

ПРОБЛЕМЫ ВОД СУШИ

УДК 556

САМОИНДУЦИРОВАННОЕ ВРАЩЕНИЕ ЛЕДЯНОГО ДИСКА НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ

© 2022 г. Т. О. Чаплина^{1,*}, А. В. Кистович¹

Представлено академиком РАН Д.М. Климовым 29.03.2022 г.

Поступило 29.03.2022 г.

После доработки 01.04.2022 г.

Принято к публикации 05.04.2022 г.

Представлены результаты экспериментальных исследований и физического моделирования явления самопроизвольного вращения ледяного диска на поверхности неподвижной воды. Измерены зависимости скорости вращения ледяного образца в зависимости от солености и глубины экспериментального контейнера.

Ключевые слова: лед, таяние, вязкое увлечение, конвективные течения

DOI: 10.31857/S2686739722070052

Явление вращения плавучего льда на поверхности неподвижной воды, впервые описанное в конце XIX века, в последнее время снова стало привлекать внимание как натуральных [1, 2], так и лабораторных наблюдателей [3]. Несмотря на большое количество работ процессы формирования конвективных вихревых течений, образующихся вследствие таяния льда, изучены недостаточно полно, ряд сформулированных гипотез не нашел подтверждения в опытах, что объясняется сложностью теоретического описания и методическими трудностями выполнения экспериментов. До настоящего момента не существует единого мнения о механизме возникновения самоиндуцированного вращения ледяных объектов. В данной работе приводятся результаты измерений скорости вращения ледяного диска на поверхности исходно неподвижной пресной и соленой воды различной глубины, и построена новая физическая модель такого вращения.

Изучение течений, возникающих при размещении ледяного маркера на свободной поверхности покоящейся жидкости, требует учета целого ряда факторов, таких как состав и минерализация льда и воды, температура, соленость, форма и размер ледяного маркера, шероховатость его поверхности, имеющиеся подводные и поверхностные течения. При проведении эксперимента в лабораторных условиях удается исключить или свести к минимуму влияние большинства слабо

контролируемых факторов, исследовать упрощенную задачу, редуцировав ее термодинамическую часть к задаче свободной конвекции под гладкой поверхностью раздела. Эксперименты проводились в сосудах различной формы и размеров.

В качестве ледяных маркеров использовались куски льда различной формы (круг, прямоугольник, квадрат, звезда, пятиугольник). Ледяные маркеры с замороженными маркерами-указателями размещались на свободной поверхности как пресной, так и соленой воды (35‰). Все эксперименты проводились при комнатной температуре воды и воздуха (20°C), регистрация картины возникающих перемещений производилась видеокамерой, закрепленной на штативе.

При размещении ледяного маркера любой формы и размера на поверхности сосуда с покоящейся водой (площадь свободной поверхности превосходит площадь верхней грани ледяного блока не менее, чем в 2 раза) регистрируется вращение льда, скорость которого зависит как от глубины слоя воды, так и от размера маркера. В частности, в экспериментах при глубине жидкости 3 см вращение ледяного блока практически прекращалось. Для визуализации течения, возникающего в толще жидкости под размещенным на поверхности воды ледяным блоком, в ходе замораживания в воду добавлялся краситель — его высвобождение при таянии льда служит не только индикатором возникающего течения (рис. 1), но также выявляет его структуру — нисходящие под действием силы гравитации струи холодной талой воды.

При увеличении глубины слоя жидкости (5, 10, 15, 20 см), на котором размещается ледяной

¹ Институт проблем механики Российской академии наук им. А.Ю. Ишлинского, Москва, Россия

