследования дальних полей

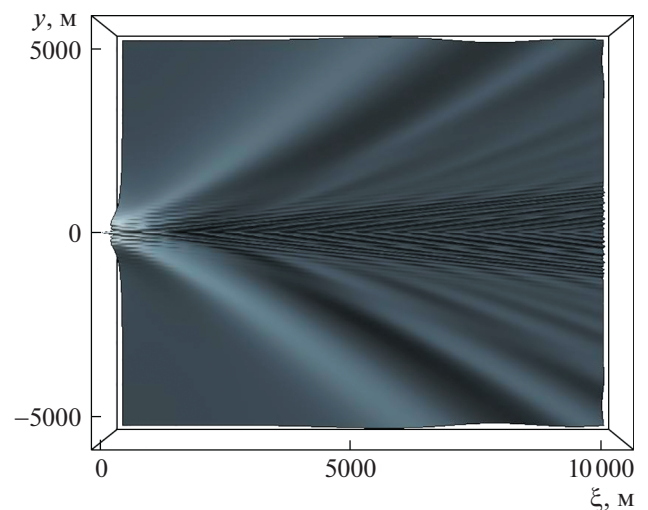


Рис. 3. Возвышение уровня при распространении внутренних волн при $V = 0.7$ м/с.

ВГВ применения специального математического аппарата. Особые точки фазовых функций в интегралах (2) могут сближаться с другими особыми точками или с какой-либо особенностью (полюсом, точкой ветвления) подынтегральной функции $D_n(z, z_0, \nu)$. В этом случае стандартные методы исследования асимптотик полей ВГВ становятся неприменимы. Важно отметить, что наиболее интересными с практической точки зрения являются локальные экстремумы дисперсионных поверхностей $\mu'(v, V)$, так как асимптотику поля ВГВ в окрестности соответствующих волновых фронтов и каустик, отвечающих этим экстремумам, можно описать с помощью метода эталонных интегралов. Например, при слиянии двух стационарных точек асимптотика интегралов (2) выражается через функцию Эйри, при слиянии стационарных точек и полюса — через интеграл Френеля. Случай слияния трех стационарных точек может описываться функцией Пирси, часто применяемой в теории особенностей и катастроф [14]. Если две из трех сливающихся стационарных точек находятся строго симметрично относительно третьей, то асимптотика соответствующего интеграла может выражаться через функцию Ханкеля. Если подынтегральная функция $D_n(z, z_0, \nu)$ имеет корневую особенность вблизи края области интегрирования, то асимптотику решений описываются с помощью квадрата функции Эйри [3].

Численные расчеты дисперсионных зависимостей, фазовых поверхностей и амплитудно-фазовых характеристик полей ВГВ показывают, что для реально наблюдаемых вертикальных стратификаций Мирового океана могут возникать физически интересные случаи генерации волновых структур, которые не описываются известными эталонными интегралами [1, 3, 14].

