ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. НАУКИ О ЗЕМЛЕ, 2022, том 506, № 2, с. 236–242

ГЕОФИЗИКА

УДК 551.2+539.3

К ВОПРОСУ О ТЕМПЕ ПРОЦЕССОВ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ГЕОСИСТЕМАХ

© 2022 г. Е. И. Рыжак[1,*], С. В. Синюхина[1]

Представлено академиком РАН А.О. Глико 28.06.2022 г.
Поступило 28.06.2022 г.
После доработки 02.07.2022 г.
Принято к публикации 07.07.2022 г.

Вопрос о темпе развития неустойчивости в тяжелых вязкоупругих геосистемах с аномальным распределением плотности по глубине исследуется на модельных задачах, в которых зависимости от смещений как гравитационных сил, порождающих неустойчивость, так и вязкоупругих сил, препятствующих неустойчивости, структурно аналогичны соответствующим зависимостям в геосистемах. Принимается модель вязкоупругости Максвелла, поскольку именно она, с учетом огромной вязкости геоматериалов, позволяет адекватно описывать динамику геосистем. Наряду с вязкоупругими системами рассматриваются соответствующие им упругие системы сравнения. Получено, что в случае неустойчивости последних развитие неустойчивости вязкоупругих систем при любой вязкости происходит быстрее, чем в системах сравнения. При увеличении вязкости темп развития неустойчивости в вязкоупругих системах стремится сверху к темпу развития неустойчивости в системах сравнения. В случае устойчивости систем сравнения вязкоупругие системы неустойчивы, но темп развития их неустойчивости ничтожно мал. Именно в этом и только в этом случае вязкость замедляет этот темп, и при огромной вязкости такая неустойчивость малозаметна на реальных временах наблюдения. Делается вывод об адекватности исследования устойчивости геосистем на основе исследования упругих систем сравнения.

Ключевые слова: тяжелые вязкоупругие геосистемы, аномальное распределение плотности, вязкоупругость типа Максвелла, темп развития неустойчивости

DOI: 10.31857/S2686739722601223

1. ВВЕДЕНИЕ

Вопросы устойчивости геофизических систем безусловно представляют интерес как с теоретической, так и с прикладной точки зрения. Знание условий устойчивости и неустойчивости геосистем позволяет понимать причины возникновения многих явлений, а также прогнозировать развитие тех или иных процессов в Земле.

Как правило, в механике деформируемых твердых тел задачи об устойчивости состояния равновесия сводятся к выяснению самого факта наличия или отсутствия устойчивости. При этом подразумевается, что в случае неустойчивости процесс ее развития происходит настолько быстро, что вопрос о темпе развития неустойчивости вообще не рассматривается. Это обусловлено тем, что в вопросах устойчивости в большинстве случаев принимаются упругие или упругопластические модели материалов (отклик таких материалов на деформирование не зависит от темпа последнего).

Что касается геофизики, то вопрос о влиянии вязкости на темп протекания процессов, в том числе процесса потери устойчивости, весьма актуален. Поскольку считается, что геоматериалы обладают огромной вязкостью, то ее влияние на процесс потери устойчивости может быть весьма существенным [1, 2]. В геофизическом сообществе широко распространено представление о том, что наличие вязкости замедляет процесс ухода от положения равновесия в любой гравитационно неустойчивой геосистеме, и если вязкость огромна, то он может растянуться на миллионы лет, и за время, доступное наблюдению, будет малозаметен. *Такое рассуждение фактически основано на полном отождествлении геоматериала с очень вязкой жидкостью, что несовместимо с целым рядом объективно существующих и наблюдаемых динамических процессов в геосистемах, которые в очень вязкой жидкости были бы в принципе невозможны.* Таким образом, вопрос о влиянии вязкости, в совокупности с другими свойствами геоматериалов, на темп геофизических процессов

[1] *Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук, Москва, Россия*
**E-mail: E_I_Ryzhak@mail.ru*