*E-mail: tanya75.06@mail.ru

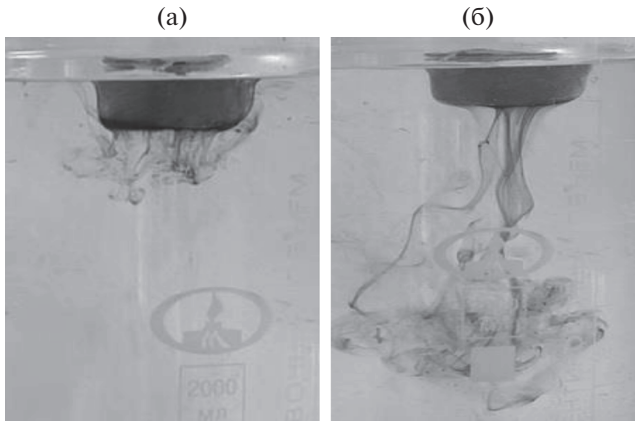


Рис. 1. Течение под ледяным диском ($d = 1.0$ см, $h_d = 0.3$ см, $t = 1, 10$ с).

блок, угловая скорость его вращения растет. Эксперименты также показали, что в пресной воде угловая скорость вращения льда больше, чем в соленой ($S = 35\%$). В этом позволяет убедиться зависимость угла поворота ледяного блока от времени для разных глубин в пресной и соленой воде, приведенные на рис. 2.

Анализ экспериментальных результатов позволяет выдвинуть гипотезу о том, что причиной вращения ледяного диска, помещенного в покоящуюся воду, являются течения, возникающие в воде в результате проявления нескольких физических эффектов.

Как следует из теоретической механики [4], приобретение диском ненулевого кинетического момента относительно вертикальной оси, проходящей через его центр, возможно лишь в результате приложения к нему внешнего момента. Внешний вращательный момент, действующий на ледяной диск, представляет собой суммарный момент вязких касательных напряжений на границе вода–лед. Для того чтобы возникли вязкие касательные напряжения, необходимо привести в движение исходно покоящуюся жидкость. Существуют два механизма, способные привести в движение жидкость в задаче в рассматриваемой постановке: неоднородность поверхностного натяжения как следствие неоднородности температурного распределения вдоль границы контакта сред, а также возникающие конвективные течения вблизи центров таяния льда.

Рассматриваемая здесь модель тающего ледяного диска представляет собой объект с идеально гладкой поверхностью, дно которого расположено на уровне $z = z_b(t) < 0$ (уровень воды $- z = 0$), а положение боковой стенки задается радиусом диска $R(t)$. Используемая цилиндрическая система координат (r, φ, z) такова, что ее ось z совпада-

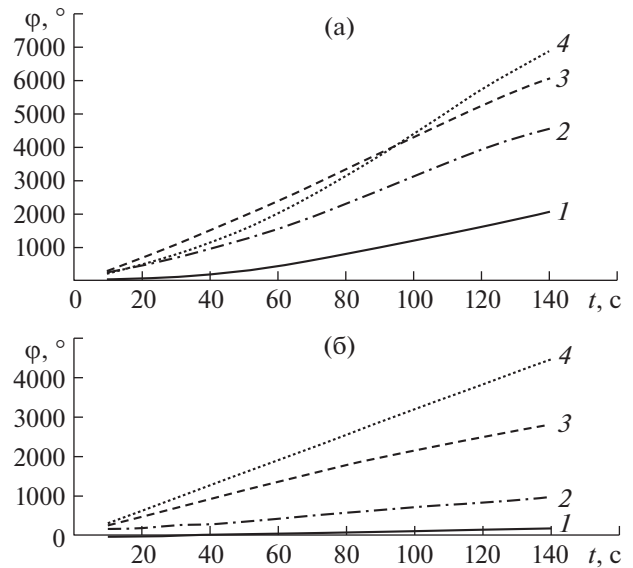


Рис. 2. Зависимость углового положения ледяных блоков ($d = 2.0$ см, $h_d = 1$ см) от времени на различных глубинах: 1 – 5 см, 2 – 10 см, 3 – 15 см, 4 – 20 см: (а) – пресная, (б) – соленая вода ($S = 35\%$).

ет с вертикальной осью, проходящей через центр диска.