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена по темам государственного задания: В.В. Булатов, Ю.В. Владимиров (№ АААА-А20-120011690131-7), И.Ю. Владимиров, Е.Г. Морозов (0128-2021-0002), и частичной финансовой поддержке РФФИ проект № 20-01-00111А.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арнольд А.И. Волновые фронты и топологии кри-вых. М.: Фазис, 2002. 118 с.
2. Беляев М.Ю., Десинов Л.В., Крикалев С.К., Кумак-шев С.А., Секерж-Зенькович С.Я. Идентификация системы океанских волн по фотоснимкам из космоса // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2009. № 1. С. 117–127.
3. Булатов В.В., Владимиров Ю.В. Волны в стратифицированных средах. М.: Наука, 2015. 735 с.
4. Матюшин П.В. Процесс формирования внутрен-них волн, инициированных начальным движени-ем тела в стратифицированной вязкой жидкости // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2019. № 3. С. 83–97.
5. Морозов Е.Г., Пелиновский Е.Н., Талипова Т.Г. Ча-стота повторяемости внутренних волн на Мезопо-лигоне-85 в Атлантике // Океанология. 1998. Т. 38. № 4. С. 521–527.
6. Морозов Е.Г., Марченко А.В. Короткопериодные внутренние волны в арктическом фиорде (Шпиц-берген) // Известия РАН. ФАО. 2012. Т. 48. № 4. С. 453–460.
7. Свиркунов П.Н., Калашник М.В. Фазовые картины диспергирующих волн от движущихся локализо-ванных источников // Успехи физических наук. 2014. Т. 184. № 1. С. 89.
8. Abdilghanie A.M., Diamessis P.J. The Internal Gravity Wave Field Emitted by a Stably Stratified Turbulent Wake // J. Fluid Mechanics. 2013. V. 720. P. 104.
9. Alford M.H., MacKinnon J.A., Simmons H.L., Nash J.D. Near-inertial Internal Gravity Waves in the Ocean // Annual Review of Marine Science. 2016. V. 8 (1). P. 95–123.
10. Alford M.H., Shcherbina A.Y., Gregg M.C. Observations of Near-inertial Internal Gravity Waves Radiating from a Frontal Jet // J. Phys. Oceanogr. 2013. V. 43. P. 1225–1239.
11. Bulatov V.V., Vladimirov Yu V., Vladimirov I.Yu. Far Fields of Internal Gravity Waves from a Source Moving in the Ocean with an Arbitrary Buoyancy Frequency Distribution // Russian Journal of Earth Sciences. 2019. V. 19. № 5. ES5003.
12. Frey D.I., Novigatsky A.N., Kravchishina M.D., Moro-zov E.G. Water Structure and Currents in the Bear Is-land Trough in July–August 2017 // Russian J. Earth Sciences. 2017. V. 17. ES3003.
13. Garrett C., Kunze E. Internal Tide Generation in the Deep Ocean. // Annual Rev. Fluid Mech. 2007. V. 39. P. 57–87.
14. Kravtsov Y., Orlov Y. Caustics, Catastrophes, and Wave Fields. Berlin: Springer, 1999. 228 p.
15. Mei C.C., Stiassnie M., Yue D.K.-P. Theory and Appli-cations of Ocean Surface Waves. Advanced Series of Ocean Engineering. V. 42. London, World Scientific Publishing, 2017. 1500 p.
16. Morozov E.G. Oceanic Internal Tides. Observations, Analysis and Modeling. Dordrecht: Springer, 2018. 325 p.
17. Morozov E.G., Tarakanov R.Yu., Frey D.I., Demidova T.A., Makarenko N.I. Bottom Water Flows in the Tropical Fractures of the Northern Mid-Atlantic Ridge // J. Oceanography. 2018. V. 74 (2). P. 147–167.
18. Morozov E.G., Velarde M.G. Inertial Oscillations as Deep Ocean Response to Hurricanes // Journal of Oceanography. 2008. V. 64. P. 495–509.
19. Voelker G.S., Myers P.G., Walter M., Sutherland B.R. Generation of Oceanic Internal Gravity Waves by a Cy-clonic Surface Stress Disturbance // Dynamics Atmo-sphere Oceans. 2019. V. 86. P. 116.
20. Wang J., Wang S., Chen X., Wang W., Xu Y. Three-di-mensional Evolution of Internal Waves Rejected from a Submarine Seamount // Physics Fluids. 2017. V. 29. P. 106601.

PHASE STRUCTURE FEATURES OF INTERNAL GRAVITY WAVES GENERATED BY A MOVING SOURCE

V. V. Bulatov^{a,#}, Yu. V. Vladimirov^a, I. Yu. Vladimirov^b, and E. G. Morozov^b

^a *Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

^b *Shirshov Oceanology Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

[#] *E-mail: internalwave@mail.ru*

Presented by Academician of the RAS M.V. Flint April 15, 2021

Phase structures of internal gravity waves in the ocean are investigated. Wave fields are generated by a moving source of disturbances. The main dispersion dependences determining the properties of the generated far wave fields are studied numerically. The properties of internal waves based on the numerical simulations of the amplitude-phase structures of the far fields of internal gravity waves generated by moving sources of disturbances are presented. The simulations were carried out on the example of the distributions of buoyancy frequency characteristic of the North Atlantic.

Keywords: internal gravity waves, phase structure, buoyancy frequency, wave mode