остается открытым и требует изучения. В работе будет показано, что это влияние может оказаться различным и даже противоположным: оказывается, *наличие вязкости может не только замедлять процесс ухода от положения равновесия, но и ускорять его!* Это зависит и от модели материала, характеризуемого среди прочих свойств вязкостью, и от конкретных характеристик неустойчивого положения равновесия вязкоупругой геосистемы. *Важно отметить, что процесс ухода от положения неустойчивого равновесия порождается всевозможными малыми возмущениями начального невозмущенного состояния и определяется уравнениями собственного движения механической системы (в которых отсутствует вынуждающая внешняя сила).* Совершенно очевидно, что в случае неустойчивости характер ее проявления определяется формой потери устойчивости, растущей наиболее быстро. Остальные формы потери устойчивости (если таковые имеются) просто не успеют существенно проявиться на ее фоне. Эта форма потери устойчивости (с присущим ей темпом ухода от положения равновесия) является решением уравнений движения соответствующей механической системы и определяется совокупностью всех ее механических свойств, включая свойства материала, инерционные свойства, геометрию и размеры [3]. *Любые оценки темпа ухода от положения равновесия должны основываться на анализе уравнений движения системы, учитывающих все перечисленные механические свойства последней.*

Поскольку геоматериалы обладают как упругими, так и вязкими свойствами, то при анализе движения геосистем как в случае устойчивости, так и в случае неустойчивости, естественно использовать вязкоупругие модели геоматериалов. Как известно, вязкоупругие модели материалов делятся на два совершенно различных по своим свойствам основных класса: модели Максвелла и модели Фойхта [4, 5]. Для обеих моделей вводится такой параметр, как “время релаксации” (отношение коэффициента вязкости к модулю сдвига), однако значение данного параметра совершенно по-разному влияет на поведение соответствующих типов материалов. Выбираемая для описания поведения геоматериала вязкоупругая модель должна максимально соответствовать наблюдаемым в реальности и упомянутым ранее сочетаниям различных свойств геоматериалов. Ниже на простых примерах будет показано, что для неустойчивых механических вязкоупругих систем (ВУС), образованных вязкоупругими материалами типа Фойхта, наличие вязкости (как и в случае вязкой жидкости) замедляет темп потери устойчивости, причем тем в большей степени, чем больше вязкость, а для систем, образованных материалами типа Максвелла, влияние вязкости совершенно иное: чем больше вязкость, тем ближе поведение таких систем к чисто упругим системам сравнения (УСС) (т.е. к системам с теми же механико-геометрическими параметрами, но не обладающим вязкостью).

Адекватными для описания разнородного поведения одних и тех же геосистем (проявляющих как упругие, так и вязкие свойства) в диапазоне от очень медленных до быстрых динамических процессов являются именно вязкоупругие модели типа Максвелла, поскольку в системах, образованных материалами такого типа, даже при огромных значениях вязкости возможны (как и в Земле) и быстрые процессы (распространение волн, собственные колебания и т.д.), и медленные процессы. Что касается систем, образованных материалами типа Фойхта, то при достаточно большой вязкости в них, как и в очень вязкой жидкости, исключается сама возможность существования динамических процессов (которые в Земле имеют место, несмотря на огромную вязкость ее недр), и по этой причине модели такого типа оказываются непригодными.

В работе на простых моделях качественно исследуется развитие неустойчивости тяжелых стратифицированных геомассивов с однородным распределением всех параметров по горизонтали. Источником их неустойчивости является сила тяжести в сочетании с аномальным распределением плотности по глубине. Аномальное распределение плотности по глубине может иметь как форму скачка плотности на границе геослоев (плотность нижнего слоя меньше плотности верхнего, как на границе литосферы и астеносферы), так и форму непрерывного уменьшения плотности с глубиной, что реально наблюдается в некоторых геомассивах [6, 7]. Существенным моментом здесь является то, что силы, вызывающие неустойчивость, консервативны, и при смещениях с ненулевыми вертикальными составляющими гравитационная потенциальная энергия уменьшается, причем ее зависимость от малых вертикальных смещений квадратичная (это соответствует линейной зависимости от смещений той силы, которая порождает неустойчивость). Если помимо аномального распределения плотности геосистема характеризуется ненулевой сдвиговой жесткостью, то она, начиная с определенного критического значения, подавляет неустойчивость [8–11], а при значениях меньше критического уменьшает степень закритичности параметров системы, что уменьшает темп развития неустойчивости в такой системе. При наличии упругой сжимаемости существенные закономерности остаются прежними [8–11]. В неустойчивой консервативной системе с силами гравитационной и упругой природы темп процесса развития неустойчивости находится из решения уравнений динамики и определяется инерционными свойствами (распределением и величинами масс) и степенью закритичности силовых параметров системы. В аналогичных