В начальные моменты времени, когда вращение диска вокруг собственной оси и его смещение по поверхности воды еще только начинают развиваться, допустимо использовать приближенные условия прилипания

$$\mathbf{v}|_{z=z_b(t)} = \dot{z}_b(t)\mathbf{e}_z, \quad \mathbf{v}|_{r=R(t)} = \dot{R}(t)\mathbf{e}_r, \quad (1)$$

налагаемые на поле скорости воды $\mathbf{v} = v_r\mathbf{e}_r + v_\varphi\mathbf{e}_\varphi + v_z\mathbf{e}_z$. Здесь \mathbf{e}_i, v_i – единичные орты цилиндрической системы координат и соответствующие компоненты поля скорости, точка над символами обозначает производную по времени.

Так как во льду отсутствует движение среды, то на основании динамического граничного условия на поверхности вязкой воды [5] с учетом условия прилипания (1) на дне и на боковой поверхности справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \eta \frac{\partial v_r}{\partial z} \Big|_{z=z_b} &= -\frac{\partial \sigma}{\partial r}, & \eta \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} \Big|_{z=z_b} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi}, \\ r \in [0, R(t)], & \eta \frac{\partial v_z}{\partial r} \Big|_{r=R} &= -\frac{\partial \sigma}{\partial z}, & (2) \\ \eta \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} \Big|_{r=R} &= -\frac{1}{R} \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi}, & z \in [z_b, z_m], & \end{aligned}$$

где z_m – уровень мениска на боковой поверхности льда, η – первая динамическая вязкость воды, $\sigma = \sigma(T)$ – коэффициент поверхностного натя-

жения на границе вода–лед, зависящий от температуры воды T .

Вклад во вращательный момент относительно вертикальной оси дают только азимутальные компоненты вязких напряжений на дне и боковой стороне ледяного диска, это полный вращательный момент, определяемый первым механизмом – неоднородностью распределения коэффициента поверхностного натяжения вдоль границы раздела контактирующих сред – определяется соотношениями (2) и задается выражением

$$\mathbf{M} = -\mathbf{e}_z \left[\int_0^R \left[\mathbf{r} \mathbf{e}_r \times \frac{\mathbf{e}_\varphi}{r} \right] I_\varphi r dr + R \int_{z_b}^{z_m} \left[\mathbf{R} \mathbf{e}_r \times \frac{\mathbf{e}_\varphi}{R} \right] I_\varphi dz \right] = 0.$$

Последнее равенство обусловлено тем, что при непрерывном распределении температуры по границе вода–лед непрерывно и распределение поверхностного натяжения. Таким образом, $I_\varphi = \int_0^{2\pi} \sigma'_\varphi d\varphi = 0$, и зависимость от температуры коэффициента поверхностного натяжения на границе вода–лед может привести лишь к смещению (из-за неоднородности радиальных вязких напряжений на дне), но не к вращению ледяного диска.

Обратимся теперь к конвективному механизму возникновения вращательного момента. За счет внутренних структурных неоднородностей льда, вызываемых различными причинами, на его поверхности образуются локальные области, называемые центрами таяния, вблизи которых процесс таяния происходит интенсивнее, чем в среднем по поверхности. Этот факт подтверждается экспериментами [6] по изучению таяния нижней поверхности плавающего льда. В результате картина таяния, возникающая у нижней границы диска после контакта льда с водой, представляет собой слой талой воды и опускающиеся из него струи, порожденные центрами таяния льда. Эти струи увлекают в свое движение окружающую воду, создавая на этой границе вязкие напряжения, которые при определенных условиях способны привести ледяной диск в движение.