устойчивых консервативных системах динамика проявляется в виде собственных колебаний, частоты которых определяются инерционными свойствами и степенью “докритичности” силовых параметров системы. Заметим, что модель вязкоупругости, выбираемая с целью изучения влияния вязкости на темп развития неустойчивости, должна быть той же самой, что и используемая при изучении динамики в случае устойчивости, поскольку и устойчивые, и неустойчивые геосистемы состоят из одних и тех же геоматериалов.

2. ИЛЛЮСТРИРУЮЩИЕ МОДЕЛИ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

Для выяснения качественного влияния вязкости при различном выборе модели вязкоупругости сначала рассмотрим простейшие линейные механические системы с одной степенью свободы, характеризующиеся (как и стратифицированные геосистемы) квадратичным по малым смещениям уменьшением гравитационной энергии при отклонениях от положения равновесия.

2.1. “Горка” + пружина (консервативная УСС) (рис. 1). Обозначим массу шарика через m, величину ускорения силы тяжести через g, жесткость пружины через k, “антижесткость”, характеризующую крутизну горки (обусловливающую уменьшение гравитационной энергии и горизонтальную составляющую скатывающей силы) через $s = mg/r$, где r – радиус кривизны горки в окрестности верхней точки.

2.1.1. $s < k$ (случай устойчивости). Уравнение движения и его решения $u(t)$ имеют следующий вид: $m\ddot{u} = su - ku$, $s > 0$, $k > 0$, $u \sim \sin\omega t$, $\omega^2 = (k - s)/m > 0$.

2.1.2. $s > k$ (случай неустойчивости). Нарастающие решения таковы:

$$u \sim e^{\gamma t}, \quad \gamma^2 = \frac{s-k}{m} > 0.$$

2.2. “Горка” + вязкоупругий элемент типа Фойхта с вязкостью η (рис. 2).

Уравнение движения принимает следующий вид: $m\ddot{u} = su - ku - \eta\dot{u}$; $\tau \equiv \frac{\eta}{k}$, где τ – время релаксации. Характеристическое уравнение (ХАРУ) таково:

$$m\lambda^2 + \eta\lambda + (k - s) = 0, \quad \lambda^2 + \tau\frac{k}{m}\lambda + \frac{k-s}{m} = 0.$$

2.2.1. $s > k$ (неустойчивость консервативной УСС). Корни ХАРУ:

$$\lambda_\pm = -\frac{1}{2}\tau\beta^2 \pm \sqrt{\gamma^2 + \left(\frac{1}{2}\tau\beta^2\right)^2}, \quad \beta^2 = \frac{k}{m},$$

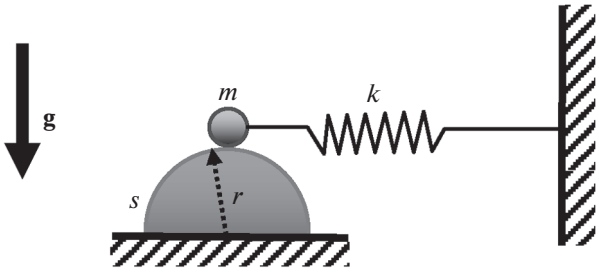

Рис. 1. Консервативная УСС с одной степенью свободы.

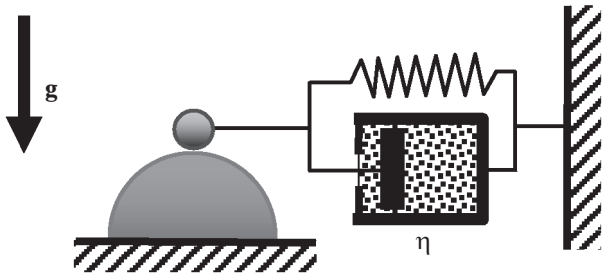

Рис. 2. ВУС типа Фойхта с одной степенью свободы.

Корень λ_+ соответствует растущей моде $u \sim e^{\lambda_+ t}$:

$$\lambda_+ = -\frac{1}{2}\tau\beta^2 + \sqrt{\gamma^2 + \left(\frac{1}{2}\tau\beta^2\right)^2} > 0.$$

Если $\tau\beta \gg \gamma/\beta$, то $\lambda_+ \approx \frac{1}{\tau}\frac{\gamma^2}{\beta^2}$. Если $\tau\beta \ll \gamma/\beta$, то $\lambda_+ \approx \gamma$. Таким образом, $\lambda_+ \to 0$ при большой вязкости, а при малой вязкости $\lambda_+ \to \gamma$ (значению инкремента нарастания для неустойчивой консервативной УСС).

2.2.2. $s < k$ (устойчивость консервативной УСС). $\lambda_\pm = -\frac{1}{2}\tau\beta^2 \pm \sqrt{-\omega^2 + \left(\frac{1}{2}\tau\beta^2\right)^2}$.

Если $\frac{1}{2}\tau\beta^2 > \omega$, то оба корня действительны и отрицательны, движения системы представляют собой монотонное стремление к нулю без колебаний. Если $\frac{1}{2}\tau\beta^2 < \omega$, то $\lambda_\pm = -\frac{1}{2}\tau\beta^2 \pm i\omega\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\tau\beta^2/\omega\right)^2}$. В этом случае движения системы представляют собой затухающие собственные колебания, при малой вязкости они мало отличаются от собственных колебаний консервативной УСС.

2.3. “Горка” + вязкоупругий элемент типа Максвелла (рис. 3).

Пусть f – сила, действующая на шарик со стороны вязкоупругого элемента. Уравнение движе-

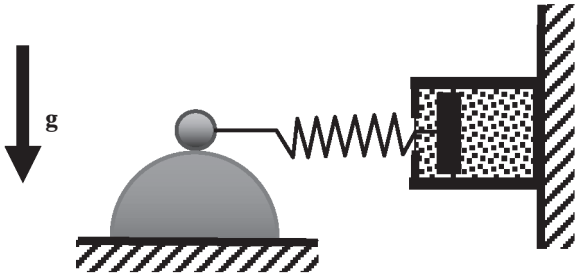

Рис. 3. Неустойчивая ВУС типа Максвелла с одной степенью свободы.

ния в этом случае имеет следующий вид: $m\ddot{u} = su + f \Rightarrow m\dddot{u} = s\dot{u} + \dot{f}$.

Вязкоупругий элемент характеризуется следующим уравнением: $\dot{f} + \frac{k}{\eta} f = -k\dot{u}$,

$$\Rightarrow m\dddot{u} + \frac{k}{\eta} m\ddot{u} = s\dot{u} + \dot{f} + \frac{k}{\eta} su + \frac{k}{\eta} f =$$

$$= (s-k)\dot{u} + \frac{k}{\eta} su \Rightarrow m\dddot{u} + \frac{1}{\tau} m\ddot{u} = (s-k)\dot{u} + \frac{1}{\tau} su \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m\ddot{u} + (k-s)u)^{\bullet} + \frac{1}{\tau}(m\ddot{u} - su) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\ddot{u} + \frac{k-s}{m} u\right)^{\bullet} + \frac{1}{\tau}\left(\ddot{u} - \frac{s}{m} u\right) = 0.$$

Пусть $\gamma_0^2 \equiv \frac{s}{m}$. ХАРУ записывается в следующем виде: $\lambda\left(\lambda^2 + \frac{k-s}{m}\right) + \frac{1}{\tau}\left(\lambda^2 - \gamma_0^2\right) = 0$.

2.3.1. $s > k$ (неустойчивость консервативной УСС).

$$p(\lambda) \equiv \lambda\left(\lambda^2 - \gamma^2\right) + \frac{1}{\tau}\left(\lambda^2 - \gamma_0^2\right) = 0,$$

$$\gamma_0 > \gamma, \quad \begin{cases} p(\gamma) = \frac{1}{\tau}\left(\gamma^2 - \gamma_0^2\right) < 0 \\ p(\gamma_0) = \gamma_0\left(\gamma_0^2 - \gamma^2\right) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \exists \lambda_* > 0, \quad \gamma < \lambda_* < \gamma_0, \quad p\left(\lambda_*\right) = 0.$$

Других положительных действительных решений нет; при большой вязкости (и большом τ) имеем: $\lambda_* \to \gamma$, $\lambda_* > \gamma$.