Структура течения вблизи нижней границы льда талой жидкости, вовлеченной в движение опускающейся струей, представляет собой вязкий пограничный слой, движение в котором направлено к центру таяния льда. При этом на границе вода–лед и внешней границе слоя вовлечения горизонтальная скорость полагается равной нулю, а вертикальная скорость (по причине экспериментально наблюдаемых крайне малых скоростей таяния льда $\dot{z}_b(t)$ по сравнению с характерными величинами поля скорости воды \mathbf{v}) считается отсутствующей во всем пограничном слое, что позволяет задаться приближенной моделью поля скорости вовлеченной жидкости вида

$$v_r = v_m \frac{z - z_{\text{ice}}}{|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_m|} \operatorname{erfc} \left(\frac{z_{\text{ice}} - z}{\sqrt{a_m v}} \right), \quad v_z = 0, \quad (3)$$

где $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\rho}_m$ – радиус-векторы точки наблюдения и m -того центра таяния соответственно, отсчитываемые от оси z вдоль нижней поверхности льда; z , z_{ice} – вертикальные координаты точки наблюдения и нижней границы тающего диска; a_m , v_m – характеристики центра таяния, причем a_m – некоторое характерное время, а $v_m \sim \sqrt{q_m}$ – характерная скорость конвективного течения, где q_m – интенсивность источника конвекции, включающегося в однородной по плотности среде [7–11].

Вид распределения (3) приводит к тому, что на нижней поверхности льда $z = z_b$ единственная отличная от нуля компонента тензора вязких напряжений имеет вид

$$\sigma_{rz} = \frac{\eta v_m}{|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_m|}. \quad (4)$$

Вязкая сила, приложенная к элементу нижней поверхности льда, направлена от этого элемента к местоположению центра таяния:

$$\mathbf{F}_m \sim \frac{\eta v_m (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_m)}{|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_m|^2}. \quad (5)$$

Результирующая сила вязкости, действующая со стороны воды на ледяной диск, определяется величиной

$$\mathbf{R}_m = \int \mathbf{F}_m d^2 \boldsymbol{\rho} \sim \pi \eta v_m \boldsymbol{\rho}_m \quad (6)$$

и направлена вдоль линии, соединяющей центр диска и центр таяния. Величина этой силы тем больше, чем ближе центр таяния к краю диска.

Момент силы вязкого трения относительно центра диска равен нулю

$$\mathbf{M}_m = \int \boldsymbol{\rho}_m \times \mathbf{F}_m d^2 \boldsymbol{\rho} = 0, \quad (7)$$

и вращение диска отсутствует, что и следовало ожидать, так как картина течения в пограничном слое зеркально симметрична относительно вертикальной плоскости, проходящей через центр диска и центр таяния перпендикулярно к плоскости диска.

Если бы для течения, формирующегося под тающим диском, выполнялся принцип суперпозиции, то появление сразу двух центров таяния изменило бы только результирующую вязкую силу, но оставило бы неизменным ее нулевой момент и диск только бы смещался, но не вращался. Но возникающие конвективные течения под диском заведомо нелинейны и, как показывают эксперименты, приводят к разбиению области течения на конвективные ячейки, на границах которых горизонтальная компонента поля скорости

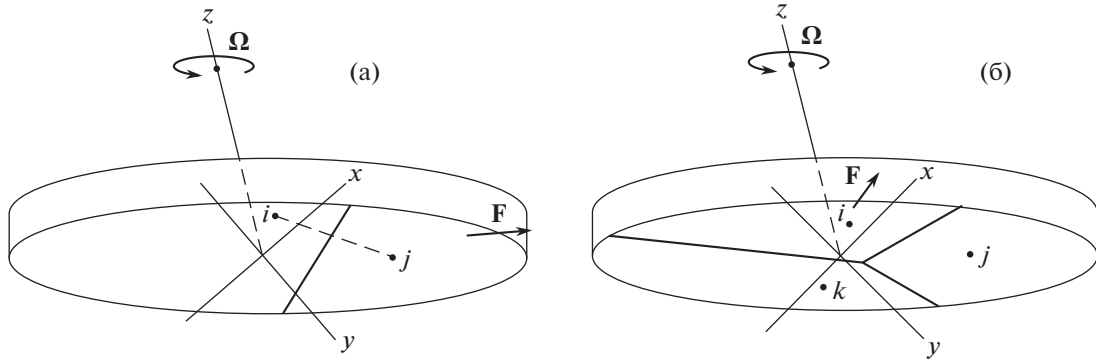


Рис. 3. Вращение и смещение ледяного диска при двух (а) и трех (б) центрах таяния одинаковой интенсивности. Темные сплошные линии обозначают границы конвективных ячеек.