Соответствующая мода потери устойчивости $u \sim e^{\lambda_* t}$ *при любом* τ *уходит от положения неустойчивого равновесия быстрее, чем аналогичная мода для неустойчивой УСС, т.е. в данном случае наличие вязкости ускоряет процесс развития неустойчивости по сравнению с УСС. При увеличении вязкости поведение системы приближается к поведению неустойчивой УСС, а инкремент нарастания моды потери устойчивости стремится сверху к инкременту нарастания для УСС.* При больших значениях τ есть еще два отрицательных корня, больших, чем $-\gamma$. При малых значениях τ есть пара комплексно сопряженных корней с отрицательной действительной частью; им соответствуют затухающие колебания.

2.3.2. $s < k$ (устойчивость консервативной УСС). ХАРУ имеет следующий вид:

$$p(\lambda) \equiv \lambda\left(\lambda^2 + \omega^2\right) + \frac{1}{\tau}\left(\lambda^2 - \gamma_0^2\right) = 0,$$

$$\begin{cases} p(0) = -\frac{1}{\tau}\gamma_0^{\,2} < 0 \\ p\left(\frac{1}{\tau}\frac{\gamma_0^2}{\omega^2}\right) = \left(\frac{1}{\tau}\frac{\gamma_0^2}{\omega^2}\right)^3 + \frac{1}{\tau}\left(\frac{1}{\tau}\frac{\gamma_0^2}{\omega^2}\right)^2 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \exists \lambda_* > 0, \quad 0 < \lambda_* < \frac{1}{\tau}\frac{\gamma_0^2}{\omega^2} = \frac{s}{\eta}\frac{k}{k-s},$$

$$p(\lambda_*) = 0.$$

Соответствующая мода $u \sim e^{\lambda_* t}$ *— это форма потери устойчивости, которая имеет место в системе "горка" + вязкоупругий элемент типа Максвелла в случае, когда УСС устойчива! Именно в этом и только в этом случае (при устойчивой УСС) неустойчивость развивается медленно, причем тем медленнее, чем больше вязкость (и время релаксации).*

При больших временах релаксации и большой степени устойчивости УСС ($k \gg s$) имеем:

$$\lambda_* < \frac{1}{\tau}\frac{\gamma_0^2}{\omega^2}, \quad \lambda_* \to \frac{1}{\tau}\frac{\gamma_0^2}{\omega^2} = \frac{s}{\eta}\frac{k}{k-s} \to \frac{s}{\eta}$$

Очевидно, что в таком случае поведение системы стремится к поведению системы "горка + чисто вязкий элемент" (в такой системе пружина заменена жестким штоком).

С точки зрения темпа развития неустойчивости весьма интересен случай, когда УСС находится в безразличном равновесии ($s = k \Leftrightarrow \omega^2 = 0$). В этом случае ХАРУ принимает следующий вид: $\lambda^3 = \left(\gamma_0^2 - \lambda^2\right)/\tau$. При большом времени релаксации ($\tau \gg 1/\gamma_0$) имеем: $\lambda_* \approx \left(\gamma_0^2/\tau\right)^{1/3} = \left(sk/(m\eta)\right)^{1/3}$. Заметим, что такую зависимость инкремента нарастания от параметров системы невозможно угадать или получить из правдоподобных рассуждений, ее можно получить только как результат анализа уравнений движения системы.

3. ОДНОМЕРНАЯ РАСПРЕДЕЛЕННАЯ СИСТЕМА СО СДВИГОВОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТЬЮ МАКСВЕЛЛОВСКОГО ТИПА

В отличие от рассмотренных выше простейших модельных систем с одной степенью свободы, одномерная распределенная система является простейшей системой с бесконечным числом степеней свободы. При этом, как будет показано ниже, основные закономерности, выявленные при анализе поведения систем с одной степенью свободы, остаются в силе и для распределенной одномерной системы.

Упомянутая система находится в поле силы тяжести и представляет собой тонкую и длинную ленту с погонной плотностью ρ, лежащую на гребне гладкого длинного прямолинейного вала, поперечное сечение которого в верхней точке имеет радиус кривизны r (рис. 4). Свойства ленты таковы, что она допускает только сдвиговую деформацию, порождаемую поперечными смещениями при отсутствии продольных смещений и продольного изгиба (относительный поворот сечений в горизонтальной плоскости запрещен). Реакцией на сдвиговое деформирование являются сдвигающие усилия. Определяющее соотношение, связывающее между собой сдвиговое деформирование и сдвигающие усилия, является вязкоупругим соотношением максвелловского типа (рис. 4). Наряду с ВУС рассматривается УСС, с поведением которой соотносится поведение ВУС. Предполагается, что концы ленты закреплены.

Обозначим поперечные смещения сечений ленты через $u(x,t)$, где $x \in [0,l]$ – продольная координата в невозмущенном равновесном состоянии, а сдвигающие усилия – через $N(x,t)$. Тогда уравнение движения имеет следующий вид:

$$\rho\ddot{u}(x,t) = \frac{\rho g}{r}u(x,t) + \frac{\partial N}{\partial x}(x,t) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \rho\dddot{u}(x,t) = \frac{\rho g}{r}\dot{u}(x,t) + \frac{\partial \dot{N}}{\partial x}(x,t). \tag{3.1}$$

Вязкоупругое соотношение типа Максвелла задается равенством

$$\dot{N} + \frac{\mu}{\chi}N = \mu\frac{\partial \dot{u}}{\partial x}, \quad \tau \equiv \frac{\chi}{\mu}, \tag{3.2}$$

а соответствующее упругое соотношение – равенством $N = \mu\,\partial u/\partial x$, где μ – упругий модуль сдвига, χ – сдвиговая вязкость, τ – время релаксации. Из (3.1), с учетом (3.2), получаем: $\rho\dddot{u} + \frac{1}{\tau}\rho\ddot{u} = \frac{\rho g}{r}\left(\dot{u} + \frac{1}{\tau}u\right) + \mu\frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial x^2}$.

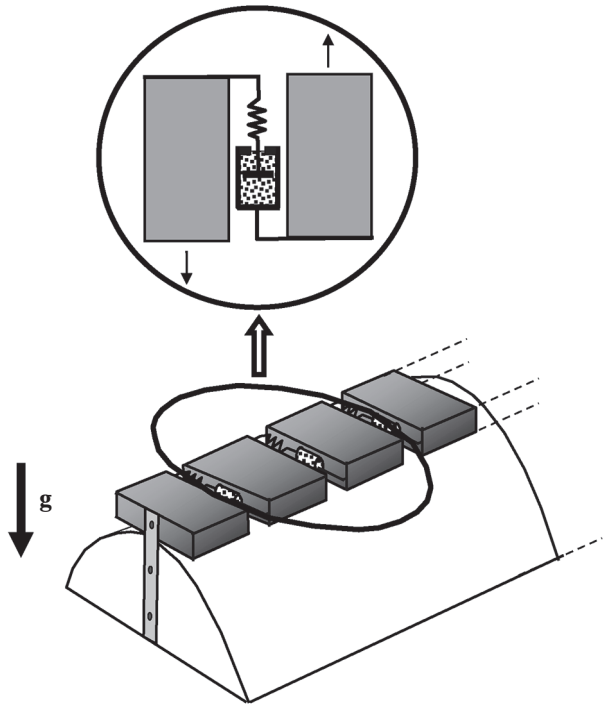

Рис. 4. Распределенная одномерная ВУС.

Решения, экспоненциально зависящие от t, имеют следующий вид: $u_n(x,t) = e^{\lambda t}\sin\left(n\frac{\pi}{l}x\right)$.