обращается в ноль. Предлагаемая модель воздействия конвекции при таянии льда на движение ледяного диска основана на предположении о малом отличии интенсивности течений от различных центров таяния. Неподвижная граница конвективных течений, порожденных двумя центрами таяния с интенсивностями q_i и q_j , характеризуется равенством давлений по обе ее стороны (в противном случае граница начала бы смещаться). Пусть r_i, r_j – расстояния от границы до соответствующих центров таяния. Так как давление в конвективном течении пропорционально квадрату скорости, то с учетом зависимости $v_m \sim \sqrt{q_m}$ условие равенства давлений на границе приобретает вид

$$\frac{q_i}{r_i^2} = \frac{q_j}{r_j^2}. \quad (8)$$

На основании используемой модели малости в отличиях интенсивностей из (8) следует, что $r_i \approx r_j$, а это означает, что граница между соседними конвективными ячейками проходит по срединному перпендикуляру к отрезку, соединяющему центры таяния.

На рис. 3 представлены две возможные ситуации, когда проявляются два (левый рисунок) и три (правый рисунок) центра таяния, обозначенные индексами i, j и k . Координаты этих центров на нижней поверхности ледяного диска радиуса $R = 5$ (в условных единицах размерности) задаются величинами: $(x_i, y_i) = (2, -1)$, $(x_j, y_j) = (3, 2)$, $(x_k, y_k) = (-1, 1)$ в локальной системе координат (x, y) на поверхности дна. Сплошные линии на нижней поверхности показывают разделение течения на конвективные ячейки (слева их две, а справа – три).

Для обеспечения условия равенства нулю радиальной скорости на границах ячеек представление поля скорости (3) умножается на функцию

$\text{erf}(d_{ij}(x, y))$ для двух центров таяния и $\sqrt{\text{erf}(d_{ij}(x, y))\text{erf}(d_{ik}(x, y))}$ для трех центров, где $d_{mn}(x, y)$ – расстояние от границы между m -м и n -м центрами до точки наблюдения.

Численные расчеты по формулам (3), (5), (7) для каждого центра таяния, в которых интегрирование проводится с учетом разделения поверхности диска на конвективные ячейки, с последующим суммированием сил и моментов, показывает, что в случае двух центров таяния результирующая сила \mathbf{F} , показанная на рис. 2, определяется условными значениями своих компонент $F_x = 3.95$, $F_y = 0.83$, а полный момент относительно центра диска равен $\mathbf{M} = -0.46\mathbf{e}_z$. В случае трех центров таяния имеются следующие результаты: $F_x = 3.97$, $F_y = -0.87$ и $\mathbf{M} = -2.67\mathbf{e}_z$ в тех же условных единицах.

Таким образом, наличие нескольких центров таяния способно придать ледяному диску не только поступательное, но и вращательное движение. Направление вращения зависит от знака суммарного момента, который определяется взаимным расположением центров таяния, и может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Гипотеза о порождении вращения нисходящими конвективными течениями от центров таяния позволяет объяснить причину, по которой скорость вращения в соленой воде меньше, чем в пресной (рис. 2). В случае таяния в соленой воде отрицательная сила плавучести, порождающая опускающуюся конвективную струю, меньше, чем в пресной, так как меньше разница в плотности растаявшей воды льда и соленой окружающей воды. Как следствие, интенсивность конвективных течений будет меньше, следовательно, и интенсивность подтекающих течений, закручивающих ледяной образец, также будет меньше. В результате будет меньше и скорость вращения.

Выбор функции ошибок в качестве обеспечения граничного условия на границах ячеек не имеет решающего значения. Если в качестве такой функции выбрать $th(d(x, y))$, то результаты расчетов немного изменяются количественно, но качественно остаются теми же.