ХАРУ для соответствующей моды получаем в следующем виде:

$$\lambda\left(\lambda^2 - \frac{g}{r} + \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2\right) + \frac{1}{\tau}\left(\lambda^2 - \frac{g}{r}\right) = 0,$$

а для УСС имеем: $\lambda^2 - g/r + \mu(n\pi/l)^2/\rho = 0$. Наименьшая жесткость УСС (наиболее выгодная для возникновения неустойчивости) соответствует $n = 1$ (одной полуволне синусоиды). Если $\mu(\pi/l)^2/\rho > g/r$, то УСС устойчива, а ее движения – собственные колебания с частотами $\omega_n = \sqrt{\mu(n\pi/l)^2/\rho - g/r}$. Если же $\mu(\pi/l)^2/\rho < g/r$, то УСС неустойчива, а самая быстрорастущая форма потери устойчивости нарастает с инкрементом

$$\gamma = \sqrt{\frac{g}{r} - \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2}. \tag{3.3}$$

Что касается ВУС, то (как и для систем с одной степенью свободы), в обоих случаях имеет место неустойчивость, но темп ее развития очень разный. По сути, распределенная система ведет себя как система с одной степенью свободы, которая соответствует смещениям, пропорциональным одной полуволне синусоиды; соответствие вели-

чинам, характеризующим системы с одной степенью свободы, задается следующими равенствами:

$$\frac{s}{m} = \gamma_0^2 = \frac{g}{r}, \quad \frac{k}{m} = \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2; \quad \frac{\eta}{k} = \frac{\chi}{\mu} = \tau. \qquad (3.4)$$

С учетом равенств (3.4) все результаты пунктов 2.3.1 и 2.3.2 переносятся на случай одномерной распределенной ВУС.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рассмотренных модельных задачах о неустойчивости исследуется взаимодействие двух типов сил, действующих в системе: гравитационных сил и сил, характеризующих реакцию геоматериала. Гравитационная сила действует в совокупности с наложенной кинематической связью (“горкой”). Эта сила (которая является консервативной) отталкивает от положения равновесия и в малой окрестности положения равновесия линейна по смещениям. Именно эта сила порождает неустойчивость как в случае системы с одной степенью свободы, так и в случае одномерной распределенной системы. При этом реакция материала в основной ВУС характеризуется вязкоупругими силами максвелловского типа, а во вспомогательной УСС – упругими силами. УСС, в зависимости от соотношения между отталкивающими гравитационными силами и возвращающими упругими силами, может быть как устойчивой, так и неустойчивой. Основная ВУС, как показывает анализ, неустойчива в обоих случаях, однако характер развития неустойчивости в этих случаях совершенно разный. В случае, когда УСС неустойчива, ее неустойчивость развивается динамически, т.е. экспоненциально с инкрементом нарастания γ, определяемым степенью закритичности параметров системы и ее инерционными свойствами (3.3). *При этом неустойчивость основной ВУС при любом времени релаксации развивается быстрее,* а именно, с инкрементом λ_*, причем $\gamma < \lambda_* < \gamma_0$ (3.4). При очень большом времени релаксации ($\tau \gg 1/\gamma_0$) λ_* стремится сверху к γ. Таким образом, в случае неустойчивости УСС поведение ВУС тем ближе к поведению УСС, чем больше вязкость (и время релаксации).

Если УСС устойчива, то ВУС неустойчива, и именно в этом и только в этом случае неустойчивость развивается медленно за счет вязких элементов системы, а при огромной вязкости (как в Земле) неустойчивость развивается настолько медленно, что на доступных временах наблюдения развитие неустойчивости будет почти незаметно.

Несмотря на предельную простоту рассмотренных модельных систем (благодаря которой возможен полный анализ уравнений движения), характер сил, определяющих их движение, качественно совпадает с характером таковых в тяжелых геосистемах. Как было сказано выше, в стратифицированных геосистемах с аномальным распределением плотности по глубине уменьшение гравитационной энергии при малых отклонениях от состояния неустойчивого равновесия характеризуется квадратичной зависимостью от малых вертикальных смещений [8–11]. Роль радиуса кривизны “горки” играет отношение плотности к модулю производной плотности по глубине, а аналогом скатывающей силы является вертикальная сила, отталкивающая от равновесного положения и пропорциональная вертикальному смещению. Результаты проведенного анализа приводят к выводу о том, что при исследовании темпа развития неустойчивости в геосистемах с учетом вязкоупругости максвелловского типа в сочетании с огромной вязкостью геоматериалов, использование упругой модели геоматериала [8–11] законно и приводит к совершенно адекватному отражению поведения геосистем. Именно поведение УСС определяет характер поведения ВУС максвелловского типа. В силу того, что в точных уравнениях движения (включая трехмерный случай) слагаемые, содержащие время релаксации, таковы, что (в отличие от случая вязкой жидкости) оно стоит в знаменателе, его влияние тем меньше, чем больше время релаксации, а при огромных значениях времени релаксации его влияние становится совсем малым. Применительно к геосистемам может быть сделан следующий вывод: если УСС устойчива, то процесс развития неустойчивости в вязкоупругой геосистеме происходит очень медленно, и наоборот: если процесс развития неустойчивости в вязкоупругой геосистеме происходит очень медленно, то это указывает на то, что соответствующая УСС устойчива. Если же УСС неустойчива, то процесс развития неустойчивости в реальной вязкоупругой геосистеме будет идти быстрее, чем в УСС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Магницкий В.А.* Внутреннее строение и физика Земли. М.: Недра, 1965. 379 с.
2. *Cathles L.M.* The viscosity of the Earth’s mantle. Princeton Univ. Press, 1975. 386 p.
3. *Knops R.J., Wilkes E.W.* Theory of elastic stability // Handbuch der Physik. V. 6a/3. Berlin: Springer Verlag, 1973.
4. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с.
5. *Бленд Д.* Теория линейной вязкоупругости. М.: Мир, 1965.
6. *Браун Д., Массет А.* Недоступная Земля. М: Мир. 1984. 262 с.
7. *Романюк Т.В.* Изучение соотношений между скоростью сейсмических волн и плотностью в лито-

сфере методом сейсмо-гравитационного моделирования. Академик В.Н. Страхов. Геофизик и математик. М.: Наука. 2012. С. 118–143.

8. *Ryzhak E.I., Sinyukhina S.V.* On stability and instability of stratified elastic solids in a gravity field // International Journal of Non-Linear Mechanics. 2022. V. 142, 103990. https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2022.103990
9. *Синюхина С.В.* О влиянии сдвиговой жесткости и сжимаемости на устойчивость тяжелых стратифицированных геомассивов // Физика Земли. 2022. № 2. С.155–160. https://doi.org/10.31857/S0002333722020119
10. *Рыжак Е.И., Синюхина С.В.* О неустойчивых изостатических стратификациях тяжелых геомассивов // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле. 2021. Т. 500. №1. С. 53–57. https://doi.org/10.31857/S2686739721090164
11. *Рыжак Е.И., Синюхина С.В.* Об устойчивости стратифицированных упругих геосистем в поле силы тяжести // ДАН. 2019. Т. 489. № 3. С. 298–302.

ON ISSUE OF THE RATE OF PROCESSES OF INSTABILITY DEVELOPMENT IN GEOSYSTEMS

E. I. Ryzhak[a,#] and S. V. Sinyukhina[a]

[a] *Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation*

[#]*E-mail: E_I_Ryzhak@mail.ru*

Presented by Academician of the RAS A.O. Glico June 28, 2022

The issue of the rate of instability development in heavy viscoelastic geosystems with anomalous density distribution over depth is investigated using model problems in which causing instability gravitational forces and preventing instability viscoelastic forces depend on displacements in the ways structurally similar to those in corresponding geosystems. The Maxwell viscoelasticity model is adopted, since it is precisely this model, that, taking into account the huge viscosity of geomaterials, makes it possible to adequately describe the dynamics of geosystems. Along with viscoelastic systems, the corresponding elastic comparison systems are considered. It is obtained that in the case of instability of the latter, the development of instability in viscoelastic systems at any viscosity proceeds faster than in the comparison systems. With increase in viscosity, the rate of instability development in viscoelastic systems tends from above to the rate of instability development in the comparison systems. In the case of stability of the comparison systems, the viscoelastic systems are unstable, but the rate of development of their instability is negligible. It is in this and only in this case that the viscosity slows down this rate, and for a huge viscosity, such an instability could hardly be observed during real observation times. The conclusion is made that the study of stability of geosystems based on the study of elastic comparison systems is adequate.

Keywords: heavy viscoelastic geosystems, anomalous density distribution, the Maxwell type viscoelasticity, rate of instability development