Вращение ледяного диска влечет за собой образование так называемого “вентилятора” [12] по причине того, что вязкие напряжения на границе вода–лед приводят воду вблизи диска в круговое движение с одновременным отбрасыванием ее в радиальном направлении. Этот радиальный отток порождает подток воды к диску вдоль оси вращения. Аналитическое решение в форме разложения в ряды с выделением основных характеристик такого течения представлено в [13].

Возникающее “вентиляторное” течение, конечно же, нарушает распределение поля скорости (5), изменяет результаты расчетов по формулам (6–8) и, по-видимому, снижает скорость углового вращения ледяного диска, но при этом никак не влияет на причину возникновения вращения и смещения льда. Достоверные количественные расчеты динамики ледяного диска требуют дополнительных экспериментальных данных, содержащих результаты измерений положений центров таяния, их интенсивности и иных физических характеристик ледяного образца.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены в рамках Госзадания АААА-А17-117021310371-9.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nordell B., Westerstrom G. Large Rotating Ice Discs on Ice-covered Rivers // *Weather*. 1997. 209 (1899). P. 205–209.
2. Kouraev A.V., Zakharova E.A., Rémy F., Kostianoy A.G., Shimaraev M.N., Hall N.M.J., Zdorovenov R.E., Suknev A. Y. Giant Ice Rings on Lakes and Field Obser-

vations of Lens-like Eddies in the Middle Baikal (2016–2017) // *Limnology and Oceanography*. 2019. 64 (6). P. 2738–2754. ISSN 19395590. <https://doi.org/10.1002/lno.11338>

3. Dorbolo S., Adami N., Dubois C., Caps H., Vandewalle N., Darbois-Textier B. Rotation of Melting Ice Disks due to Melt Fluid Flow // *Physical Review E*. 2016. 93 (3). P. 1–5. ISSN 24700053. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.033112>
4. Айзерман М.А. Классическая механика. М.: Наука, 1980. 368 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
6. Bushuk M., Holland D.M., Stanton T.P., Stern A., Gray C. Ice Scallops: A Laboratory Investigation of the Ice-Water Interface // *Journal of Fluid Mechanics*. 2019. P. 942–976. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.398>
7. Shlien D.J. Transition of the Axisymmetric Starting Plume Cap // *Physics of Fluids*. 1978. V. 21. № 12. P. 2154–2158.
8. Shlien D.J. Relations between Point Source Buoyant Convection Phenomena // *Physics of Fluids*. 1979. V. 22. No 12. P. 2277–2283.
9. Morton B.R., Taylor G., Turner J.S. Turbulent Gravitational Convection from Maintained and Instantaneous Sources // *Proc. Roy. Soc. Ser. A*. 1956. V. A234. № 1196. P. 1–23.
10. Scorer R.S. Experiments on Convection of Isolated Masses of Buoyant Fluid // *Journal of Fluid Mechanics*. 1957. V. 2. P. 583–594.
11. <https://i.ytimg.com/vi/RUC-xRyBtSU/maxresdefault.jpg>
12. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 792 с.
13. Kistovich A.V., Chaplina T.O., Stepanova E.V. Vortex Flow with a Free Surface: Comparison of Analytical Solutions with Experimentally Observed Liquid Particle Trajectories // *International Journal of Fluid Mechanics Research*. 2017. V. 44 (3). P. 215–227. Begell House Inc. <https://doi.org/10.1615/InterJFluidMechRes.2017019149>

SELF-INDUCED ROTATION OF THE ICE DISK ON THE SURFACE OF THE WATER

T. O. Chaplina^{a,#} and A. V. Kistovich^a

^aA. Yu. Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

[#]E-mail: tanya75.06@mail.ru

Presented by Academician of the RAS D.M. Klimov March 23, 2022

The results of experimental studies and physical modeling of the phenomenon of spontaneous rotation of an ice disk on the surface of moving water are presented. The dependences of the rotation speed of the ice sample depending on the salinity and depth of the experimental container were measured.

Keywords: ice, melting, viscous involvement convective flows